

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2017

MATHÉMATIQUES - Série ES ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

MATHÉMATIQUES - Série L ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 4

**Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.**

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

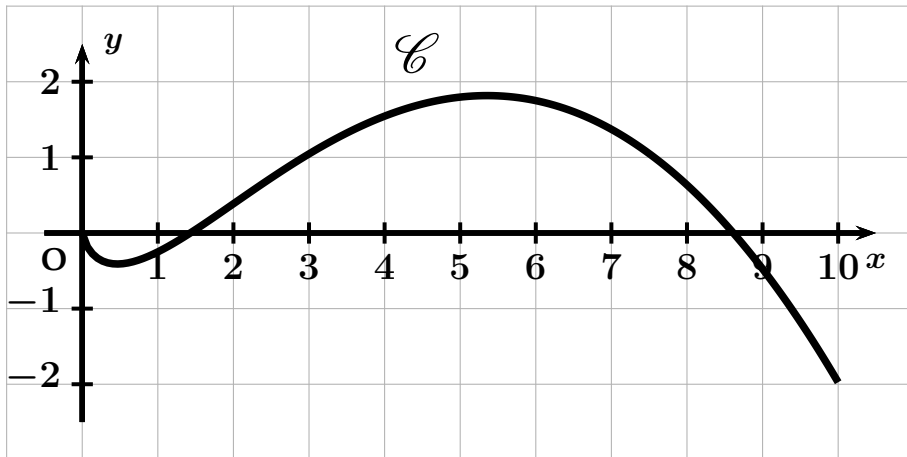
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

**Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 9 pages
numérotées de 1/9 à 9/9 .**

EXERCICE 1 (4 points)

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0; 10]$ dont la courbe représentative \mathcal{C} est donnée ci-dessous dans un repère d'origine O :



On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f .

1. Le nombre de solutions sur l'intervalle $]0; 10]$ de l'équation $f'(x) = 0$ est égal à :

- (a) 1 (b) 2 (c) 3

2. Le nombre réel $f'(7)$ est :

- (a) nul (b) strictement positif (c) strictement négatif

3. La fonction f' est :

- (a) croissante sur $]0; 10]$ (b) croissante sur $[4; 7]$ (c) décroissante sur $[4; 7]$

4. On admet que pour tout x de l'intervalle $]0; 10]$ on a : $f'(x) = \ln x - \frac{x}{2} + 1$.

La courbe \mathcal{C} admet sur cet intervalle un point d'inflexion :

- (a) d'abscisse 2,1 (b) d'abscisse 0,9 (c) d'abscisse 2

EXERCICE 2 (5 points)

Un marathon est une épreuve sportive de course à pied.

Dans cet exercice, tous les résultats approchés seront donnés à 10^{-3} près.

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Une étude portant sur le marathon de Tartonville montre que :

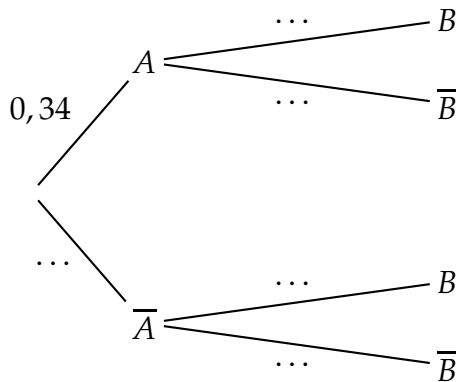
- 34 % des coureurs terminent la course en moins de 234 minutes ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en moins de 234 minutes, 5 % ont plus de 60 ans ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en plus de 234 minutes, 84 % ont moins de 60 ans.

On sélectionne au hasard un coureur et on considère les événements suivants :

- A : « le coureur a terminé le marathon en moins de 234 minutes » ;
- B : « le coureur a moins de 60 ans » ;

On rappelle que si E et F sont deux événements, la probabilité de l'évènement E est notée $P(E)$ et celle de E sachant F est notée $P_F(E)$. De plus \bar{E} désigne l'évènement contraire de E .

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous associé à la situation de l'exercice :



2. a) Calculer la probabilité que la personne choisie ait terminé le marathon en moins de 234 minutes et soit âgée de plus de 60 ans.
- b) Vérifier que $P(\bar{B}) \simeq 0,123$.
- c) Calculer $P_{\bar{B}}(A)$ et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.

Partie B

On suppose que le temps en minutes mis par un marathonien pour finir le marathon de Tartonville est modélisé par une variable aléatoire T qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart-type $\sigma = 39$.

