Terminale ES/L

BAC BLANC

MATHÉMATIQUES 2018

Didier Bonnel

Agrégé de mathématiques

MATHS-COURS.FR

ISBN : 978-2-9563715-0-2

SOMMAIRE

PARTIE I
ES : Enseignement spécifique
L : Enseignement de spécialité

PARTIE II

ES : Enseignement de spécialité

INTRODUCTION

Cet ouvrage propose **6 sujets inédits de type « Bac blanc »** destinés aux élèves de Terminale ES ainsi qu'aux élèves de Terminale L ayant choisi la spécialité Maths.

Chacun de ces sujets comporte 4 exercices de longueur et de difficulté comparables à celles habituellement rencontrées lors des épreuves du baccalauréat.

En seconde partie, s'ajoutent **6 problèmes destinés aux élèves de Terminale ES inscrits en spécialité Maths.**

Les exercices couvrent l'**ensemble du programme** ; toutefois, les premiers sujets ont été conçus de manière à pouvoir être abordés **en début ou en cours d'année scolaire** :

— Le premier sujet permet de réviser les compétences normalement acquises en Première qu'il est indispensable de maîtriser le jour de l'épreuve : **pourcentages, suites arithmétiques et suites géométriques, algorithmes, lectures graphiques, fonctions dérivées, arbres probabilistes, loi binomiale**.

— Les deux sujets suivants abordent des notions qui sont généralement étudiées durant la première moitié de l'année de Terminale : **théorème des valeurs intermédiaires, convexité, fonctions logarithme et exponentielle, suites arithmético-géométriques.**

— Les trois derniers sujets reprennent l'ensemble du programme en insistant sur les leçons vues en fin d'année : **intégration, loi de probabilité à densité, estimation**.

— Enfin, les exercices de spécialité ES se répartissent entre : **matrices, généralités sur les graphes** et **graphes probabilistes**.

Les corrigés sont particulièrement détaillés afin de venir en aide aux élèves en difficulté. Des encadrés permettent de compléter et d'approfondir ces corrigés :

— « **À retenir** » rappelle les points essentiels du cours nécessaires à la résolution de l'exercice.

— « **Attention** » pointe les erreurs fréquemment commises par les lycéens et indique comment y remédier.

— « **En pratique** » propose des méthodes ou des astuces utilisées pour résoudre des questions-type.

— « **Bien rédiger** » explique comment justifier correctement les réponses en ne détaillant ni trop, ni trop peu.

L'ouvrage est protégé par la législation française concernant le droit d'auteur. Toutefois, afin de permettre à l'acquéreur d'utiliser le livre numérique sur différents supports, celui-ci est volontairement **exempt de DRM** (Digital Rights Management : dispositif destiné à interdire ou à limiter la copie d'un fichier).

De plus, à titre exceptionnel, **les enseignants sont autorisés à proposer les exercices du livre à leurs élèves** aussi bien en devoir maison qu'en contrôle surveillé.
À cet effet, **les sujets et annexes peuvent être téléchargés et imprimés** à partir de la page :

https://www.maths-cours.fr/bb-esl-2018-sujets/

dans un format plus adapté à une utilisation en classe (cette possibilité est réservée aux personnes ayant acheté l'ouvrage).

Dans le tableau ci-après, **Exercice 1-2** *signifie « Sujet 1 - Exercice 2 »* *et* **Exercice s-1** *signifie « Spécialité ES - Exercice 1 ».*

SUITES	
Pourcentages	Exercice 1-1 – Exercice 2-2
Suites arithmétiques	Exercice 1-3
Suites géométriques	Exercice 1-3 – Exercice 2-1 Exercice 5-4
Suites arithmético-géométriques	Exercice 2-4 – Exercice 3-2 Exercice 4-4 – Exercice 6-2 Exercice s-6
Algorithmes	Exercice 1-3 – Exercice 2-4 Exercice 5-4 – Exercice 6-4 Exercice s-5 – Exercice s-6
FONCTIONS	
Lectures graphiques	Exercice 1-1 – Exercice 1-2 Exercice 3-1 – Exercice 3-3 Exercice 5-2
Théorème des valeurs intermédiaires	Exercice 2-1 – Exercice 3-3 Exercice 4-3 – Exercice 5-2 Exercice 5-3

