Algoritmos y Estructuras de Datos I

Primer Cuatrimestre 2020

Guía Práctica 3

Ejercicios entregables

Integrantes:

Risaro Daniela Belén LU: 666/09
Sturmer Eva Sylvia Juliet LU: 606/19

Ejercicio 1 Calcular las siguientes expresiones, donde a, b son variables reales, i una variable entera y A es una secuencia de reales::

• def($\sqrt{a/b}$).

• def(A[i+2]).

Respuesta:

• def($\sqrt{a/b}$) $\equiv$ def(a) $\wedge$ def(b) $\wedge$L ((a $\geq$ 0 $\wedge$L b $>$ 0) $\vee$L (a $\leq$ 0 $\wedge$L b $<$ 0))
$\equiv$ True $\wedge$ True $\wedge$L ((a $\geq$ 0 $\wedge$L b $>$ 0) $\vee$L (a $\leq$ 0 $\wedge$L b $<$ 0))
$\equiv$ (a $\geq$ 0 $\wedge$L b $>$ 0) $\vee$L (a $\leq$ 0 $\wedge$L b $<$ 0)

• def(A[i+2]) $\equiv$ def(A) $\wedge$ def(i+2) $\wedge$L 0 $\leq$ i+2 $<$ $|A|$
$\equiv$ True $\wedge$ True $\wedge$L -2 $\leq$ i $<$ $|A|$ -2
$\equiv$ -2 $\leq$ i $<$ $|A|$ -2

Ejercicio 6.e Escribir programas para los siguientes problemas y demostrar formalmente su corrección usando la precondición más débil.

• proc problema5(in a: seq$\langle\mathbb{Z}\rangle$, in i: $\mathbb{Z}$, out result: $\mathbb{Z}$) {
Pre {0 $\leq$ i $\wedge$ i+1 $<$ |a| }
Post {result = a[i] + a[i+1] }
}

Respuesta:

S1: result:= a[i] + a [i+1]

. Primero calculamos su wp por medio del Axioma 1:

E $\equiv$ wp(S1, Q) $\equiv$ wp(result:= a[i] + a [i+1], result:= a[i] + a [i+1])

/* Siendo result de Q reemplazado por su valor de S1.*/

$\equiv$ def(a[i] + a [i+1]) $\wedge$L ((a[i] + a [i+1]) = (a[i] + a [i+1]))

$\equiv$ def(a[i]) $\wedge$ def(a[i+1]) $\wedge$L True

$\equiv$ def(a) $\wedge$ def(i) $\wedge$ def(a) $\wedge$ def(i) $\wedge$L 0 $\leq$ i $<$ |a| $\wedge$L 0 $\leq$ i+1 $<$ |a|

$\equiv$ True $\wedge$ True $\wedge$ True $\wedge$ True $\wedge$L 0 $\leq$ i $<$ |a| $\wedge$L 0 $\leq$ i+1 $<$ |a|

$\equiv$ 0 $\leq$ i $<$ |a| $\wedge$L 0 $\leq$ i+1 $<$ |a|

. Ahora checkeamos que Pre $\rightarrow$ E:

Pre $\rightarrow$ E $\equiv 0 \leq$ i $\wedge$ i+1 $<$ |a| $\rightarrow 0 \leq$ i $<$ |a| $\wedge$L $0 \leq$ i+1 $<$ |a|

$0 \leq$ i $\rightarrow 0 \leq$ i

i+1 $<$ |a| $\rightarrow$ i+1 $<$ |a|

Ejercicio 8.d Escribir programas para los siguientes problemas y demostrar formalmente su corrección usando la precondición más débil.

• proc problema4(in s: seq$\langle\mathbb{Z}\rangle$, in i: $\mathbb{Z}$, inout a: $\mathbb{Z}$) {

Pre $\{0 \leq$ i $<$ |s| $\wedge$L a $= \sum_{j=o}^{i-1}(\ if\ s[j] \neq 0$ then 1 else 0 Fi) }

Post {a $= \sum_{j=o}^{i}(\ if\ s[j] \neq 0$ then 1 else 0 Fi) }

}

Respuesta:

if (s[i] $\neq$ 0)

a:= a + s[i]

else

skip

endif

. Primero calculamos su wp por medio del Axioma:

Si S=if B then S1 else S2 endif, entonces:

