

Gerando Random Variates

Um dos principais recursos oferecidos por linguagens e ambientes de simulação é a habilidade de poderem gerar sequências de valores (*streams*) que estão distribuídos segundo alguma distribuição de probabilidade particular. Os valores que compõe uma sequência deste tipo são chamados de **random variates**.

Alguns dos métodos mais populares para geração de random variates são:

- Método da transformada inversa
- Composição
- Convolução
- Aceitação/Rejeição

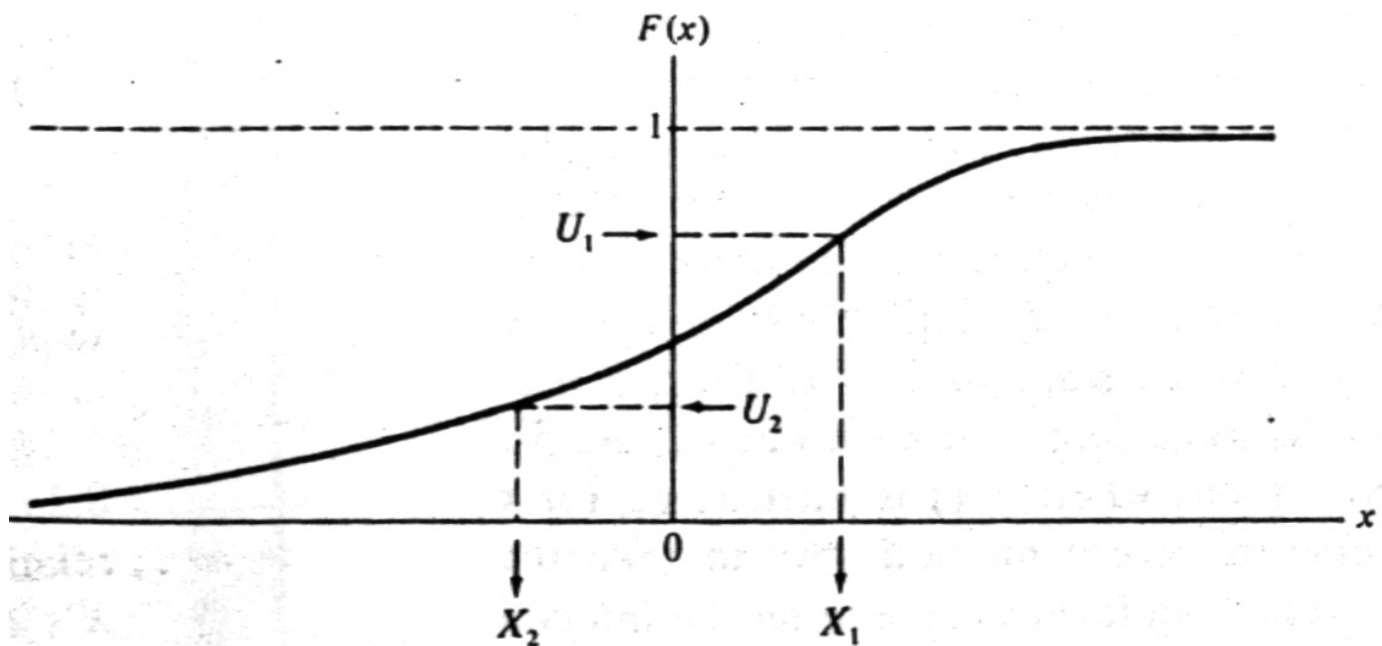
Para efeitos de exemplificação, será apresentado o método da **transformada inversa**, útil para gerar sequências com distribuição exponencial, Weibull, entre outras.