FONCTIONS *(suite)*	
Dérivées - Tableau de variations	Exercice 1-1 – Exercice 1-2 Exercice 2-1 – Exercice 2-2 Exercice 3-1 – Exercice 3-3 Exercice 4-3 – Exercice 5-3 Exercice 6-4
Convexité	Exercice 3-3 – Exercice 4-1 Exercice 5-2 – Exercice 6-4
Fonction exponentielle	Exercice 3-3 – Exercice 4-1 Exercice 5-3
Fonction logarithme	Exercice 4-3 – Exercice 5-2 Exercice 6-1
Intégrales	Exercice 4-1 – Exercice 4-3 Exercice 5-2 – Exercice 5-3 Exercice 6-1
PROBABILITÉS	
Arbres - Probabilités conditionnelles	Exercice 1-4 – Exercice 2-1 Exercice 2-3 – Exercice 3-4 Exercice 4-2 – Exercice 6-2
Loi binomiale	Exercice 1-4 – Exercice 2-3
Loi uniforme	Exercice 4-2 – Exercice 6-1

PROBABILITÉS *(suite)*	
Loi normale	Exercice 5-1 – Exercice 6-3
Estimation	Exercice 5-1 – Exercice 6-3
SPÉCIALITÉ ES	
Généralités sur les graphes	Exercice s-1 – Exercice s-2 Exercice s-3 – Exercice s-3
Graphes probabilistes	Exercice s-4 – Exercice s-5 Exercice s-6
Chemin optimal	Exercice s-2 – Exercice s-3
Interpolation polynomiale	Exercice s-4

PARTIE I

Série ES
ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

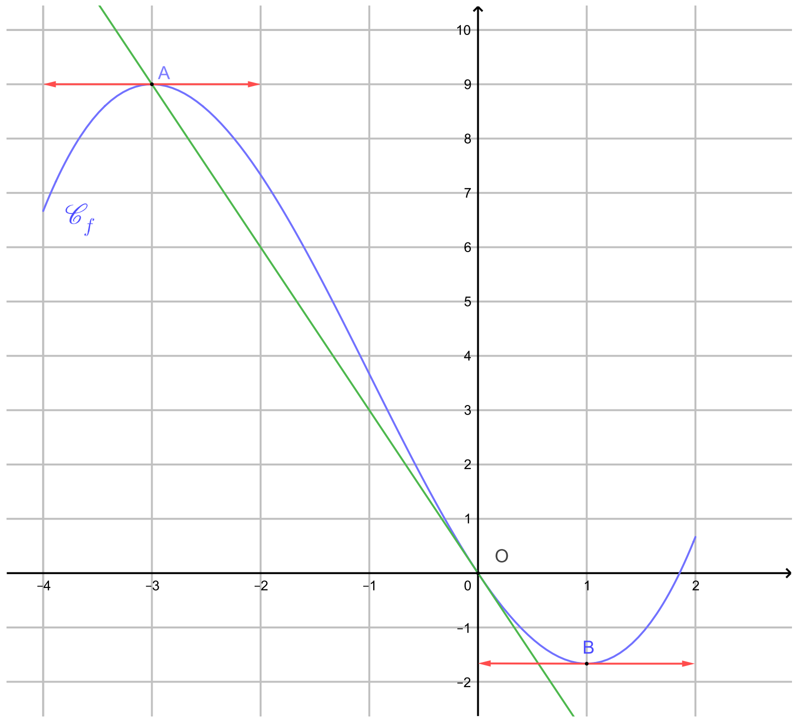
Série L
ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

EXERCICE 1 *5 points*

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie en justifiant le choix effectué.

Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

Pour les questions **1.**, **2.** et **3.**, f est une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-4\ ;\ 2]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$, dans un repère orthogonal, est tracée ci-après.



La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par l'origine O du repère et par les points

$A(-3\ ;\ 9)$ et $B\left(1\ ;\ -\dfrac{5}{3}\right)$.

Les tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ aux points A et B sont parallèles à l'axe des abscisses.

