SUITES – BAC S CENTRES ÉTRANGERS 2013

Soit la suite (*un*) définie par  et .

PARTIE A

A.1) On complète l'algorithme :

|  |  |
| --- | --- |
| Variables | est un entier naturel |
|  | est un réel |
| Initialisation | Affecter à  la valeur 1 |
|  | Affecter à  la valeur 1,5 |
| Traitement | Tant que  < 9 |
|  | Affecter à  la valeur (*n*\**u* + 1)/[2\*(*n* + 1)] |
|  | Affecter à  la valeur  + 1 |
|  | Fin Tant que |
| Sortie | Afficher la variable |

A.2) On modifie l'algorithme :

|  |  |
| --- | --- |
| Variables | est un entier naturel |
|  | est un réel |
| Initialisation | Affecter à  la valeur 1 |
|  | Affecter à  la valeur 1,5 |
| Traitement | Tant que  < 9 |
|  | Affecter à  la valeur (*n*\**u* + 1)/[2\*(*n* + 1)] |
|  | Afficher la variable |
|  | Affecter à  la valeur  + 1 |
|  | Fin Tant que |
| Sortie |  |

A.3) Au vu des résultats du tableau, on conjecture que (*un*) est décroissante et tend vers une limite *l* telle que : 0 ≤ *l* < 0,0101

PARTIE B

On définit la suite  pour tout entier *n* ≥ 1.

B.1) Calculons le rapport . On a :

. D'où l'on tire :

.

En remarquant que , on en déduit que (*vn*) est une suite géométrique de raison  et de premier terme .

B.2) De ce qui précède, on peut écrire pour tout entier *n* ≥ 1 :

.

B.3) On en déduit que la limite de (*un*) est 0.

B.4) Pour tout entier *n* ≥ 1 on a :

.

En développant et réarrangeant le numérateur, on trouve :

.

Le calcul précédent montre que , ce qui signifie que (*un*) est décroissante.

PARTIE C

On propose l'algorithme suivant :

|  |  |
| --- | --- |
| Variables | est un entier naturel |
|  | est un réel |
| Initialisation | Affecter à  la valeur 1 |
|  | Affecter à  la valeur 1,5 |
| Traitement | Tant que  ≥ 0,001 |
|  | Affecter à  la valeur (*n*\**u* + 1)/[2\*(*n* + 1)] |
|  | Affecter à  la valeur  + 1 |
|  | Fin Tant que |
| Sortie | Afficher l'entier |