5.a) D'après le petit théorème de Fermat on a:
$2^{p-1} \equiv 1\ [p]$ qui peut s'écrire $2 \times 2^{p-2} \equiv 1\ [p]$ et, en multipliant les deux membres de la congruence par 3 :
$6 \times 2^{p-2} \equiv 3\ [p]$.
Similairement :
$3^{p-1} \equiv 1\ [p]$ qui peut s'écrire $3 \times 3^{p-2} \equiv 1\ [p]$ et, en multipliant les deux membres de la congruence par 2 :
$6 \times 3^{p-2} \equiv 2\ [p]$.

5.b) $u_{p-2} = 2^{p-2} + 3^{P-2} + 6^{p-2} - 1$
$6\ u_{p-2} = 6 \times 2^{p-2} + 6 \times 3^{P-2} + 6 \times 6^{p-2} - 6$
$6\ u_{p-2} = 6 \times 2^{p-2} + 6 \times 3^{P-2} + 6^{p-1} - 6$
En remarquant que $6^{p-1} \equiv 1\ [p]$ (petit théorème de Fermat), on a
$6 \times 2^{p-2} + 6 \times 3^{P-2} + 6^{p-1} - 6 \equiv 3 + 2 + 1 - 6 \equiv 0\ [p]$, soit
$6\ u_{p-2} \equiv 0\ [p]$

5.c) p est premier avec 6, donc p divise u_{p-2} (théorème de Gauss).
Donc $p \in (E)$.