La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point O passe par le point A.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

- **Question 1 :**

  La valeur exacte de $f(0)$ est :

  a. 0
  b. 1
  c. $-\dfrac{5}{3}$
  d. autre réponse

- **Question 2 :**

  La valeur exacte de $f'(0)$ est :

  a. 0
  b. -3
  c. 3
  d. autre réponse

- **Question 3 :**

  L'ensemble S des solutions de l'équation $f'(x) = 0$ est :

  a. $S = \varnothing$
  b. $S = \{0\}$
  c. $S = \{-3\ ;\ 1\}$
  d. $S = \left\{-\dfrac{5}{3}\ ;\ 9\right\}$

- **Question 4 :**

  Lors des soldes d'hiver, le prix d'un article est passé de 150 euros à 120 euros.

  Quel est le taux de la remise accordée par le vendeur ?

  a. 15%
  b. 20%
  c. 25%
  d. 30%

- **Question 5 :**

  De 2005 à 2010, la population d'une ville a augmenté de 5% puis, de 2010 à 2015, a diminué de 3%.

  Le taux d'évolution global de cette population entre 2005 et 2015 est :

  a. 2%
  b. 8,15%
  c. 1,85%
  d. 0,2%

☆ EXERCICE 2 *5 points*

Une entreprise produit et commercialise des granulés de céréales destinés à l'alimentation des volailles.

Elle produit, chaque jour, entre 0 et 5 tonnes de granulés.

On note x le nombre de tonnes de granulés produits quotidiennement par cette entreprise.

Le coût de fabrication quotidien, exprimé en centaines d'euros, peut être modélisé par une fonction C, définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 5]$, dont la représentation graphique $\mathscr{C}$ dans un repère orthogonal est fournie en Annexe.

L'entreprise vend la totalité des granulés produits au prix de 5 400 euros la tonne.

Partie A

1. Expliquer pourquoi la recette quotidienne de l'entreprise, exprimée en centaines d'euros, peut être modélisée par la fonction R, définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 5]$, par :

$$R(x) = 54x.$$

où x représente le nombre de tonnes de granulés produits en une journée.

Tracer la représentation $\mathscr{R}$ de la fonction R sur le graphique fourni en Annexe (à rendre avec la copie).

2. Estimer, à l'aide du graphique, le coût de fabrication quotidien et la recette quotidienne pour une production de 2 tonnes puis de 5 tonnes.

Indiquer, dans chacun de ces deux cas, si l'entreprise est bénéficiaire.

3. Par lecture graphique, estimer l'intervalle auquel doit appartenir x pour que l'entreprise réalise un bénéfice.

Partie B

Dans cette partie, on suppose que le coût de fabrication de x tonnes de granulés, en centaines d'euros, peut être modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 5]$ par :

$$C(x) = 8x^3 - 60x^2 + 150x.$$

1. Calculer $C'(x)$.

   En déduire que la fonction C est croissante sur $[0\ ;\ 5]$.

2. On note $B(x)$ le résultat net quotidien (en centaines d'euros) de l'entreprise, c'est à dire la différence entre la recette et le coût de fabrication quotidien.

   Exprimer $B(x)$ puis $B'(x)$ en fonction de x.

3. Tracer le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0\ ;\ 5]$.

4. Pour quelle production le résultat net de l'entreprise est-t-il maximal ?

   Quel est alors ce maximum ?

☆ EXERCICE 3 *5 points*

Antoine et Bruno travaillent dans deux entreprises différentes depuis le premier janvier 2015.

En 2015, leurs salaires annuels s'élevaient à 19 500 euros pour Antoine et à 21 000 euros pour Bruno.

Chaque année, leurs salaires sont réévalués de la façon suivante :

- le salaire d'Antoine augmente de 3% par an ;
- le salaire de Bruno augmente de 500 euros par an.

On note a_n et b_n les salaires respectifs d'Antoine et de Bruno (en euros) pour l'année $(2015+n)$.

On a donc $a_0 = 19\,500$ et $b_0 = 21\,000$.

Partie A

1. **a.** Calculer a_1.

b. Établir une relation entre a_{n+1} et a_n.

c. Quelle est la nature de la suite (a_n) ?

