

Redes de Filas de Espera – RFE (Queueing Networks)

RFE: conjunto de nós conectados entre si

Cada nó equivale a 1 ou mais servidores com fila associada

Nó = estação de serviço

Funcionamento: cliente vai para um nó, é atendido, vai para outro nó, e assim por diante.

Estação de Serviço:

λ_i : taxa de chegada da estação i

S_i : tempo médio de atendimento (prestação de serviço) da estação i

Para estações multi-servidoras, o número de servidores (C_i) deve ser conhecido.

Com,

$C_i = 1$ estações mono-servidoras $\rightarrow \mu_i$ (taxa de serviço) é sempre igual

$C_i > 1$ estações multiservidoras $\rightarrow \mu_i$ depende do número de clientes (K) presentes na estação

Notação: $\mu_i(k)$ é a taxa de serviço na estação i com k clientes presentes ; taxa de serviço é o número de clientes atendidos em uma fatia de tempo.

$$C_i = 1 \rightarrow S_i = 1 / \mu_i(1)$$

$$C_i > 1 \rightarrow \mu_i(k) = \min(K, C_i) / S_i \quad \text{obs.: } \min(K, C_i) = \text{menor valor entre } K \text{ e } C_i$$

Relação de λ e μ :

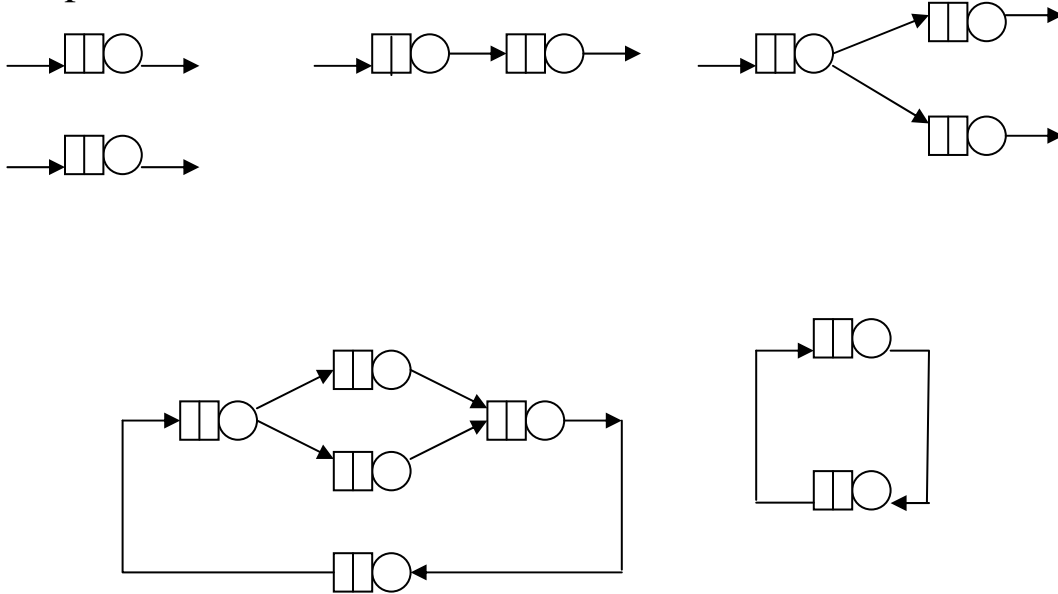
$\lambda = \mu$: situação ideal

$\lambda > \mu$: acúmulo de serviço; geração de filas

$\lambda < \mu$: tempo ocioso de serviço

Definidas as estações, é possível agora definir as redes de filas de espera como sendo um conjunto de estações de serviço ligadas de acordo com um caminho determinado.

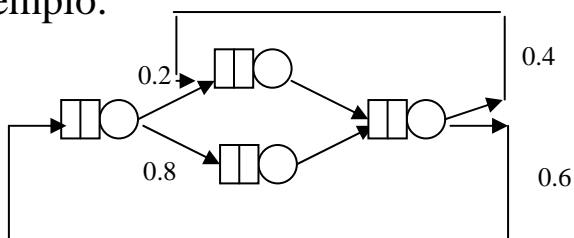
Exemplos:



Este caminhamento é descrito através da probabilidade de rotação da rede (**P_{ij}**). Esta probabilidade define a possibilidade de um cliente saindo de uma estação *i* qualquer, ir para uma outra estação *j* da rede.

P_{ij} => matriz quadrada com ordem igual ao número de estações que compõe a rede.

