ETUDE DE LA FONCTION TANGENTE



1) En remarquant que cos(*x*) = 0 pour  avec *k* ∈ **Z**, on détermine l'ensemble de définition de la fonction *tangente* :



2) On sait que sin(*x* + *π*) = – sin(*x*) et cos(*x* + *π*) = – cos(*x*), donc :

,

ce qui montre que la fonction *tangente* a une périodicité égale à *π*.

3) On travaille sur l'intervalle . Sur cet intervalle, la fonction tan(*x*) est définie et continue, donc dérivable.

Calculons la dérivée de tan(*x*) :

Posons . Alors :

.

Puisque , on peut aussi écrire :

. Sur *I*, tan'(*x*) est donc strictement positive.

4) En remarquant d'une part que

 et ,

et d'autre part que

 et ,

on en déduit que :

 et .

On dresse le tableau de variation de tan(*x*) sur *I* :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* |  |  |  |
| tan'(*x*) |  | + |  |
| tan(*x*) | –∞ |  | +∞ |

5) La courbe de la fonction *tangente* sur *I* est représentée ci-dessous dans le repère du plan . Les droites verticales en tirets représentent les asymptotes de la courbe en *x* = et *x* = .

O

6) On obtient la courbe complète de la fonction *tangente* *sur* ***R*** *en* traçant la courbe ci-dessus sur tous les intervalles  avec *k* ∈ **Z**, autrement dit, en transformant dans le repère  la courbe représentée ci-dessus par une translation de vecteur  pour tout *k* ∈ **Z**.