EXPONENTIELLE – LIMITES ET ÉTUDE DE FONCTION

1) On admet que . Rechercher la limite de *xex* quand *x* tend vers –∞ revient à chercher la limite de  quand *x* tend vers +∞. De ce qui précède, on voit que cette limite est égale à 0. On en déduit que

2) On considère *f* définie sur **R** par .

2.a) Calculons la dérivée de *f* :

. Comme *ex* est strictement positive sur ]–∞ ; + ∞[, *f* ' est du signe de (*x* + 1), c'est à dire :

*f* ' (*x*) < 0 pour *x* < –1,

*f* ' (*x*) = 0 pour *x* = –1,

*f* ' (*x*) > 0 pour *x* > –1.

En remarquant que , on peut dresser le tableau de variation de *f* :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | –∞ |  | –1 |  | + ∞ |
| *f* '(*x*) |  | – | 0 | + |  |
| *f*(*x*) | 0 |  | –*e–*1 |  | + ∞ |

2.b) On calcule facilement que *f* '(0) = 1. Par ailleurs *f*(0) = 0. L'équation de la tangente (*T*) à la courbe *C* représentative de *f* au point d'abscisse 0 est donc *y* = *x*.

2.c) *f* est d'abord décroissante puis croissante et, puisque *f* '(–1) = 0, on en déduit que *f* passe par un minimum de coordonnées (–1 ; –*e–*1). *C* et (*T*) sont représentées ci-dessous :