**Projeto de Processamento de Imagens Médicas - PTC-5892**

Igor Topcin

Setembro de 2013

# Análise e Aplicação do Filtro de Kuan em Imagens com Ruído Speckle

## I. Introdução

O filtro de Kuan [1] está entre as diversas técnicas propostas na literatura para redução de ruído em imagens. O objetivo deste trabalho é implementar o algoritmo proposto no artigo original, desenvolver uma metodologia de medição da eficácia do filtro, e apresentar os resultados obtidos em imagens produzidas artificialmente.

## II. Filtro de Kuan

### II.a Forma Geral

Kuan é baseado em um modelo estatístico de imagem em que a média e variância são não estacionárias. O modelo de ruído multiplicativo é da forma $g = f + f(n-1)$, que na realidade é derivação da forma aditiva $g = f + n$, onde $g$ é o sinal da imagem observada, $f$ é o sinal original e $n$ é o ruído. A partir do modelo estatístico e do ruído multiplicativo, os autores desenvolveram a estimação linear do erro quadrático médio (EQM) mínimo, expressa da seguinte forma geral:

$$\hat{f}(i,j) = \bar{f}(i,j) + \frac{v_f(i,j)}{v_f(i,j) + \sigma_n^2(i,j)}(g(i,j) - \bar{g}(i,j)) \tag{1}$$

O artigo mostra que localmente $\bar{f} = \bar{g}$. As estatísticas locais $\bar{g}(i,j)$, $v_g(i,j)$ e $v_f(i,j)$ de uma janela de tamanho $(2r+1)(2s+1)$ são dadas por:

$$\bar{g}(i,j) = \frac{1}{(2r+1)(2s+1)} \sum_{p=i-r}^{i+r} \sum_{q=j-s}^{j+s} g(p,q) \tag{2}$$

$$v_g(i,j) = \frac{1}{(2r+1)(2s+1)} \sum_{p=i-r}^{i+r} \sum_{q=j-s}^{j+s} (g(p,q) - \bar{g}(i,j))^2 \tag{3}$$

$$v_f(i,j) = v_g(i,j) - \sigma_n^2(i,j) \tag{4}$$

### II.b Filtro de Kuan para Ruídos Multiplicativos

A equação geral para o filtro foi mostrada em 1, porém para ruídos multiplicativos a estimação $\hat{f}$ é representada da seguinte forma:

$$\hat{f}(i,j) = \bar{f}(i,j) + \frac{v_f(i,j)}{v_f(i,j) + \frac{\sigma_u^2}{E(u)}[(\bar{f}(i,j))^2 + v_f(i,j)]}(g(i,j) - \bar{f}(i,j)) \tag{5}$$

Aqui, $u$ é o ruido multiplicativo cuja média e variância são estacionárias. Com $v_f$ dada por:

$$v_f(i,j) = \frac{\sigma_g^2(i,j) - \frac{\sigma_u^2}{E(u)^2} E(g(i,j))^2}{1 + \frac{\sigma_u^2}{E(u)^2}} \tag{6}$$

Podemos também reescrever a equação 5 da seguinte forma:

$$\hat{f}(i,j) = \bar{f}(i,j) + w(i,j)(g(i,j) - \bar{f}(i,j))$$

$$\Rightarrow \hat{f}(i,j) = w(i,j)g(i,j) + \bar{f}(1 - w(i,j)) \tag{7}$$

Sendo $w(i,j)$ definida por:

$$w(i,j) = \frac{v_f(i,j)}{v_f(i,j) + C_u[(\bar{f}(i,j))^2 + v_f(i,j)]} \tag{8}$$

$C_u$ é o coeficiente de variação do ruído, que aqui assumimos ser estacionário, e portanto pode ser facilmente estimado com o cálculo da seguinte equação em uma região homogênea da imagem:

$$C_u = \frac{\sigma_u^2}{E(u)} \tag{9}$$

Sendo assim, podemos reescrever 6 substituindo $\frac{\sigma_u^2}{E(u)}$ por $C_u$:

$$\begin{aligned} v_f(i,j) &= \frac{\sigma_g^2(i,j) - C_u E(g(i,j))^2}{1 + C_u} \\ &= \frac{\sigma_g^2(i,j) - C_u(\bar{g}(i,j))^2}{1 + C_u} \end{aligned} \tag{10}$$

