

# O Karatsuba mortal triplo carpado

Você foi contratado por uma agência governamental ultra-secreta e agora tem a missão de implementar uma variação do algoritmo de Karatsuba para multiplicar inteiros de tamanho arbitrário. É uma variação por que a agência não quer o algoritmo convencional, considerado muito conhecido. Os cientistas barbudos e cheios de sabedoria repensaram o algoritmo e fizeram umas adaptações para que ele seja indecifrável pelas agências adversárias:

- Os cientistas acham que Karatsuba era um bobo por dividir os números em duas partes e vão dividir os números em **três** partes, usando dois shifts  $e_1$  e  $e_2$ :

$$\begin{aligned}a &= a_1 * 10^{e_1} + a_2 * 10^{e_2} + a_3 \\b &= b_1 * 10^{e_1} + b_2 * 10^{e_2} + b_3 \\a * b &= (a_1 * 10^{e_1} + a_2 * 10^{e_2} + a_3) * (b_1 * 10^{e_1} + b_2 * 10^{e_2} + b_3)\end{aligned}\tag{1}$$

Por exemplo, uma divisão poderia ser

$$\begin{aligned}a &= 2342444 = 234 * 10^4 + 24 * 10^2 + 44 \\b &= 866868 = 86 * 10^4 + 68 * 10^2 + 68\end{aligned}$$

E neste caso desejamos fazer

$$a * b = (234 * 10^4 + 24 * 10^2 + 44) * (86 * 10^4 + 68 * 10^2 + 68),$$

o que vai custar 9 multiplicações de números menores. Mas claro, se os números dados forem muito grandes então podemos repetir o processo recursivamente como no algoritmo original de Karatsuba mas sempre quebrando os números em três partes.

Dois detalhes que podem ter importância:

- A multiplicação é recursiva, feita usando as partes de cada número e reconstruindo o resultado original.
- Os cientistas ficaram confusos e não conseguiram achar nenhuma otimização, então o algoritmo deve apenas traduzir a expressão (1) acima sem a otimização que existia no algoritmo original de Karatsuba.

Além disso os cientistas tem algumas condições extras:

- Os números devem ser passados como argumentos pela linha de comando, como por exemplo em

```
> java KaratsubaTriplo 12432134341245674745675476 7054920058988836008343024
87707713940098069566191567604149217285300392479424
```

- Os números devem ser tratados **o tempo todo** como *strings* e as operações aritméticas só devem ser feitas quando tivermos apenas um dígito (ou seja, casa a casa);
- **É preciso implementar operações de soma/subtração** de inteiros (representados como *strings*) para o trabalho ser bem sucedido;
- Não podem ser usados inteiros longos nem nada parecido;