Método da Transformada Inversa

Este método pode ser dividido em dois passos:

1. gerar $U \sim U(0,1)$ onde $\sim \rightarrow$ “está distribuído como”
2. retornar $x = F^{-1}(U)$ onde F^{-1} é a inversa da função acumulada

Demonstração gráfica do algoritmo :



Observação : ao longo do eixo vertical ($F(x)$) os valores são sorteados randômicamente e a distribuição (desejada) é uniforme. Se traçarmos uma reta partindo deste ponto (sorteado) no eixo vertical até encontrar a curva da transformada e deste ponto para baixo em direção ao eixo horizontal, teremos então o valor resultante (a random variate), que segue uma segunda distribuição.

Exemplo do uso do método para obter uma sequência exponencial

$$U = F(x) = 1 - e^{-x/\beta} \quad \text{quando } x > 0 \quad \text{e} \quad F(x) = 0 \quad \text{caso contrário}$$

Encontrando a função inversa:

$$U = 1 - e^{-U/\beta}$$

$$U + e^{-U/\beta} = 1$$

$$e^{-U/\beta} = 1 - U$$

$$\ln(1-U) = -U/\beta \quad \text{lembrando que: } \ln_e a = b \quad \equiv \quad e^b = a$$

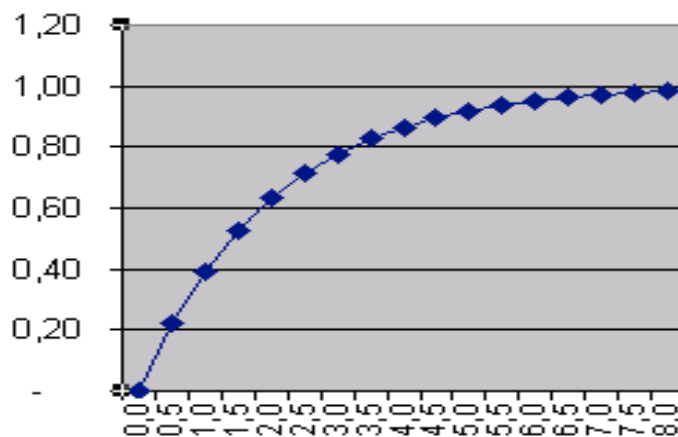
isolando U obtemos:

$$-\beta * (\ln(1-U)) = (-U/\beta) * -\beta$$

$$U = -\beta * \ln(1-U)$$

x	f(x)	F(x)
0	0,500	-
0,5	0,389	0,221
1	0,303	0,393
1,5	0,236	0,528
2	0,184	0,632
2,5	0,143	0,713
3	0,112	0,777
3,5	0,087	0,826
4	0,068	0,865
4,5	0,053	0,895
5	0,041	0,918
5,5	0,032	0,936
6	0,025	0,950
6,5	0,019	0,961
7	0,015	0,970
7,5	0,012	0,976
8	0,009	0,982