Substituindo 10 em 8 e assumindo $\bar{f} = \bar{g}$ teremos:

$$\begin{aligned} w(i,j) = \frac{v_f(i,j)}{v_f(i,j) + C_u[(\bar{f}(i,j))^2 + v_f(i,j)]} &= \frac{v_f(i,j)}{v_f(i,j) + C_u(\bar{g}(i,j))^2 + C_u v_f(i,j)} \\ = [\frac{\sigma_g^2(i,j) - C_u(\bar{g}(i,j))^2}{1 + C_u}].[\frac{1}{\frac{\sigma_g^2(i,j) - C_u(\bar{g}(i,j))^2}{1+C_u}(1 + C_u) + C_u(\bar{g}(i,j))^2}] \\ = [\frac{\sigma_g^2(i,j) - C_u(\bar{g}(i,j))^2}{1 + C_u}].[\frac{1}{\sigma_g^2(i,j) - C_u(\bar{g}(i,j))^2 + C_u(\bar{g}(i,j))^2}] \\ = \frac{\sigma_g^2(i,j) - C_u(\bar{g}(i,j))^2}{(1 + C_u)\sigma_g^2(i,j)} = \frac{\sigma_g^2(i,j)}{(1 + C_u)\sigma_g^2(i,j)} - \frac{C_u(\bar{g}(i,j))^2}{(1 + C_u)\sigma_g^2(i,j)} \\ = \frac{1}{1 + C_u} - \frac{C_u(\frac{\bar{g}(i,j)}{\sigma_g})^2}{1 + C_u} \\ = \frac{1 - C_u(\frac{\bar{g}(i,j)}{\sigma_g})^2}{1 + C_u} \end{aligned} \tag{11}$$

Fazendo $C_i(i,j) = \frac{\sigma_x(i,j)}{\bar{g}(i,j))}$ e substituindo em 11, temos:

$$w(i,j) = \frac{1 - \frac{C_u}{C_i}}{1 + C_u} \tag{12}$$

## III. Implementação e Testes

### III.a Implementação

Usamos Python e algumas bibliotecas científicas como IPython [4], SciPy [5] e NumPy [6] em todos os algoritmos e testes.

Para o filtro de Kuan, foram implementadas as equações 7 e 13. O algoritmo para cálculo de $w(i,j)$ é apresentado na listagem abaixo:

Listagem 1: método *weight* de kuan.py

```
def weight(window, cu):
    ci = variation(window)
    ci_2 = ci * ci
    cu_2 = cu * cu

    if cu_2 > ci_2:
        w = 0.0
    else:
        w = (1.0 - (cu_2 / ci_2)) / (1.0 + cu_2)

    return w
```

E a listagem a seguir mostra o algoritmo do filtro de Kuan:

Listagem 2: método *filter* de kuan.py

```
def filter(img, window_size, cu):
    img = np.float64(img)
    img_filtered = np.zeros_like(img)

    N, M = img.shape
    win_offset = window_size / 2

    for i in xrange(0, N):
        xleft = i - win_offset
        xright = i + win_offset
        # (...)

        for j in xrange(0, M):
            yup = j - win_offset
            ydown = j + win_offset
            # (...)

            window = img[xleft:xright, yup:ydown]
            w = weight(window, cu)
            img_filtered[i, j] = round((img[i, j] * w) + (window.mean() * (1.0 -
                w)))

    return img_filtered
```

Algumas partes do código foram omitidas para manter a clareza. O código pode ser consultado na íntegra em http://github.com/igortopcin/ptc5892.

### III.b Medição da Eficácia

Como Kuan é um filtro adaptativo, espera-se que ele se comporte como um filtro de média nas regiões homogêneas da imagem, e um filtro identidade nas bordas. Por esse motivo foram usados dois critérios para a medição da eficácia do filtro implementado. Em cada teste, quantificamos a preservação da média e a redução do desvio padrão em regiões homogêneas. Além desse critério, também quantificamos a preservação das bordas da imagem usando Pratt's *Figure of Merit* (*FOM*) [2], também usado por Yu *et al.* para medir e comparar o desempenho do filtro SRAD PDE [3].

