

Relatório do T3 de Métodos Numéricos

Dhruv Babani

¹Pontificia Universidade Catolica do Rio Grande do Sul(PUCRS)

d.babani001@edu.pucrs.br

1. Introdução

Este trabalho trata-se sobre o uso de um dos métodos da interpolação polinomial(Interpolação de Newton e Lagrange) para resolver o problema dito no enunciado.Além disso, exige-se uma comparação dos resultados obtidos,utilizando a Interpolação de Lagrange, entre a tecnologia popularmente conhecida como o ChatGPT e por mim mesmo.

2. Resultados

2.1. Extração do Resultado por ChatGPT

O ChatGPT é uma tecnologia que pode ser acessada via WEB e seu mecanismo de comunicação utilizado é por meio de um chat(mensagens).Então para explicar a extração do resultado, vou dividir em dois passos:

- 1 passo: Elaborei um prompt, onde contém as informações necessárias para fazer as operações no intuito de chegar no resultado correto.Nesse prompt, foi inserido os $f(x)$ e os seus respectivos valores, o $f(x)$ desejado a encontrar,no caso seria o $f(7)$, e por fim o metodo a ser aplicado: Interpolação de Lagrange.
- 2 passo: Logo em seguida, enviei o prompt para a tecnologia, e ele começou fazer as respectivas operações de forma metódica. E no final do seu chat, ele apresentou o resultado obtido de forma clara e objetiva.

Com base dos meus conhecimentos matemáticos, a tecnologia apresentou algumas falhas nas operações básicas durante a aplicação do método.

As primeiras falhas começaram a se apresentar no calculo dos valores de $L_0(7)$, $L_1(7)$, $L_2(7)$, $L_3(7)$, $L_4(7)$, $L_5(7)$ e $L_6(7)$.Aqui embaixo mostrarei um dos erros matemáticos cometidos pela IA:

$$L_5(7) = (7-0)(7-2)(7-4)(7-6)(7-8)(7-12)/(10-0)(10-2)(10-4)(10-6)(10-8)(10-12) = (7*5*3*1*(-3)*(-5))/(10*8*6*4*2*(-2)) = 3150/46080$$

Como pode ser observado acima, o erro está localizado no resultado obtido para o numerador e o denominador da divisão.Pois, se for feito essas operações em uma calculadora, o resultado seria totalmente diferente, tanto para o numero do numerador e o denominador.Logo em seguida, a função interpoladora estaria incorreta também, por causa dos $L_i(x)$ que são utilizados.

Portanto, o valor interpolado de $f(7)$ extraído pelo ChatGPT obteve de resultado, aproximadamente 0.67883, quando usando interpolação de Lagrange.

2.2. Meu Resultado

Depois de extrair o resultado pelo ChatGPT, eu comecei a resolver o problema por conta própria sem ajuda de um recurso computacional. Ressaltando, que o método aplicado foi a Interpolação de Lagrange. E agora, vou mostrar todos os procedimentos realizados por mim com todos os detalhes:

Para encontrar o valor de $f(7)$ usando interpolação de Lagrange, você precisa criar um polinômio interpolador com base nos pontos fornecidos e, em seguida, substituir $x = 7$ no polinômio resultante.

Primeiro, vamos calcular o polinômio interpolador usando o método de Lagrange. O polinômio interpolador de Lagrange é dado por:

$$P(x) = L_0(x) * f(x_0) + L_1(x) * f(x_1) + L_2(x) * f(x_2) + L_3(x) * f(x_3) + L_4(x) * f(x_4) + L_5(x) * f(x_5) + L_6(x) * f(x_6)$$

onde $L_i(x)$ são os polinômios de Lagrange e são definidos como:

$$L_i(x) = (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n) / ((x_i - x_0)(x_i - x_1)(x_i - x_2) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n))$$

Aqui estão os pontos fornecidos:

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 \\ f(2) &= 1.26 \\ f(4) &= 2.97 \\ f(6) &= 2.02 \\ f(8) &= 4.31 \\ f(10) &= 8.61 \\ f(12) &= 4.21 \end{aligned}$$

