

ÁLGEBRA DE BOOLE

Postulados:

$$\text{Complementação: } \begin{cases} \text{Se } A = 0 \text{ e } \bar{A} = 1 \\ \text{então } \overline{\bar{A}} = 0 \text{ ou } \overline{\overline{A}} = A \end{cases}$$

$$\text{Adição: } \begin{cases} 0 + 0 = 0 \\ 1 + 1 = 1 \\ 1 + 0 = 0 + 1 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Multiplicação: } \begin{cases} 0 * 0 = 0 \\ 1 * 1 = 1 \\ 1 * 0 = 0 * 1 = 0 \end{cases}$$

Teoremas Booleanos:

T1 - Lei comutativa

(a) $A + B = B + A$

(b) $A \cdot B = B \cdot A$

T2- Lei Associativa

(a) $(A + B) + C = A + (B + C)$

(b) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$

T3 - Lei distributiva

(a) $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

(b) $A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$

T4 - Lei da identidade

(a) $A + A = A$

(b) $A \cdot A = A$

T5 - Lei da Negação

(a) $\overline{(\bar{A})} = A$

T6 - Lei de redundância

(a) $A + A \cdot B = A$

(b) $A \cdot (A + B) = A$

T7 -(a) $0 + A = A$

(b) $1 \cdot A = A$

(c) $1 + A = 1$

(d) $0 \cdot A = 0$

T8 - (a) $\overline{\bar{A}} + A = 1$

(b) $\overline{\bar{A}} \cdot A = 0$

T9 -(a) $A + \overline{\bar{A}} \cdot B = A + B$

(b) $A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$

T10 - Teorema de Morgan

(a) $\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

(b) $\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$

SIMPLIFICAÇÃO DE EXPRESSÕES BOOLEANAS

Exemplo 1:

Simplifique a expressão: $S = A \cdot (A \cdot (B + C))$

Solução:

$$\begin{aligned} A \cdot (A \cdot (B + C)) &= A \cdot A \cdot B + A \cdot C && [T3(a)] \text{ distributiva} \\ &= A \cdot B + A \cdot C && [T4(b)] \text{ identidade} \\ &= A \cdot (B + C) && [T3(a)] \text{ distributiva} \end{aligned}$$

Exemplo 2:

Simplifique a expressão: $S = ABC + A\bar{C} + A\bar{B}$

Solução:

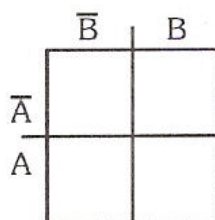
$$\begin{aligned} S &= A(BC + \bar{C} + \bar{B}) \\ S &= A[BC + (\bar{C} + \bar{B})] && [T2(a)] \\ S &= A[BC + \overline{(\overline{C + B})}] && [T5(a)] \\ S &= [BC + \overline{(\overline{BC})}] \cdot A && [T10(a)] \\ \rightarrow BC + \overline{(\overline{BC})} &= 1 && [T8(a)] \\ \text{logo } S &= A * 1 = A \therefore S = A \end{aligned}$$

Exercícios:

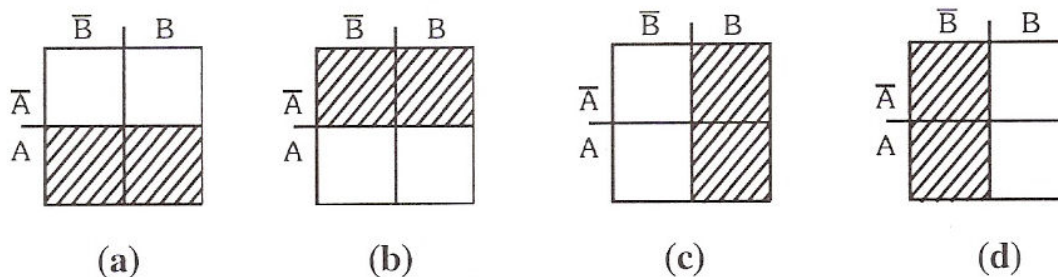
Livro IDOETA – Elementos de Eletrônica Digital: pág. 148, nº 3.10.1 até 3.10.7

SIMPLIFICAÇÃO DE EXPRESSÕES BOOLEANAS ATRAVÉS DOS DIAGRAMAS DE VEITCH-KARNAUGH

MAPA DE KARNAUGH PARA 2 VARIÁVEIS




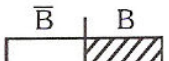
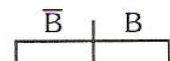

Possibilidades assumidas entre as variáveis A e B



- (a) região onde $A = 1$
- (b) região onde $A = 0$ ($\bar{A} = 1$)
- (c) região onde $B = 1$
- (d) região onde $B = 0$ ($\bar{B} = 1$)

