ETUDE D’UNE FONCTION TRIGONOMÉTRIQUE

Soit *f* définie sur *I* = [0 ; *π*] par *f*(*x*) = *x* cos(*x*) – sin(*x*).

1) 

2) En remarquant que *f*(*π*) = –*π*, on peut dresser le tableau de variations de *f* sur *I* :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 |  | *π* |
| –*x* | 0 | – | –*π* |
| sin(*x*) | 0 | + | 0 |
| *f* '(*x*) | 0 | – | 0 |
| *f(x)* | 0 |  | –*π* |

3) Le tableau ci-dessus montre que *f* est monotone décroissante sur *I* et varie de 0 à –*π* sur cet intervalle. En observant que –*π* < –1 < 0, on conclut que *f* prend la valeur –1 une fois et une seule (théorème des valeurs intermédiaires) sur *I*.

NB. La solution dans *I* de l'équation *f*(*x*) = –1 est .