A equação que define o *FOM* é dada por:

$$FOM = \frac{1}{max\{\hat{N}, N_{ideal}\}} \sum_{i=1}^{\hat{N}} \frac{1}{1 + d_i^2 \alpha} \tag{13}$$

Onde $\hat{N}$ é o número de *pixels* de borda detectados, $N_{ideal}$ é o número de *pixels* de borda do nosso *padrão ouro*, $d_i$ é a distância euclideana entre o $i$-ésimo *pixel* de borda detectado e o mais próximo *pixel* de borda do *padrão ouro*.

Assim como Yu, usamos o detector de bordas Canny [7] em nossa implementação do *FOM*, mostrado na listagem 3. Para evitar que Canny suavize demasiadamente a imagem, usamos desvio padrão $\sigma = 0,1$.

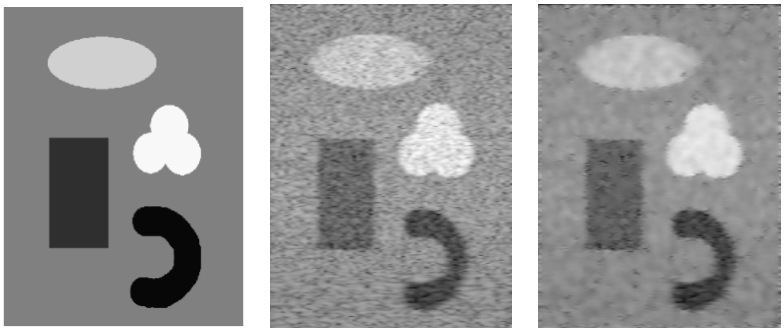
Na prática, o valor do *FOM* pode variar de 0 a 1, sendo 1 o valor para o *padrão ouro*.

Listagem 3: fom.py

```
def fom(img, img_gold_std, alpha = DEFAULT_ALPHA):
    edges_img = canny(img, 0.1)
    edges_gold = canny(img_gold_std, 0.1)

    dist = distance_transform_edt(np.invert(edges_gold))

    fom = 1.0 / np.maximum(
        np.count_nonzero(edges_img),
        np.count_nonzero(edges_gold))

    N, M = img.shape

    for i in xrange(0, N):
        for j in xrange(0, M):
            if edges_img[i, j]:
                fom += 1.0 / ( 1.0 + dist[i, j] * dist[i, j] * alpha)

    fom /= np.maximum(
        np.count_nonzero(edges_img),
        np.count_nonzero(edges_gold))

    return fom
```

### III.c Imagens de Teste

Aplicou-se um ruído *speckle* às imagens 1a e 3a, e um ruído Gaussiano à imagem 2a. As imagens com esses ruídos são 1b, 2b e 3b, que foram em seguida submetidas ao filtro de Kuan. Os testes do filtro resultaram nas imagens 1c, 2c e 3c.



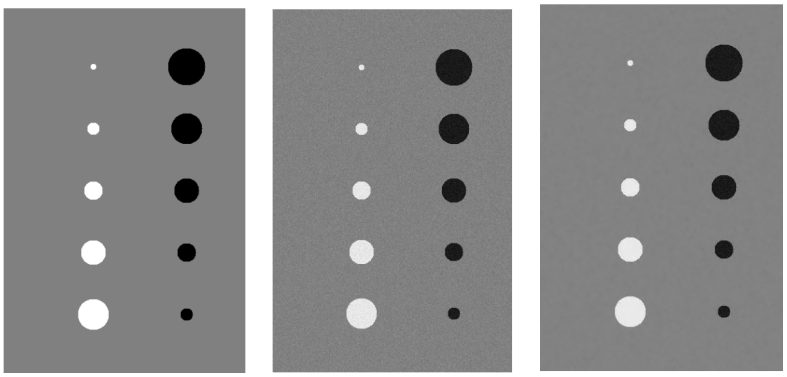
(a) Padrão ouro (b) Ruído *speckle* (c) Filtrada