2. **a.** Exprimer a_n en fonction de n.

b. Quel sera le salaire d'Antoine en 2030 ?

Partie B

1. **a.** Calculer b_1.

b. Établir une relation entre b_{n+1} et b_n.

c. Quelle est la nature de la suite (b_n) ?

2. **a.** Exprimer b_n en fonction de n.

b. D'Antoine ou de Bruno, qui percevra le salaire le plus élevé en 2030 ? Justifier la réponse.

Partie C

On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est un entier naturel a et b sont des nombres réels
Initialisation :	Affecter à n la valeur 0 Affecter à a la valeur 19 500 Affecter à b la valeur 21 000
Traitement :	Tant que $a \leqslant b$ faire n prend la valeur $n+1$ a prend la valeur $1,03a$ b prend la valeur $b+500$ Fin Tant que
Sortie :	Afficher 2015+n

1. Recopier et compléter le tableau ci-après, en ajoutant autant de colonnes que nécessaire. On arrondira les résultats à l'unité près.

Valeur de n	0	1	$\cdots$
Valeur de a	19 500	$\cdots$	$\cdots$
Valeur de b	21 000	$\cdots$	$\cdots$
Condition $a \leqslant b$	vraie	$\cdots$	$\cdots$

2. Quelle valeur affichera cet algorithme en sortie ?
Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 4 *5 points*

Un constructeur fabrique des tablettes informatiques. Le coût de production est 250 euros par unité.

Les tablettes sont garanties contre un défaut de fonctionnement de l'écran ou du disque dur.

Cette garantie permet à l'acheteur, en cas de panne, d'effectuer les réparations suivantes aux frais du constructeur :

- réparation de l'écran (coût pour le constructeur : 50 euros) ;
- réparation du disque dur (coût pour le constructeur : 30 euros).

Une étude statistique a montré que :

- 3% des tablettes présentent un défaut de disque dur ;
- 4% des tablettes présentent un défaut d'écran ;
- 95% des tablettes ne présentent aucun des deux défauts.

Partie A

1. Recopier et compléter le tableau ci-après à l'aide des données de l'énoncé.

	Disque dur OK	Disque dur défectueux	Total
Écran OK	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
Écran défectueux	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
Total	$\cdots$	3%	100 %

2. Le prix de revient d'une tablette est égal à son coût de production augmenté du coût de réparation éventuel. On note X la variable aléatoire correspondant au prix de revient d'une tablette. Établir la loi de probabilité de X.

3. Calculer l'espérance mathématique de X. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

4. L'entreprise vend chaque tablette 400 euros. Quel sera son bénéfice mensuel moyen si elle vend 750 tablettes par mois ?

Partie B

Un établissement scolaire achète 50 tablettes à ce constructeur.

On suppose que l'on peut assimiler cet achat à un tirage aléatoire de 50 tablettes avec remise, les tirages étant supposés indépendants.

On rappelle que 95% des tablettes ne présentent aucun défaut couvert par la garantie constructeur.

On note Y la variable aléatoire égale au nombre de tablettes achetées par l'établissement présentant un défaut couvert par la garantie constructeur.