Agora, vamos calcular o polinômio interpolador de Lagrange para $x = 7$:

$$P(7) = L_0(7) * f(0) + L_1(7) * f(2) + L_2(7) * f(4) + L_3(7) * f(6) + L_4(7) * f(8) + L_5(7) * f(10) + L_6(7) * f(12)$$

Vamos calcular os valores de $L_0(7)$, $L_1(7)$, $L_2(7)$, $L_3(7)$, $L_4(7)$, $L_5(7)$ e $L_6(7)$ e, em seguida, substituir os valores de $f(x)$ correspondentes:

$$L_0(7) = (7-2)(7-4)(7-6)(7-8)(7-10)(7-12) / ((0-2)(0-4)(0-6)(0-8)(0-10)(0-12)) = (5*3*1*(-1)*(-3)*(-5)) / (-2*(-4)*(-6)*(-8)*(-10)*(-12)) = -225/46080 = -0.00488$$

$$L_1(7) = (7-0)(7-4)(7-6)(7-8)(7-10)(7-12) / ((2-0)(2-4)(2-6)(2-8)(2-10)(2-12)) = (7*3*1*(-1)*(-3)*(-5)) / (2*(-2)*(-4)*(-6)*(-8)*(-10)) = -315/-7680 = 0.041$$

$$L2(7) = (7-0)(7-2)(7-6)(7-8)(7-10)(7-12)/(4-0)(4-2)(4-6)(4-8)(4-10)(4-12) = (7*5*1*(-1)*(-3)*(-5))/(4*2*(-2)*(-4)*(-6)*(-8)) = -525/3072 = -0.17$$

$$L3(7) = (7-0)(7-2)(7-4)(7-8)(7-10)(7-12)/(6-0)(6-2)(6-4)(6-8)(6-10)(6-12) = (7*5*3*(-1)*(-3)*(-5))/(6*4*2*(-2)*(-4)*(-6)) = -1575/-2304 = 0.68$$

$$L4(7) = (7-0)(7-2)(7-4)(7-6)(7-10)(7-12)/(8-0)(8-2)(8-4)(8-6)(8-10)(8-12) = (7*5*3*1*(-3)*(-5))/(8*6*4*2*(-2)*(-4)) = 1575/3072 = 0.51$$

$$L5(7) = (7-0)(7-2)(7-4)(7-6)(7-8)(7-12)/(10-0)(10-2)(10-4)(10-6)(10-8)(10-12) = (7*5*3*1*(-1)*(-5))/(10*8*6*4*2*(-2)) = 525/-7680 = -0.0683$$

$$L6(7) = (7-0)(7-2)(7-4)(7-6)(7-8)(7-10)/(12-0)(12-2)(12-4)(12-6)(12-8)(12-10) = (7*5*3*1*(-1)*(-3))/(12*10*8*6*4*2) = 315/46080 = 0.00683$$

Agora, substituímos esses valores no polinômio interpolador:

$$P(7) = (0) + (0.051) - (0.50) + (1.37) + (2.19) - (0.58) + (0.028) = 2.56$$

Portanto, o valor interpolado de $f(7)$ é aproximadamente 2.56 quando usando interpolação de Lagrange.

3. Conclusões

A tecnologia é um recurso que tem como objetivo de auxiliar nas nossas tarefas do dia a dia. Sabendo disso, como todo recurso, ela pode apresentar umas falhas, na qual podemos observar neste trabalho com o uso do ChatGPT.

Tendo em vista, os dois resultados obtidos, um por mim e outra pela tecnologia, podemos afirmar que a percepção do erro no resultado do ChatGPT foi muito evidente, pois ele estava gerando numeros que não tinham nenhuma coerência em relação ao conhecimento pessoal sobre o método aplicado. Já o meu resultado, utilizei o recurso conhecido como a calculadora, e apliquei todos os passos e obtive um resultado mais preciso e coerente, por conseguinte, o correto.

Portanto, a comparação dos dois resultados nos levou a entender que esta tecnologia usada não seria o mais confiável para realizar tarefas muito complexas como essa, que no caso, quando envolve várias operações ao mesmo tempo. Além disso, sugiro as pessoas a não utilizarem este recurso para realizar as suas atividades por inteiro, e sim, para auxilio, como qualquer outro recurso computacional atual.