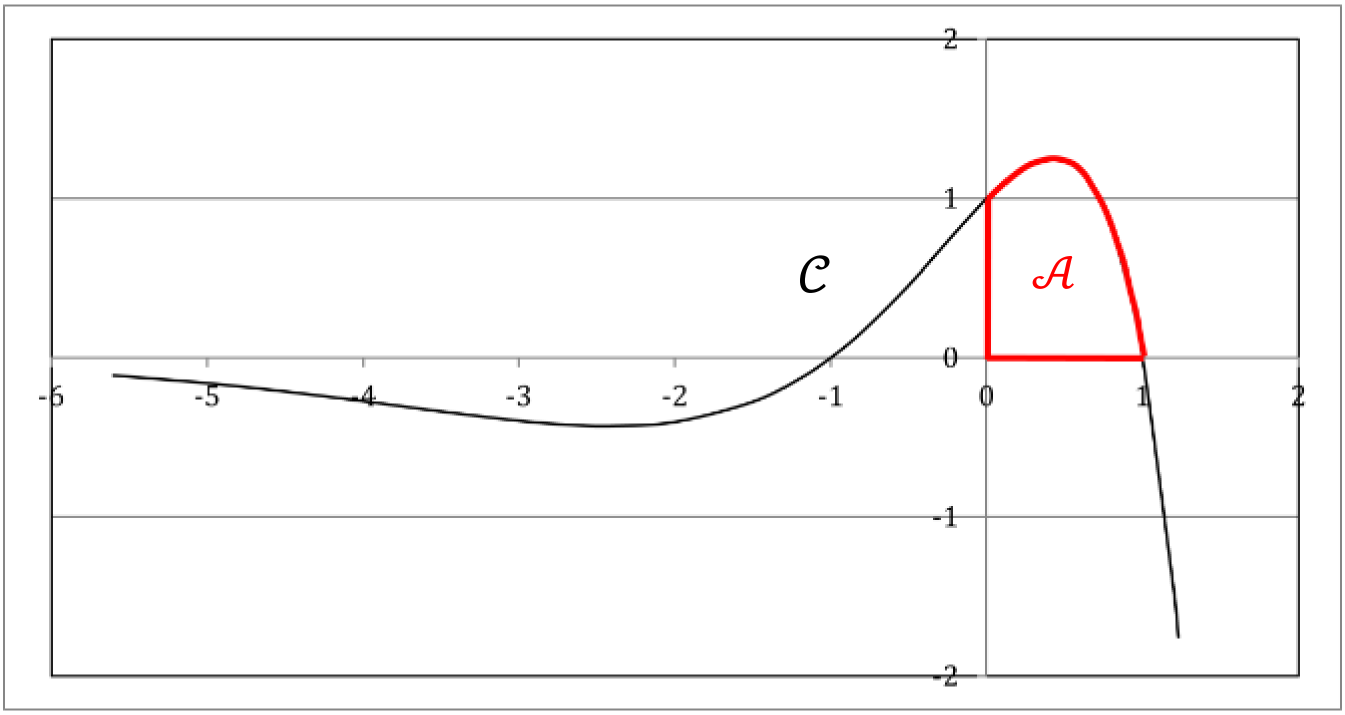
4) Représentation graphique de la courbe $\mathcal{C}$ :




5) Soient $a$, $b$ et $c$ trois réels et la fonction $F$ définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x)=(ax^2+bx+c)e^x$.

5.a) ) $F(x) = uv$ avec $u = ax^2+bx+c$ et $v = e^x$. Alors $u' = 2ax + b$, $v' = e^x$ et :
$F'(x)=u'v+uv'=\left[ax^2+(2a+b)x+(b+c)\right]e^x$.

5.b) $F'(x) = f'(x)$ implique $a = -1$, $2a + b = 0$ et $b + c = 1$.
Ce qui donne : $a = -1$, $b = 2$ et $c = -1$.
Alors $F(x)=(-x^2+2x-1)e^x$.

6) De ce qui précède on conclut que $F(x)$ est une primitive de $f(x)$.

Alors, $\mathcal{A} = \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = F(1)-F(0)=1$.

7) Graphiquement, $\mathcal{A}$ est l'aire comprise entre la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées (délimitée en rouge sur la figure ci-dessus).