1. Calculer $P(210 \leq T \leq 270)$.

2. Un coureur est choisi au hasard parmi les coureurs qui ont mis entre 210 minutes et 270 minutes pour finir le marathon.

Calculer la probabilité que ce coureur ait terminé la course en moins de 240 minutes.

3. a) Calculer $P(T \leq 300)$.

b) Par la méthode de votre choix, estimer la valeur du nombre réel t , arrondi à l'unité, vérifiant $P(T \geq t) = 0,9$.

c) Interpréter le résultat obtenu dans le cadre de l'exercice.

EXERCICE 3 (5 points)

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 150$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,8u_n + 45$.

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Voici deux propositions d'algorithmes :

Variables :

N est un entier naturel

U est un nombre réel

Initialisation :

U prend la valeur 150

N prend la valeur 0

Traitement :

Tant que $U \geq 220$

U prend la valeur $0,8 \times U + 45$

N prend la valeur $N + 1$

Fin Tant que

Sortie :

Afficher N

Algorithme 1

Variables :

N est un entier naturel

U est un nombre réel

Initialisation :

U prend la valeur 150

N prend la valeur 0

Traitement :

Tant que $U < 220$

U prend la valeur $0,8 \times U + 45$

N prend la valeur $N + 1$

Fin Tant que

Sortie :

Afficher N

Algorithme 2

- a) Un seul de ces algorithmes permet de calculer puis d'afficher le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geq 220$.

Préciser lequel en justifiant pourquoi l'autre algorithme ne le permet pas.

- b) Quelle est la valeur numérique affichée par l'algorithme choisi à la question précédente ?

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 225$.

- a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique et préciser son premier terme et sa raison.
- b) En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 225 - 75 \times 0,8^n$.

4. Une petite ville de province organise chaque année une course à pied dans les rues de son centre. En 2015, le nombre de participants à cette course était de 150.

On fait l'hypothèse que d'une année sur l'autre :

- 20 % des participants ne reviennent pas l'année suivante ;
- 45 nouveaux participants s'inscrivent à la course.

La petite taille des ruelles du centre historique de la ville oblige les organisateurs à limiter le nombre de participants à 250.

Vont-ils devoir refuser des inscriptions dans les années à venir ? Justifier la réponse.

EXERCICE 4 (6 points)

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Dans cette partie, les réponses seront données sans justification, avec la précision permise par le graphique situé en annexe en page 9/9.

Celui-ci présente dans un repère d'origine O la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 7]$.

1. Encadrer par deux entiers consécutifs chacune des solutions de l'équation $f(x) = 10$ sur l'intervalle $[0; 7]$.
2. Donner le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0; 7]$ et préciser la valeur en laquelle il est atteint.
3. La valeur de l'intégrale $\int_1^3 f(x) dx$ appartient à un seul des intervalles suivants. Lequel ?
(a) $[9; 17]$ (b) $[18; 26]$ (c) $[27; 35]$

Partie B

La courbe donnée en annexe page 9/9 est la représentation graphique de la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 7]$ d'expression :

$$f(x) = 2x e^{-x+3}$$

On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f .

1. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0; 7]$, $f'(x) = (-2x + 2)e^{-x+3}$.
2.
 - a) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 7]$ puis en déduire le tableau de variation de la fonction f sur ce même intervalle.
 - b) Calculer le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0; 7]$.
3.
 - a) Justifier que l'équation $f(x) = 10$ admet deux solutions sur l'intervalle $[0; 7]$ que l'on notera α et β avec $\alpha < \beta$.

b) On admet que $\alpha \simeq 0,36$ à 10^{-2} près.

Donner une valeur approchée de β à 10^{-2} près.

4. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[0;7]$ par :

$$F(x) = (-2x - 2)e^{-x+3}$$

a) Justifier que F est une primitive de f sur l'intervalle $[0;7]$.

b) Calculer la valeur exacte de l'aire, en unités d'aire, du domaine plan délimité par les droites d'équation $x = 1$, $x = 3$, l'axe des abscisses et la courbe \mathcal{C} .

5. La fonction f étudiée modélise le bénéfice d'une entreprise, en milliers d'euros, réalisé pour la vente de x centaines d'objets (x compris entre 0 et 7).

a) Calculer la valeur moyenne du bénéfice, à l'euro près, lorsque l'entreprise vend entre 100 et 300 objets.

b) L'entreprise souhaite que son bénéfice soit supérieur à 10 000 euros.

Déterminer le nombre d'objets possibles que l'entreprise devra vendre pour atteindre son objectif.

ANNEXE

N'est pas à rendre avec la copie