Com 2 variáveis podemos obter 4 possibilidades:

A	B	
0	0	→ caso 0
0	1	→ caso 1
1	0	→ caso 2
1	1	→ caso 3

Caso 0: região $\overline{A}\overline{B}$	Caso 1: região $\overline{A}B$	Caso 2: região $A\overline{B}$	Caso 3: região AB	Possibilidades									
				<table><tr><td></td><td>\overline{B}</td><td>B</td></tr><tr><td>\overline{A}</td><td>Caso 0 $\overline{A} \ \overline{B}$ 0 0</td><td>Caso 1 $\overline{A} \ B$ 0 1</td></tr><tr><td>A</td><td>Caso 2 $A \ \overline{B}$ 1 0</td><td>Caso 3 $A \ B$ 1 1</td></tr></table>		\overline{B}	B	\overline{A}	Caso 0 $\overline{A} \ \overline{B}$ 0 0	Caso 1 $\overline{A} \ B$ 0 1	A	Caso 2 $A \ \overline{B}$ 1 0	Caso 3 $A \ B$ 1 1
	\overline{B}	B											
\overline{A}	Caso 0 $\overline{A} \ \overline{B}$ 0 0	Caso 1 $\overline{A} \ B$ 0 1											
A	Caso 2 $A \ \overline{B}$ 1 0	Caso 3 $A \ B$ 1 1											

EXEMPLO

Tabela verdade obtida do estudo de uma função de 2 variáveis:

A	B	S	
0	0	0	→ caso 0
0	1	1	→ caso 1
1	0	1	→ caso 2
1	1	1	→ caso 3

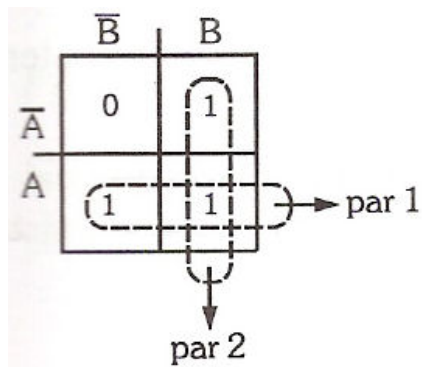
Expressão característica obtida da tabela verdade:

$$S = \overline{A}B + A\overline{B} + AB$$

Passando para o Mapa de Karnaugh:

	\overline{B}	B
\overline{A}	0	1
A	1	1

Efetuando o agrupamento:



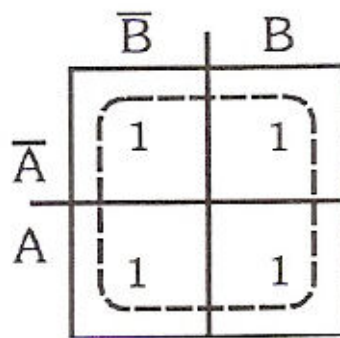
Par 1 ocupa a região onde $A = 1 \Rightarrow \text{Par 1} = A$

Par 2 ocupa a região onde $B = 1 \Rightarrow \text{Par 2} = B$

Expressão simplificada: $S = \text{Par 1} + \text{Par 2} \therefore S = A + B$

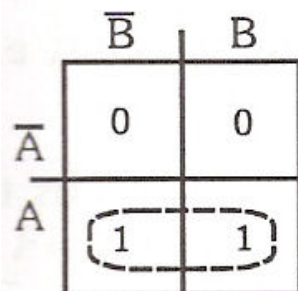
AGRUPAMENTO DE REGIÕES

a) Quadra

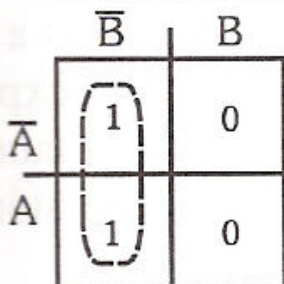


\Leftarrow Quadra : $S = 1$

b) Pares

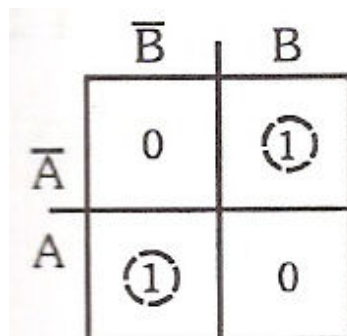


\Leftarrow Par A (está exclusivamente na região A)



\Leftarrow Par \bar{B} (está exclusivamente na região \bar{B})

c) Termos isolados



\Leftarrow Termo $\bar{A}B$

\Leftarrow Termo $A\bar{B}$

EXERCÍCIO: Livro IDOETA – Elementos de Eletrônica Digital: pág. 149, nº 3.10.9