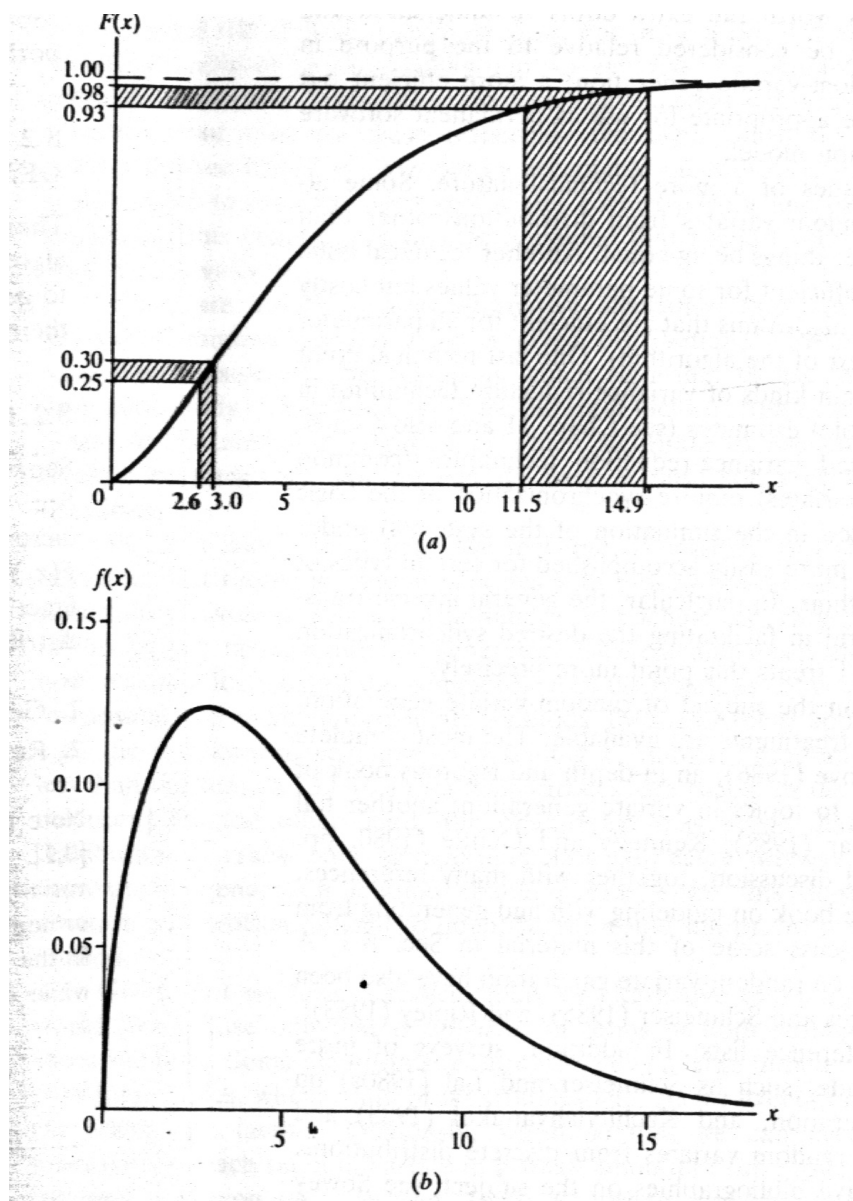
U	$-\beta * \ln(1-U)$
0,1	0,211
0,2	0,446
0,3	0,713
0,4	1,022
0,5	1,386
0,6	1,833
0,7	2,408
0,8	3,219
0,9	4,605
1	#NÚM!