Figura 1: Imagem de teste 1, com figuras geométricas e ruído do tipo *speckle*

## IV. Resultados

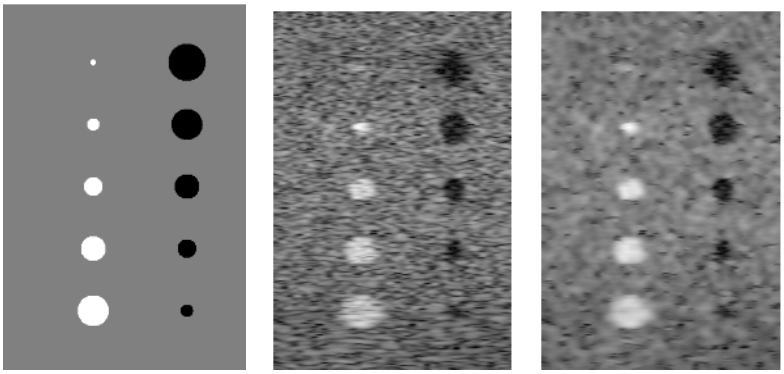
### IV.a Média e Desvio Padrão

Escolhemos arbitrariamente duas áreas homogêneas de cada uma das 3 imagens de teste. Para cada área, comparamos sua média e desvio padrão na imagem original e filtrada. Os resultados são mostrados na tabela 1. Repare que em todas as áreas, exceto na área II da imagem 2c, a média local sofreu leves alterações, enquanto que o desvio padrão diminuiu acentuadamente. Já na área II da imagem 2c, a média e desvio padrão permaneceram quase inalterados. Isso também pode ser percebido visualmente nas imagens 2b e 2c. A área II é o cisto mais escuro, no topo da imagem. Veja que o ruído nessa área da imagem permaneceu quase o mesmo após a filtragem. Isso se deve à escolha do $C_u$ usado no filtro de Kuan, que difere muito do $C_i$ da área II.



(a) Padrão ouro (b) Ruído Gaussiano (c) Filtrada

Figura 2: Imagem de teste 2, com cistos e ruído do tipo Gaussiano de 10dB



(a) Padrão ouro (b) Ruído *speckle* (c) Filtrada

Figura 3: Imagem de teste 3, com cistos e ruído do tipo *speckle*

| Imagem | | $C_u$ | Área I | | | Área II | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Média | Desvio Padrão | $C_i$ | Média | Desvio Padrão | $C_i$ |
| 1b | com ruído | 0,090 | 77,10 | 10,23 | 0,133 | 110,78 | 10,21 | 0,092 |
| 1c | filtrada | | 72,07 | 6,63 | 0,092 | 107,87 | 4,40 | 0,041 |
| 2b | com ruído | 0,045 | 96,99 | 3,80 | 0,039 | 19,79 | 3,87 | 0,195 |
| 2c | filtrada | | 97,70 | 0,92 | 0,009 | 19,73 | 3,79 | 0,192 |
| 3b | com ruído | 0,200 | 87,92 | 20,17 | 0,229 | 138,11 | 16,24 | 0,118 |
| 3c | filtrada | | 95,32 | 12,84 | 0,135 | 149,30 | 10,61 | 0,071 |

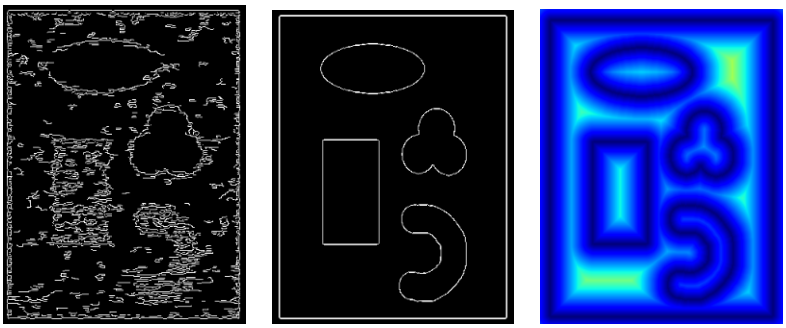
Tabela 1: Média e desvio padrão antes e após o filtro de Kuan

### IV.b Preservação das Bordas

Na seção III.b, Medição da Eficácia, apresentamos o *FOM* de Pratt como o método escolhido para quantificar o critério de preservação das bordas da imagem. As figuras 4 e 5 mostram como o filtro de Kuan se comporta com relação a esse critério.

