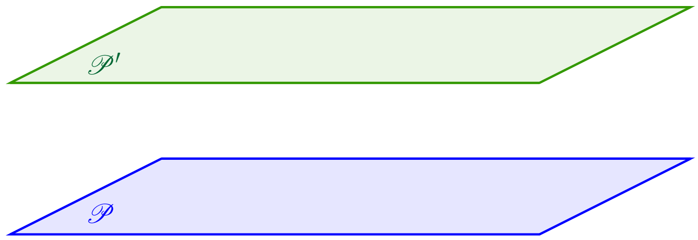
GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

1. POSITIONS RELATIVES DE DROITES ET DE PLANS

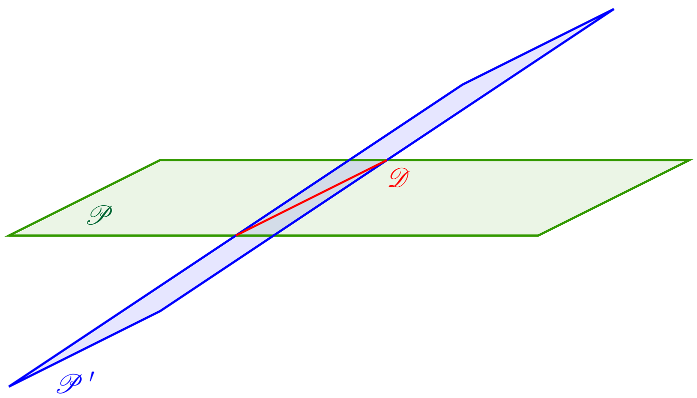
POSITIONS RELATIVES DE DEUX PLANS

Deux plans distincts de l'espace peuvent être :

- **strictement parallèles** : dans ce cas, ils n'ont aucun point commun
- **sécants** : dans ce cas, leur intersection est une droite



Plans strictement parallèles



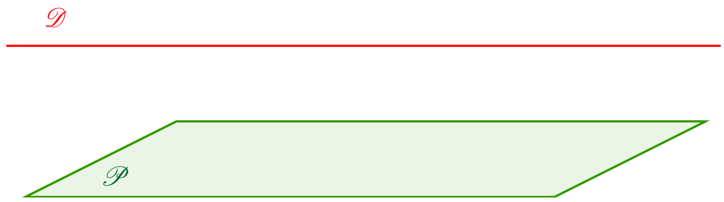
Plans sécants

POSITIONS RELATIVES DE D'UNE DROITE ET D'UN PLAN

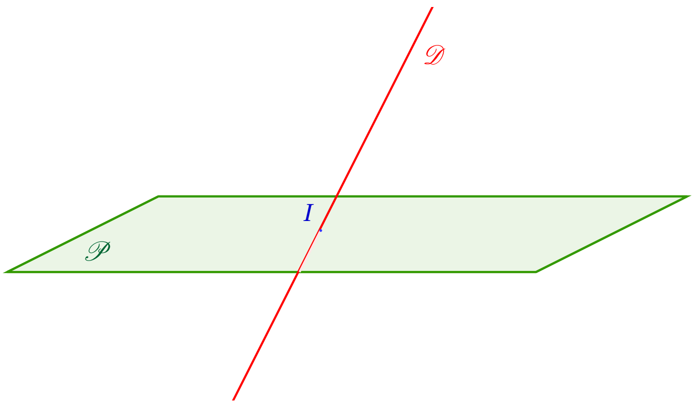
Soient $\mathscr{D}$ une droite et $\mathscr{P}$ un plan de l'espace.

La droite $\mathscr{D}$ peut être :

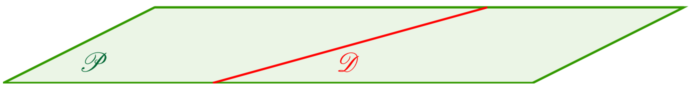
- **strictement parallèle** au plan $\mathscr{P}$: dans ce cas, $\mathscr{D}$ et $\mathscr{P}$ n'ont aucun point commun
- **sécante** avec le plan $\mathscr{P}$: dans ce cas, $\mathscr{D}$ et $\mathscr{P}$ ont un unique point commun
- **contenue** dans le plan $\mathscr{P}$



Droite strictement parallèle à un plan



Droite sécante à un plan



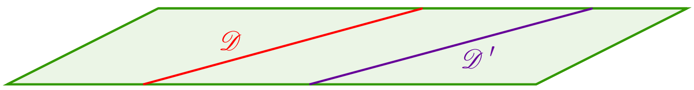
Droite contenue (incluse) dans un plan

POSITIONS RELATIVES DE DEUX DROITES

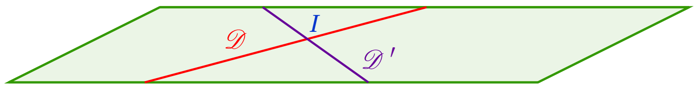
Soient $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ deux droites distinctes de l'espace.