Exemplo com a distribuição Weibull

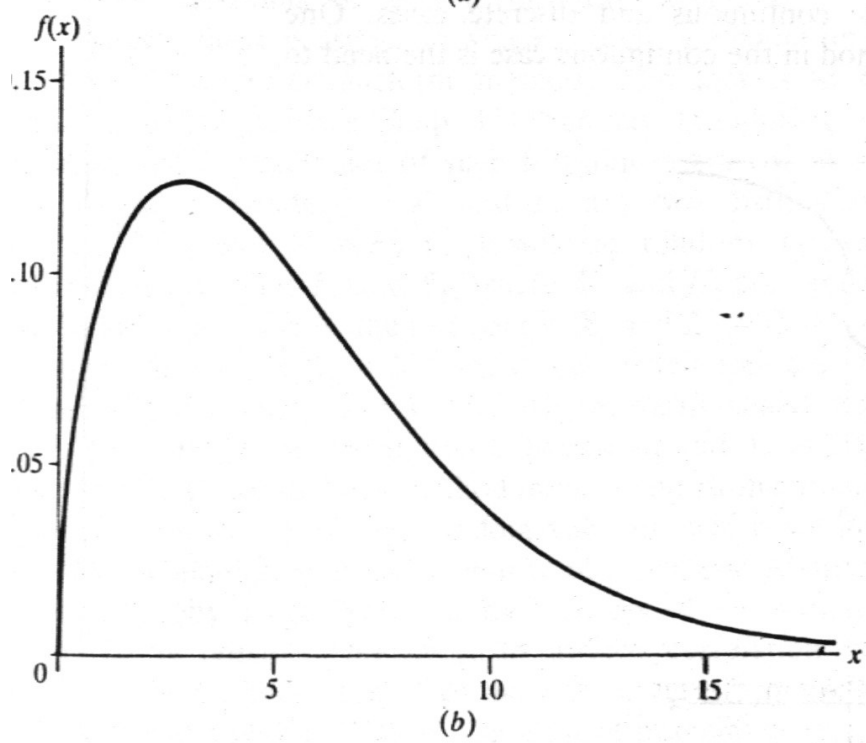
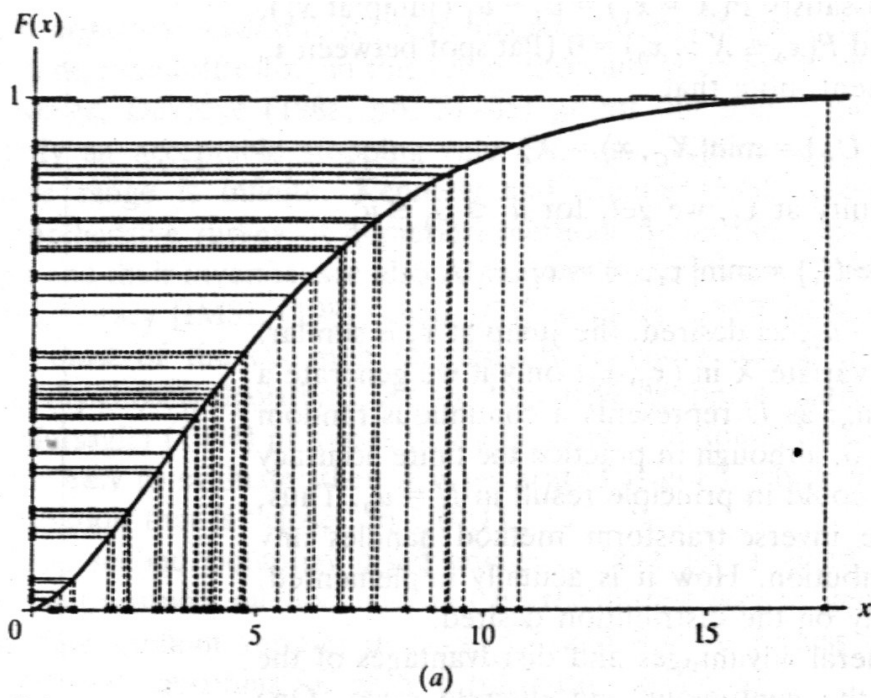
A função densidade $f(x)$ pode ser interpretada como a chance relativa de se observar *variables* em diferentes partes do intervalo.

Supondo uma distribuição Weibull com $\alpha = 1,5$ e $\beta = 6$:



A chance de obter variates entre 2 e 5 é maior que obter valores entre 13 e 16.

A inversa da Weibull: $X = \beta (-\ln U)^{1/\alpha}$



Gerando uma Normal

Devido ao fato da distribuição Normal não possuir uma curva acumulada com um formato fechado, não é possível empregar o método da transformada inversa através dos passos aqui apresentados.

Em 1964 **Marsaglia** e **Bray** apresentaram um método denominado **Polar** que possibilita a geração de uma stream distribuída segundo uma $N(0,1)$.

Passos do método:

1. gerar U_1 e U_2
2. $V_i = 2 * U_i - 1$ para $i = 1$ e 2 (isto é, calcular V_1 e V_2)
3. $W = V_1^2 + V_2^2$
4. se $W > 1$, vai para 1
senão faz