E = wp(S, Q) $\equiv$ def(B) $\wedge$L ((B $\wedge$ wp(S1, Q)) $\vee$ ($\neg$B $\wedge$ wp(S2, Q)))

$\equiv$ def(s[i] $\neq$ 0) $\wedge$L ((s[i] $\neq$ 0 $\wedge$ wp(S1, Q)) $\vee$ ($\neg$(s[i] $\neq$ 0) $\wedge$ wp(S2, Q)))

$\equiv 0 \leq$ i $<$ |s| $\wedge$L ((s[i] $\neq$ 0 $\wedge$ wp(S1, Q)) $\vee$ ($\neg$(s[i] $\neq$ 0) $\wedge$ wp(S2, Q)))

Lo dividimos en 3 partes para que sea mas legible:

1. $0 \leq$ i $<$ |s|

2. s[i] $\neq$ 0 $\wedge$ wp(S1, Q)

3. $\neg$(s[i] $\neq$ 0) $\wedge$ wp(S2, Q)

Comenzemos con el 2:

s[i] $\neq$ 0 $\wedge$ wp(S1, Q)

$\equiv$ s[i] $\neq$ 0 $\wedge$ wp(a:= a + s[i], a $= \sum_{j=o}^{i}(\ if\ s[j] \neq 0$ then 1 else 0 Fi)

$\equiv$ s[i] $\neq$ 0 $\wedge$ def(a + s[i]) $\wedge$L a + s[i] $= \sum_{j=o}^{i}(\ if\ s[j] \neq 0$ then 1 else 0 Fi)

$\equiv$ s[i] $\neq$ 0 $\wedge$ def(a) $\wedge$ def(s) $\wedge$ def(i) $\wedge$L $0 \leq$ i $<$ |s| $\wedge$L a + s[i] $= \sum_{j=o}^{i}(\ if\ s[j] \neq 0$ then 1 else 0 Fi)

$\equiv$ s[i] $\neq$ 0 $\wedge$ True $\wedge$ True $\wedge$ True $\wedge$L $0 \leq$ i $<$ |s| $\wedge$L a + s[i] $= \sum_{j=o}^{i}(\ if\ s[j] \neq 0$ then 1 else 0 Fi)

$\equiv$ s[i] $\neq$ 0 $\wedge$L $0 \leq$ i $<$ |s| $\wedge$L a + s[i] $= \sum_{j=o}^{i}(\ if\ s[j] \neq 0$ then 1 else 0 Fi)

Continuamos con el 3:

$\neg$(s[i] $\neq$ 0) $\wedge$ wp(S2, Q)

$\equiv$ s[i] = 0 $\wedge$ wp(skip, Q)

$\equiv$ s[i] = 0 $\wedge$ wp(skip, a = $\sum_{j=o}^{i}(\ if \ s[j] \neq 0 \text{ then 1 else 0 Fi })$)

$\equiv$ s[i] = 0 $\wedge$ a = $\sum_{j=o}^{i}(\ if \ s[j] \neq 0 \text{ then 1 else 0 Fi })$

Por lo que juntando las 3 partes obtenemos:

E = 0 $\leq$ i < |s| $\wedge$L ((s[i] $\neq$ 0 $\wedge$L 0 $\leq$ i < |s| $\wedge$L a + s[i] = $\sum_{j=o}^{i}(\ if \ s[j] \neq 0 \text{ then 1 else 0 Fi })$) $\vee$

(s[i] = 0 $\wedge$ a = $\sum_{j=o}^{i}(\ if \ s[j] \neq 0 \text{ then 1 else 0 Fi })$))

Finalmente debemos probar que Pre $\rightarrow$ E:

0 $\leq$ i < |s| $\wedge$L a = $\sum_{j=o}^{i-1}(\ if \ s[j] \neq 0 \text{ then 1 else 0 Fi })$ $\rightarrow$ E

0 $\leq$ i < |s| $\rightarrow$ 0 $\leq$ i < |s|

a = $\sum_{j=o}^{i-1}(\ if \ s[j] \neq 0 \text{ then 1 else 0 Fi })$ $\rightarrow$ a = $\sum_{j=o}^{i}(\ if \ s[j] \neq 0 \text{ then 1 else 0 Fi })) \ - s[i] \ //si \ i \neq 0$