

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

Лабораторная работа № 5: Интерполяция функции

Вычислительная математика

Вариант №4

Студент

Дубинин Артём Сергеевич

группа Р3215

Преподаватель

Малышева Татьяна Алексеевна

Санкт - Петербург 2025 год

Вычислительная реализация задачи

х	у	X ₁	X ₂
1,05	0,1213	1,051	1,277
1,15	1,1316		
1,25	2,1459		
1,35	3,1565		
1,45	4,1571		
1,55	5,1819		
1,65	6,1969		

I	x _i	y _i	Δy _i	Δ ² y _i	Δ ³ y _i	Δ ⁴ y _i	Δ ⁵ y _i	Δ ⁶ y _i
1	1.05	0.1213	1.0103	0.004	-0.041	0.0347	0.0058	-0.1145
2	1.15	1.1316	1.0143	-0.0037	-0.0063	0.0405	-0.1087	
3	1.25	2.1459	1.0106	-0.01	0.0342	-0.0682		
4	1.35	3.1565	1.0006	0.0242	-0.034			
5	1.45	4.1571	1.0248	-0.0098				
6	1.55	5.1819	1.015					
7	1.65	6.1969						

Т.к $X_1 = 1.051$ очень близко к узлу $x_0 = 1.05$ используем первую формулу

$$P(t) = y_0 + t \Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)}{3!} \Delta^3 y_0 + \dots,$$

$$t = \frac{X_1 - x_0}{h}, \quad h = x_1 - x_0 = 1,15 - 1,05 = 0,10.$$

1. Шаг $h = 0,1$.

2. $t = \frac{1,051 - 1,05}{0,1} = 0,001/0,1 = 0,01$.

1. $P_0 = y_0 = 0,121300$

2. $P_1 = t \Delta y_0 = 0,01 \cdot 1,0103 = 0,010103$

3. $P_2 = \frac{t(t-1)}{2} \Delta^2 y_0 = \frac{0,01(0,01-1)}{2} \cdot 0,004 = \frac{0,01 \cdot (-0,99)}{2} 0,004 = -0,0000198$

4. $P_3 = \frac{t(t-1)(t-2)}{6} \Delta^3 y_0 = \frac{0,01(-0,99)(-1,99)}{6} (-0,041) \approx -0,0001345$

$$f(1,051) \approx P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = \\ 0,121300 + 0,010103 - 0,0000198 - 0,0001345 \approx 0,1312497.$$

$$f(1,051) \approx 0,13125.$$

Форма первой формулы Гаусса

$$P(X) = y_3 + t \Delta y_3 + \frac{t(t-1)}{2!} \Delta^2 y_2 + \frac{t(t-1)(t+1)}{3!} \Delta^3 y_2 \\ + \frac{t(t-1)(t+1)(t-2)}{4!} \Delta^4 y_1 + \dots, \\ t = \frac{X_2 - x_3}{h}, \quad h = 0,10.$$

$$h = x_{i+1} - x_i = 1,35 - 1,25 = 0,10.$$

$$t = \frac{1,277 - 1,25}{0,10} = 0,27.$$

$$1. P_0 = y_3 = 2,145900$$

2.

$$P_1 = t \Delta y_3 = 0,27 \cdot 1,0106 = 0,272862$$

3.

$$P_2 = \frac{t(t-1)}{2} \Delta^2 y_2 = \frac{0,27(0,27-1)}{2} \cdot (-0,0037) = \frac{0,27 \cdot (-0,73)}{2} \cdot (-0,0037) = +0,000365$$

4.

$$P_3 = \frac{t(t-1)(t+1)}{6} \Delta^3 y_2 = \frac{0,27(0,27-1)(0,27+1)}{6} \cdot (-0,0063) = \frac{0,27 \cdot (-0,73) \cdot 1,27}{6} \cdot (-0,0063) = +0,000262$$

5.

$$P_4 = \frac{t(t-1)(t+1)(t-2)}{24} \Delta^4 y_1 = \frac{0,27(0,27-1)(0,27+1)(0,27-2)}{24} \cdot 0,0347 = \frac{0,27 \cdot (-0,73) \cdot 1,27 \cdot (-1,73)}{24} \cdot 0,0347 = +0,000626$$

$$f(1,277) \approx P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \\ = 2,145900 + 0,272862 + 0,000365 + 0,000262 + 0,000626 \\ \approx 2,420015 \Rightarrow \boxed{2,42002}$$

Программная реализация задачи

<https://github.com/dbnnae-major/university-computationalmathematics/tree/main/5%20%D0%9B%D0%90%D0%91%D0%90/src>