$$y = \sqrt{(-2 * \ln W) / W}$$

$$X_1 = V_1 * y$$

$$X_2 = V_2 * y$$

Se $X \sim N(0,1)$ então pode-se obter $X' \sim N(x,s)$, com $X'' = x + s * X'$

U1	U2	V1	V2	W	Y	X1	X2	X1'	X2'		classe	contagem		
0,854765	0,495433	0,70953	-0,00913	0,503516	1,650877	1,171346	-0,01508	10,51404	6,954759		1 a 3	3		
0,038075	0,944794	-0,92385	0,889589	1,644867	0	0	0	7	7		3 a 5	0		
0,439746	0,147768	-0,12051	-0,70446	0,510792	1,62185	-0,19545	-1,14254	6,413664	3,572394		5 a 7	6		
0,594376	0,958394	0,188752	0,916787	0,876126	0,549442	0,103708	0,503721	7,311125	8,511164		7 a 9	12		
0,434601	0,580106	-0,1308	0,160212	0,042776	12,13921	-1,58779	1,944852	2,236619	12,83456		9 a 11	5		
0,389479	0,423804	-0,22104	-0,15239	0,072083	8,542249	-1,88819	-1,30177	1,335423	3,094684		11 a 13	1		
0,93947	0,286603	0,87894	-0,42679	0,954689	0,311674	0,273943	-0,13302	7,821829	6,600938		13 a 15	0		
0,108835	0,747368	-0,78233	0,494735	0,856805	0,600623	-0,46989	0,29715	5,590341	7,891449					
0,328284	0,075666	-0,34343	-0,84867	0,838182	0,648997	-0,22289	-0,55078	6,331342	5,347651					
0,864075	0,291992	0,72815	-0,41602	0,703272	1,000534	0,728539	-0,41624	9,185617	5,751285		só contando x1			
0,820656	0,291784	0,641312	-0,41643	0,584697	1,354877	0,868899	-0,56421	9,606697	5,307356					
0,62784	0,873477	0,25568	0,746954	0,623312	1,231569	0,314887	0,919925	7,944661	9,759775					
0,514644	0,226077	0,029288	-0,54785	0,300993	2,824546	0,082724	-1,54742	7,248172	2,357753					
0,795348	0,527704	0,590695	0,055409	0,351991	2,43574	1,438779	0,134961	11,31634	7,404883					
0,960794	0,319494	0,921588	-0,36101	0,979655	0,204851	0,188789	-0,07395	7,566366	6,778138					
0,349752	0,170262	-0,3005	-0,65948	0,525207	1,565958	-0,47056	-1,03271	5,588312	3,901861					
0,642148	0,130275	0,284297	-0,73945	0,627611	1,218388	0,346384	-0,90094	8,039152	4,297189					
0,90845	0,751216	0,816901	0,502433	0,919765	0,426457	0,348373	0,214266	8,045118	7,642798					
0,723039	0,101366	0,446078	-0,79727	0,834623	0,658171	0,293596	-0,52474	7,880787	5,425783					
0,77521	0,179265	0,55042	-0,64147	0,714445	0,9702	0,534017	-0,62235	8,602052	5,132938					
0,214853	0,546788	-0,57029	0,093576	0,333991	2,562593	-1,46143	0,239797	2,615708	7,71939					
0,678637	0,284845	0,357273	-0,43031	0,31281	2,725884	0,973886	-1,17297	9,921657	3,481082					
0,608459	0,101558	0,216919	-0,79688	0,682079	1,059194	0,229759	-0,84406	7,689277	4,467833					
0,264793	0,890953	-0,47041	0,781907	0,832667	0,663206	-0,31198	0,518565	6,064057	8,555695					
0,054251	0,744409	-0,8915	0,488818	1,033711	0	0	0	7	7					
0,554902	0,012457	0,109804	-0,97509	0,962848	0,280429	0,030792	-0,27344	7,092377	6,179673					
0,411011	0,902983	-0,17798	0,805967	0,681258	1,061498	-0,18892	0,855532	6,433232	9,566597					
0,968651	0,753157	0,937302	0,506314	1,134889	0	0	0	7	7					
0,659976	0,331478	0,319952	-0,33704	0,215967	3,767379	1,20538	-1,26977	10,61614	3,19069					
0,729283	0,834591	0,458565	0,669182	0,658086	1,127663	0,517107	0,754611	8,55132	9,263834					
media=	7													
desvio=	3													