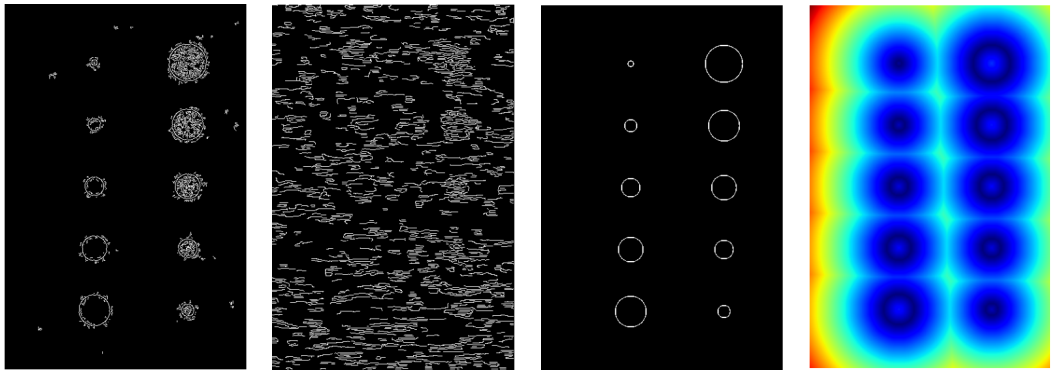
Repare que as imagens 4a e 5b se aproximam muito mais do padrão ouro que 5a.

A tabela 2 apresenta os valores do *FOM* antes e após a filtragem com o algoritmo de Kuan. A imagem de teste 2, com ruído Gaussiano, teve o melhor resultado. A imagem do teste 3, com maior nível de ruído *speckle*, teve o pior resultado.



(a) (b) (c)

Figura 4: Teste 1; (a) e (b) são resultados do detector de bordas Canny aplicado à imagem filtrada e padrão ouro, respectivamente. (c) é a transformada da distância de (b), usada no cálculo do *FOM*



(a) (b) (c) (d)

Figura 5: Testes 2 e 3; (a) e (b) são resultados do detector de bordas Canny aplicado às imagens filtradas 2c e 3c, respectivamente. (c) é Canny aplicado ao padrão ouro de ambos os testes. (d) é a transformada da distância de (c), usada no cálculo do *FOM*

| Imagem | *FOM* com ruído | *FOM* filtrada |
|---|---|---|
| Teste 1 | 0.1766 | 0.3481 |
| Teste 2 | 0.0430 | 0.4453 |
| Teste 3 | 0.0462 | 0.0735 |

Tabela 2: Valores do *FOM* antes e após a filtragem

## V. Conclusões

Neste trabalho conseguimos mostrar a viabilidade da implementação do filtro de Kuan para imagens com ruído multiplicativo. Também mostramos dois critérios de quantificação da eficácia do algoritmo, que permitem avaliar seu desempenho em regiões homogêneas e nas bordas da imagem. Tais critérios também foram implementados e publicados para livre uso em fins científicos ou comerciais.

Após a discussão sobre a implementação do filtro e os critérios de avaliação de desempenho, conduzimos 3 experimentos em imagens produzidas artificialmente, e apresentamos os resultados qualitativos e quantitativos de cada um deles. Algumas conclusões que merecem destaque são:

- A escolha de um bom valor de $C_u$ é fundamental.
- Conhecer o tipo de ruído é essencial para obter resultados ótimos.

**Referências**


[1] D. T. Kuan, A. A. Sawchuk, T. C. Strand, P. Chavel, *Adaptive Noise Smoothing Filter for Images with Signal-Dependent Noise*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 7, No. 2, (1985)

[2] W. K. Pratt, *Digital Image Processing*, Nova Iorque, Wiley, (1977)

[3] Y. Yu and S. T. Acton, *Speckle Reducing Anisotropic Diffusion*, IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 11, No. 11, (2002)

[4] F. Pérez, B. E. Granger, *IPython: A System for Interactive Scientific Computing*, Computing in Science and Engineering, Vol. 9, No. 3, (2007)

[5] E. Jones, T. Oliphant, P. Peterson *et al.*, *SciPy: Open Source Scientific Tools for Python*, (2001)

[6] T. Oliphant *et al.*, *Python for Scientific Computing*, Computing in Science and Engineering, Vol. 9, No. 3, (2007)

[7] J. Canny, *A computational approach to edge detection*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 8, (1986)