Ces droites peuvent être :

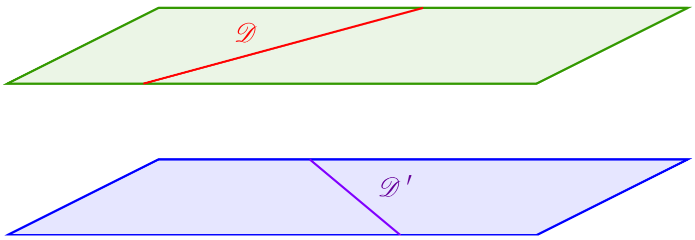
- **strictement parallèles** : dans ce cas, elles n'ont aucun point commun
- **sécantes** : dans ce cas, leur intersection est un point
- **non coplanaires** : dans ce cas, elles n'ont aucun point commun



Droites strictement parallèles



Droites sécantes



Droites non coplanaires

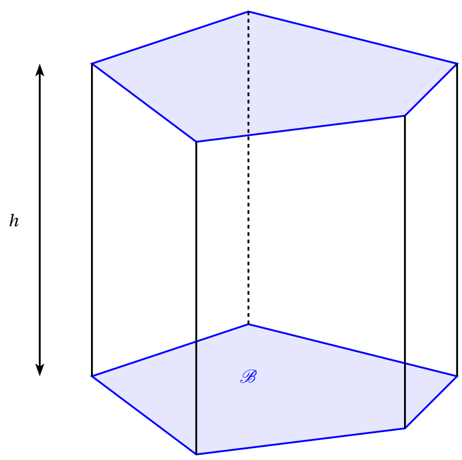
REMARQUE

Dans les deux premiers cas, les deux droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ appartiennent à un même plan $\mathscr{P}$; elles sont **coplanaires**.

2. SOLIDES ET VOLUMES

DÉFINITION

Un **prisme droit** est un solide ayant deux bases polygonales identiques et dont les faces latérales sont des rectangles.



Prisme droit de hauteur h

PROPRIÉTÉ

Si on désigne par h la hauteur du prisme et $\mathscr{B}$ l'aire de la base, le volume du prisme est égal à :

$$V = \mathscr{B} \times h$$

CAS PARTICULIERS

- Si le volume est un **pavé droit** (*parallélépipède rectangle*) de dimensions l, L, h, la base est un rectangle de largeur l et de longueur L. Le volume vaut alors $V = L \times l \times h$
- Si le volume est un **cube** dont le côté mesure c, la base est un carré de côté c. Le volume vaut alors $V = c^3$

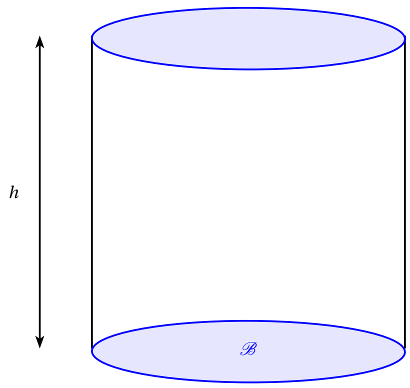
PROPRIÉTÉ

Le volume d'un cylindre de révolution est égal à :

$$V = \mathscr{B} \times h$$

où

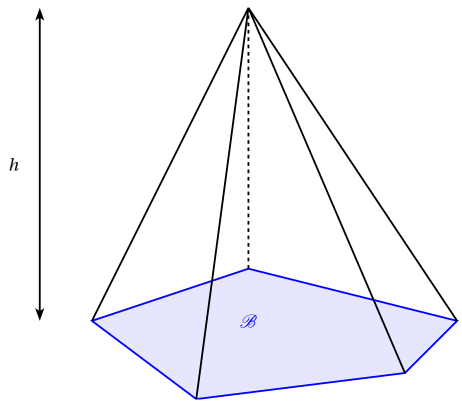
- h est la hauteur du cylindre de révolution
- $\mathscr{B} = \pi R^2$ est l'aire de la base de rayon R.



Cylindre de révolution de hauteur h

DÉFINITION

Une **pyramide** est un solide ayant une base polygonale, un sommet et dont les faces latérales sont des triangles.



Pyramide de hauteur h

PROPRIÉTÉ

Si on désigne par h la hauteur de la pyramide et $\mathscr{B}$ l'aire de la base, le volume de la pyramide est égal à :

$$V = \frac{1}{3} \times \mathscr{B} \times h$$

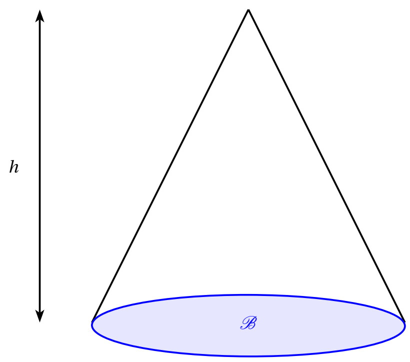
PROPRIÉTÉ

Le volume d'un cône de révolution est égal à :

$$V = \frac{1}{3} \times \mathscr{B} \times h$$

où

- h est la hauteur du cône
- $\mathscr{B} = \pi R^2$ est l'aire de la base de rayon R.

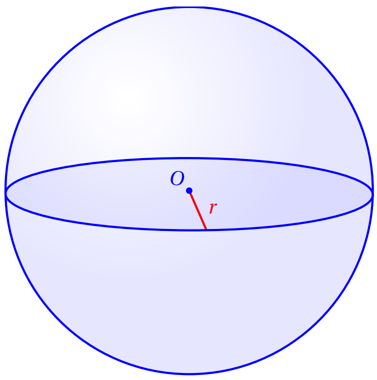


Cône de révolution de hauteur h

PROPRIÉTÉ

Le volume d'une sphère de rayon r est égal à :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$



Sphère de rayon r