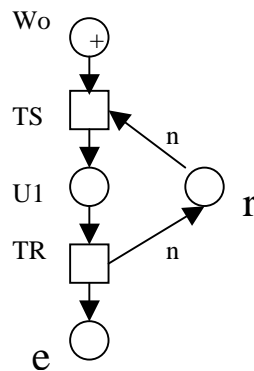


Redes de Petri modelo Qnível Q0

Esquema Temporalizado para modelo -q0 (ET-0)

$W_0 = +$ número infinito de solicitações esperando atendimento
 TS transição de atendimento de solicitação (alocar recursos)
 TR transição que libera recursos
 Mo(r) modelo a unidades de recursos disponíveis para atendimento de solicitações



Equações de Fluxo: modelo q -0

Para análise quantitativa de esquemas temporizados

ET-0: $Mo(r) \geq n, Z(U_i) > 0$

Ocorrem:

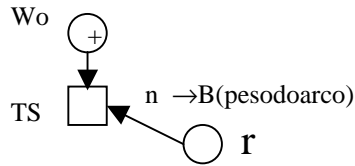
TS: solicitação é atendida
 Consumem marcas de r e W_0
 Estas marcas são usadas em U_1, U_2, \dots

TR: solicitação abandona o sistema
 Marca em e
 unidades de recursos são liberadas, ficando novamente disponíveis

Período Básico: tempo entre ocorrência de TS até a liberação dos recursos (ocorrência de TR)

$$Po(N) = \sum Z(U_i) \longrightarrow \boxed{\text{Somados tempos de utilização do recurso que passam pelos lugares } U}$$

$Mo(r)$:disponibilidade inicial de recursos; cada solicitação requer $B(r, TS)$ marcas para entrar no sistema.



$$m(N) = \lfloor Mo(r)/B(r, TS) \rfloor = \text{int}(Mo(r)/B(r, TS))$$

é o número máximo de solicitações que podem ser atendidas concorrentemente
= número de solicitações atendidas por período básico

Tendo ocorrido TS passado $Po(n)$ unidades de tempo, a solicitação deverá deixar o sistema, o que irá liberar $B(r, TS)$ unidades de recurso.

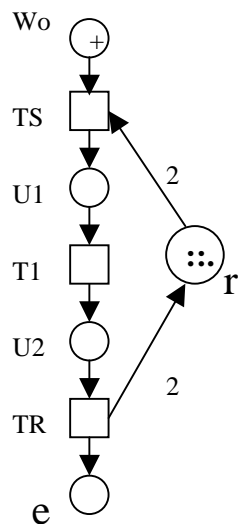
Fluxo Básico : $Do(n) = m(n)/Po(n)$

Representa o número de solicitações atendidas por unidade de tempo.
É a taxa de ocorrência da transição de liberação TR por unidade de tempo.
Unidade de medida é o lambda (λ).

Fluxo de Recursos : $Ro(n) = B(r, TS) \cdot Do(n)$

Para atender uma solicitação são necessárias $B(r, TS)$ unidades de recursos
Um fluxo de $Do(n)$ solicitações requer um fluxo de $Ro(n)$ unidades de recurso

Exemplo 1: análise do seguinte ET -0

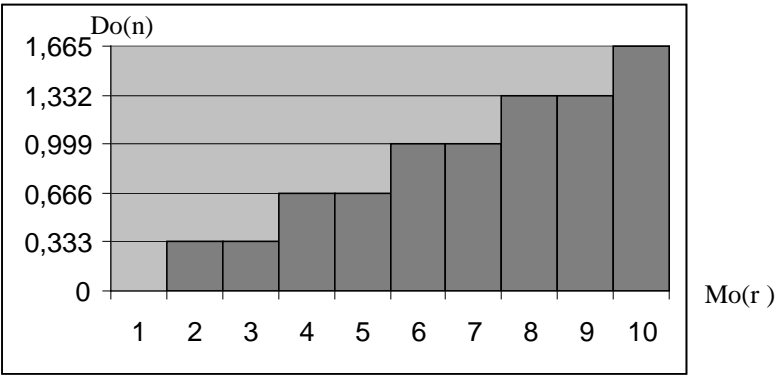


$$\begin{aligned} Z(U1) &= 1z & Z(U2) &= 2z \\ Po(n) &= Z(U1) + Z(U2) = 3z \\ m(n) &= \text{int}(Mo(r)/B(r, TS)) = \text{int}(5/2) = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Do(n) &= m(n)/Po(n) = 2/3 = 0,666 \lambda \\ & \text{(acada 3z são atendidas 2 requisições;} \\ & \text{acada 1z, são atendidas 0,666 reqs.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Ro(n) &= B(r, TS) \cdot Do(n) = 2 \cdot 0,666 = 1,333 \text{ unidades de rec.} \\ & \text{(= número de unidades de recurso consumidas em 1z;} \\ & \text{se 1 solicit. consome 2 marcas} \\ & \text{0,666 solicit. consomem 1,333 marcas)} \end{aligned}$$

DiagramaDo(n)xMo(r)

