SUITES – BAC S POLYNÉSIE 2014

On considère la suite (*un*) définie par *u*0 = 0 et, pour tout entier naturel *n*, .

1) *u*1 = 2 et *u*2 = 6

2) C'est l'algorithme N°2 qui affiche *un*. Le N°1 affiche *un*+1.

3)

3.a) D'après le tableau et la figure, on conjecture que (*un*) est monotone croissante.

On le démontre en calculant que  pour tout *n* ∈ **N**.

3.b) On conjecture que .

Puisque *u*0 = 0, il est immédiat que *c* = 0. On a alors . En prenant *n* = 1 et *n* = 2, on obtient le système d'équations suivant où *a* et *b* sont les inconnues :

 et

.

On le résout aisément pour trouver *a* = *b* = 1. On conjecture donc que .

4) On considère la suite (*vn*) définie pour tout entier naturel *n* par .

4.a) . C'est une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme *v*0 = 2.

4.b) On définit pour tout *n* ∈ **N**, . C'est la somme des (*n* +1) premiers nombres pairs plus grands que 0. Cette somme est égale à .

4.c) D'après la définition de (*vn*), on peut écrire :

.

Comme *u*0 = 0, on en tire , c'est à dire :

, d'où l'on calcule facilement que :

,

ce qui démontre la conjecture faite en 3.b).