THÉORÈME DES VALEURS INTERMÉDIAIRES (BAC ES)

1) L'équation
$$\frac{2x+3}{x+1} = x^2$$
 équivaut à $\frac{2x+3}{x+1} - x^2 = 0$

Posons
$$f(x) = \frac{2x+3}{x+1} - x^2$$
.

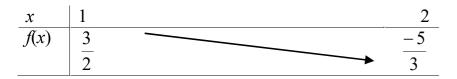
Puisque $(x + 1) \neq 0$ pour tout x de I, f est définie et continue sur I.

$$f'(x) = \frac{2(x+1) - (2x+3)}{(x+1)^2} - 2x = \frac{-1}{(x+1)^2} - 2x \text{ est strictement négative sur } [1;2] \text{ comme}$$

somme de deux fonctions strictement négatives.

Par ailleurs,
$$f(1) = \frac{3}{2}$$
; $f(2) = \frac{-5}{3}$.

On en déduit le tableau de variations de f sur I:



Donc f est continue, strictement décroissante sur [1;2] et change de signe sur cet intervalle. L''équation $\frac{2x+3}{x+1} = x^2$ admet donc une unique solution sur I.

2) Une valeur approchée à 10^{-3} près de cette solution est 1,547.