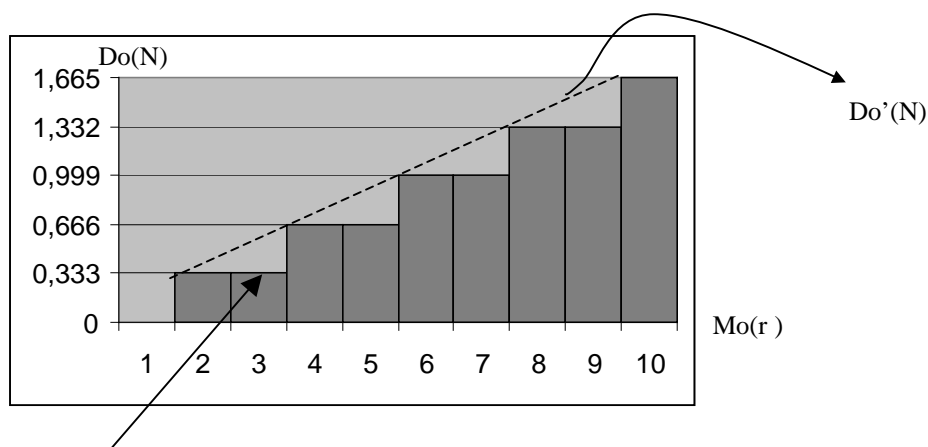


Comportamentodaredeemfunçãodamarcaçãoinicial

Para:

Mo(r)	m(n)	Do(n)
0	0	0
1	0	0
2	1	0,333 λ
3	1	0,333 λ
4	2	0,666 λ
5	2	0,666 λ

Análise da sub-utilização de recursos



Com 3 marcas no lugar há desperdício de recurso.

$Do'(N)$ é o **FLUXO IDEAL** (valor teórico máximo para o fluxo)

$Do'(N) = (Mo(r)/B(r, TS)) / Po(n)$ OBS: não há arredondamento para o menor int.

No Fluxo Ideal supõe-se que cada acréscimo de $Mo(r)$ há aumento de $Do(N)$, o que gera uma retasem “degraus”

Então:

Mo(r)	m(n)	Do'(n)
0	0	0
1	0	0
2	1	$0,333 \lambda$
3	1,5	$0,5 \lambda$
4	2	$0,666 \lambda$
5	2,5	$0,833 \lambda$

Tempo de Espera Induzido em um Lugar

Como objetivo de medir (ou quantificar) o desperdício de recursos, é introduzido o conceito de tempo de espera induzido de uma marca em um lugar de rede.

Supondo $Mo(r)=3$

$$Do(N) = \lfloor 3/2 \rfloor / 3 = 1/3 = 0,333 \lambda$$

$$Do'(N) = (3/2)/3 = 1/2 = 0,5 \lambda$$

Então, considerando indução de tempo de espera ($Zw(r)$):

$$Do'(N) \text{ com } Zw = (3/2) / (3 + Zw(r)) = Do(N)$$

$$(1,5) / (3 + Zw(r)) = 0,333$$

$$(1,5) / (3 + 1,5) = 0,333 \Rightarrow Zw(r) = 1,5$$

$$(1,5) / 4,5 = 0,333$$

A equação que representa $Zw(r)$:

$$Zw(r) = ((Mo(r)/B(r, TS)) / Do(N)) - Po(N)$$

Neste exemplo:

$$Zw(r) = ((3/2) / 0,333) - 3 = 1,5$$

$Mo(r)$	$Do(n)$	$Do'(n)$	$Zw(r)$
0	0	0	0
1	0	0	0
2	$0,333 \lambda$	$0,333 \lambda$	0
3	$0,333 \lambda$	$0,5 \lambda$	1,5
4	$0,666 \lambda$	$0,666 \lambda$	0
5	$0,666 \lambda$	$0,833 \lambda$	0,753

Índice de Sub-utilização

$$U^o(N) = Z_w(r) / (\sum Z(U_i) + Z_w(r)) \quad \text{ou} \quad U^o(N) = 1 - (Do(N) / Do'(N))$$

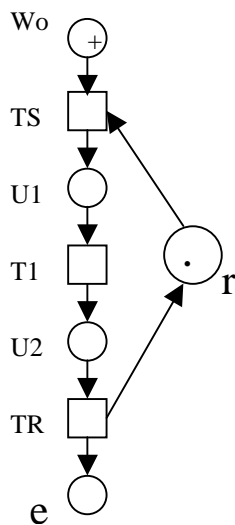
No exemplo:

$$U^o(N) = 1,5 / (3 + 1,5) = 1,5 / 4,5 = 0,333$$

Interpretação:

- Tempo de espera de uma marca em r corresponde a 33,33% do tempo total ($P_o + Z_w$)
- $Do(N)$ é 33,3 % menor que $Do'(N)$ ou
- $Do(N)$ é 66,6 % de $Do'(N)$

Marcação e diadeum lugar



$$Z(U_1) = 1z$$

$$Z(U_2) = 9z$$

$$P_o(N) = 10z$$

Observando arede:

$$\text{Durante o } 1^o z \quad (M(U_1), M(U_2)) = (1, 0)$$

$$\text{Nos } 9z \text{ seguintes } (M(U_1), M(U_2)) = (0, 1)$$

Logo:

$$\text{Ao longo dos } 10z \quad (\bar{M}(U_1), \bar{M}(U_2)) = (0, 1, 0, 9)$$

$$M(U) = Do(N) * Z(U)$$

$$\bar{M}(r) = Do(N) * B(r, TS) * Z_w(r)$$

$$\bar{M}(r) = Mo(r) - m(N) * B(r, TS)$$