Exemplo:



I \ J	1	2	3	4
1	0	0.2	0.8	0
2	0	0	0	1
3	0	0	0	1
4	0.6	0.4	0	0

} **P_{ij}**

Exemplo:

Em um estação i com :

$$C_i=3 \text{ e } S_i=2$$

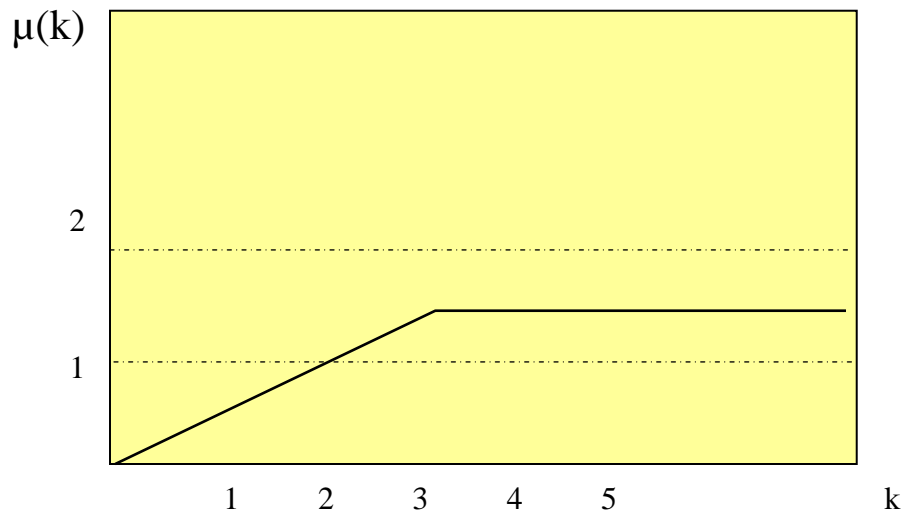
$$\mu(0) = \min(0,3)/2 = 0/2 = 0 \text{ clientes/seg}$$

$$\mu(1) = \min(1,3)/2 = 1/2 = 0,5 \text{ clientes/seg}$$

$$\mu(2) = \min(2,3)/2 = 2/2 = 1 \text{ clientes/seg}$$

$$\mu(3) = \min(3,3)/2 = 3/2 = 1,5 \text{ clientes/seg}$$

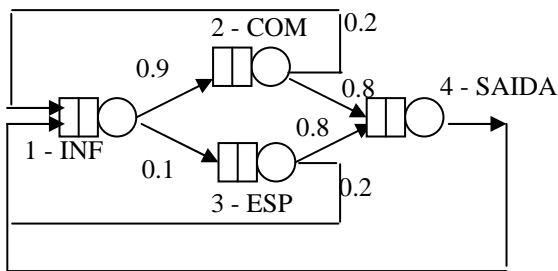
$$\mu(4) = \min(4,3)/2 = 4/2 = 1,5 \text{ clientes/seg}$$



Exemplo:

Um banco possui 3 caixas simples com fila única e uma caixa para atendimento a clientes especiais. O tempo de atendimento para clientes comuns é de **3 minutos** e para clientes especiais é de **4 minutos**. Sabe-se que **90%** dos clientes que entram na agência são comuns e o restante são especiais. Todos os clientes passam pelo balcão de informações onde levam **1 minuto** para serem atendidos pelo atendente, sendo que **20%** dos clientes que saem de cada caixa retornam a este balcão depois de serem atendidos pelo caixa. Os que não retornam ao balcão vão todos para a **saída**.

Construir o modelo que corresponda a esta realidade e calcular o $\mu_i(k)$ máximo de cada estação; definir também a matriz de probabilidade de rotação.



I \ J	1	2	3	4
1	0	0.9	0.1	0
2	0.2	0	0	0.8
3	0.2	0	0	0.8
4	1	0	0	0

} P_{ij}

$$\mu_1(k) = \min(k, 1) / 1 = 1 / 1 = 1 \text{ clientes/seg}$$

Balcão de Inform.

$$\mu_2(k) = \min(k, 3) / 3 = 3 / 3 = 1 \text{ clientes/seg}$$

Cx Comum

$$\mu_3(k) = \min(k, 3) / 4 = 1 / 4 = 0,25 \text{ clientes/seg}$$

Cx Especial

$$\mu_4(k) = \min(k, ?) / ? = ? = ? \text{ clientes/seg}$$

Saída