

FONCTIONS LINÉAIRES ET FONCTIONS AFFINES

1. FONCTIONS LINÉAIRES

DÉFINITION

Une fonction **linéaire** est une fonction définie par une formule du type : $x \mapsto ax$.

a s'appelle le **coefficient directeur**.

EXEMPLE

La fonction qui à tout nombre réel associe son double est une fonction linéaire de coefficient directeur 2.

On la note : $f : x \mapsto 2x$.

PROPRIÉTÉ

Pour une fonction linéaire f , les valeurs de $f(x)$ sont **proportionnelles** aux valeurs de x

EXEMPLE

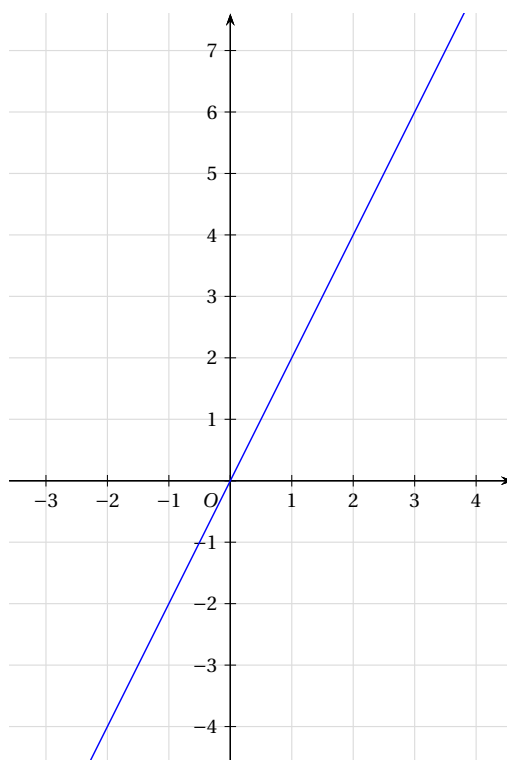
Voici un tableau de valeur de la fonction $f : x \mapsto 2x$:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-6	-4	-2	0	2	4	6

Ce tableau est un tableau de proportionnalité.

PROPRIÉTÉ

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par le point O origine du repère.



Représentation graphique de la fonction linéaire $x \mapsto 2x$

2. FONCTIONS AFFINES

DÉFINITION

Une fonction **affine** est une fonction définie par une formule du type : $x \mapsto ax + b$.

a s'appelle le **coefficient directeur** et b s'appelle **l'ordonnée à l'origine**.

REMARQUES

Si $b = 0$, la fonction est linéaire. Les fonctions linéaires sont donc des cas particuliers des fonctions affines.

EXEMPLE

La fonction $f : x \mapsto -2x + 1$ est une fonction affine avec $a = -2$ et $b = 1$

THÉORÈME

Soit une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$.

Pour tous nombres réels distincts x_1 et x_2 , le coefficient directeur a est égal à :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

EXERCICE CORRIGÉ

Déterminer la fonction affine f telle $f(2) = 1$ et $f(4) = 5$.

f étant une fonction affine, la formule donnant $f(x)$ est de la forme $f(x) = ax + b$.

D'après le théorème précédent, le coefficient directeur a est égal à :

$$a = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{5 - 1}{4 - 2} = \frac{4}{2} = 2$$

On a donc $f(x) = 2x + b$

Pour trouver la valeur de b , on utilise le fait que $f(2) = 1$ donc $2 \times 2 + b = 1$.

$$4 + b = 1$$

$$b = 1 - 4$$

$$b = -3$$

Par conséquent f est définie par $f(x) = 2x - 3$

PROPRIÉTÉ

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

REMARQUE

Pour tracer une droite, il suffit de connaître deux points de cette droite. Il suffit donc de calculer les images de deux nombres pour tracer la représentation graphique d'une fonction affine.

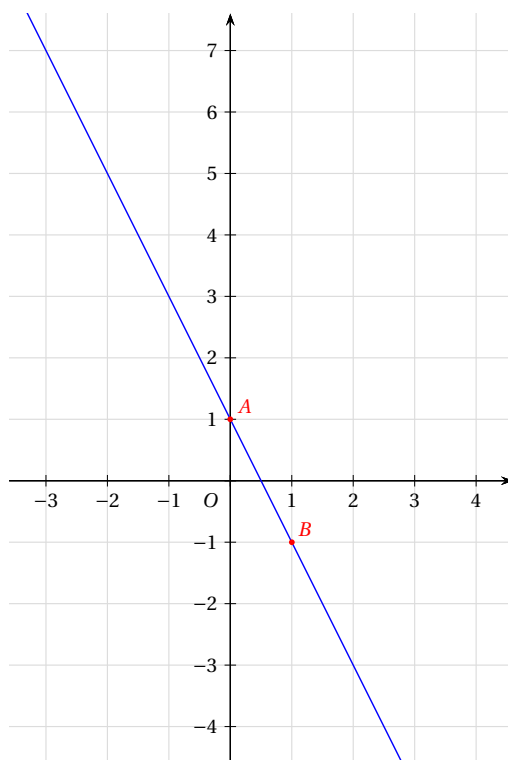
EXEMPLE

On veut tracer la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto -2x + 1$.

Cette représentation graphique est une droite.

- comme $f(0) = -2 \times 0 + 1 = 1$, cette droite passe par le point $A(0; 1)$
- comme $f(1) = -2 \times 1 + 1 = -1$, cette droite passe par le point $B(1; -1)$

On en déduit la représentation ci-dessous :



Représentation graphique de la fonction $x \mapsto -2x + 1$