ANGLES ORIENTÉS DANS UN PENTAGONE

Puisque *ABCDE* est un pentagone régulier, ses sommets partagent le cercle circonscrit en cinq arcs égaux. Les angles au centre qui interceptent ces arcs sont donc tous égaux à . Ainsi , avec *k* ∈ **Z**.

On calcule de même facilement que l'angle que fait un rayon du cercle circonscrit passant par un sommet du pentagone avec un côté du pentagone adjacent à ce sommet est . Par exemple , avec *k* ∈ **Z**.

**1)** On cherche des mesures principales d'angles, donc comprises entre –*π* et *π*.

.

.

.

**2)** Le triangle *OEC* étant isocèle en *O*, *O* se trouve sur la médiatrice du segment [*EC*]. Le triangle *DEC* étant isocèle en *D*, *D* se trouve aussi sur la médiatrice du segment [*EC*]. On en déduit que la droite (*DO*) est la médiatrice du segment [*EC*]. Donc les droites *(DO)* et *(EC)* sont perpendiculaires.

**3)**

**3.a)** On a démontré en 1) que la droite (*DO*) est perpendiculaire au segment [*AB*] et en 2) qu'elle est perpendiculaire au segment [*EC*]. On en conclut que (*EC*) et (*AB*) sont parallèles.

Soit *M* le milieu de [*AB*] et *M'* le milieu de [*EC*]. Le triangle *OAB* est isocèle en *O*, donc *O* est sur la médiatrice de [*AB*]. *O* étant aussi sur la médiatrice (*DO*) de [*EC*], on en conclut que les points *D*, *M'*, *O* et *M* sont alignés.

Comme  et , on en déduit que ces deux vecteurs sont colinéaires à .

**3.b)** Le vecteur  étant la somme de trois vecteurs colinéaires à, il est lui-même colinéaire à .

**4)** On démontre de manière analogue que (*EO*) est la médiatrice de [*AD*] et [*BC*], et il en découle que les vecteurs ,  et  sont colinéaires à .

**5)** Le fait que le vecteur soit colinéaire à deux vecteurs non colinéaires,  et , implique que .