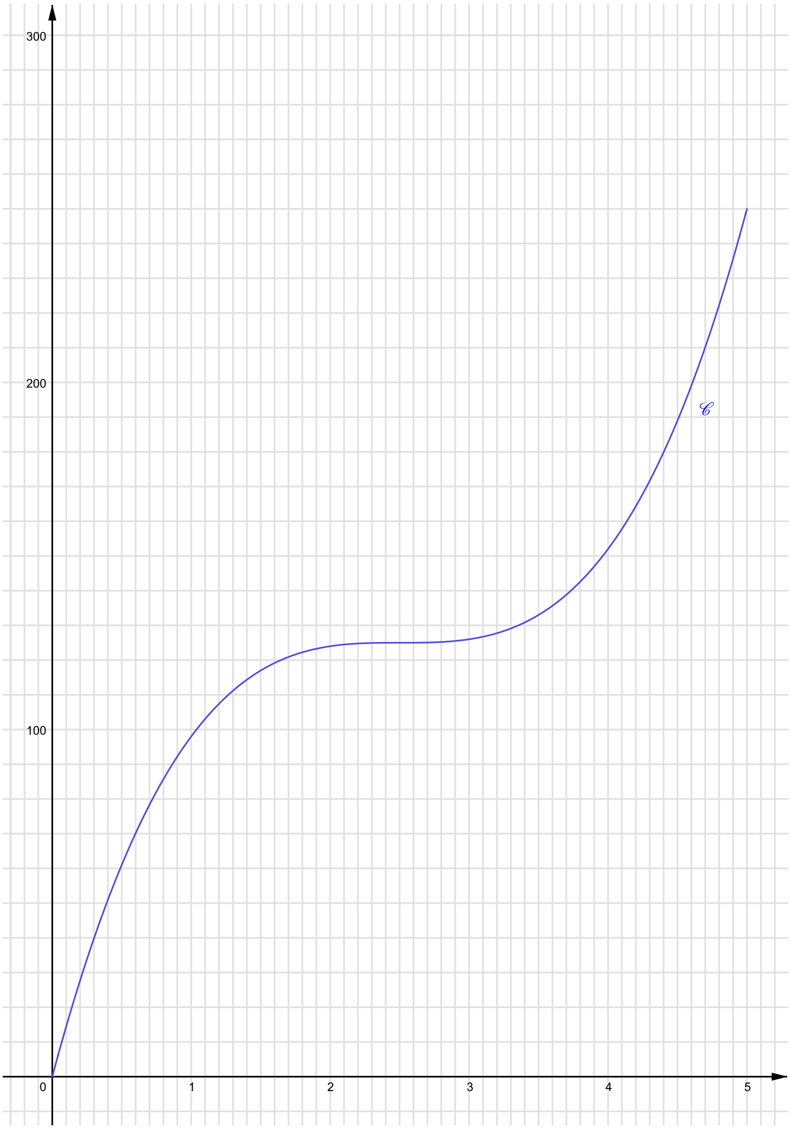
1. Justifier que Y suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

2. Quelle est la probabilité qu'aucune des tablettes achetées par l'établissement ne présente de défaut couvert par la garantie constructeur ?

3. Quelle est l'espérance mathématique de Y ? Interpréter ce résultat.

ANNEXE

À rendre avec la copie



Ce graphique peut être téléchargé et imprimé à partir de cette page :
https://www.maths-cours.fr/bb-esl-2018-anx/

EXERCICE 1 *5 points*

- **Question 1 :**

  Réponse correcte : **a.**

  La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par l'origine donc $f(0) = 0$.

> **À RETENIR**
>
> Soient $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative d'une fonction f et M un point de coordonnées $\left(x_M\ ;\ y_M\right)$.
>
> Le point M appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$ si et seulement si $f\left(x_M\right) = y_M$.
>
> *Ici, le point $O(0\ ;\ 0)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$ donc $f(0) = 0$.*

- **Question 2 :**

  Réponse correcte : **b.**

  $f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente en O à la courbe $\mathscr{C}_f$.

  Cette tangente est la droite (OA) donc :

$$f'(0) = \frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{9}{-3} = -3.$$

> **À RETENIR**
>
> $f'(a)$ est le **coefficient directeur de la tangente** au point de la courbe $\mathscr{C}_f$ d'**abscisse** a.

À RETENIR

Soient A et B deux points de coordonnées respectives $(x_A\ ;\ y_A)$ et $(x_B\ ;\ y_B)$.

Le **coefficient directeur** de la droite (AB) est :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

- **Question 3 :**

  Réponse correcte : **c.**

  $f'(x) = 0$ si et seulement si la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse x est parallèle à l'axe des abscisses.

  D'après l'énoncé, ceci se produit aux points A et B d'abscisses respectives -3 et 1.

À RETENIR

$f'(a) = 0$ si et seulement si la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a est **parallèle à l'axe des abscisses**.

- **Question 4 :**

  Réponse correcte : **b.**

  Le taux d'évolution faisant passer de 150 à 120 est :

  $t = \dfrac{120-150}{150} = -\dfrac{30}{150} = -0,2 = -\dfrac{20}{100} = -20\%.$

  Le taux de la remise effectuée par le vendeur est 20%.