Algoritmos y Estructuras de Datos I

Primer Cuatrimestre 2020

Guía Práctica 4

Ejercicios entregables

Integrantes:

Risaro Daniela Belén LU: 666/09
Sturmer Eva Sylvia Juliet LU: 606/19

Ejercicio 1 Calcular las siguientes expresiones, donde a, b son variables reales, i una variable entera y A es una secuencia de reales::

- def($\sqrt{a/b}$).
- def(A[i+2]).

Respuesta:

- def($\sqrt{a/b}$) $\equiv$ def(a) $\wedge$ def(b) $\wedge$L ((a $\geq$ 0 $\wedge$L b $>$ 0) $\vee$L (a $\leq$ 0 $\wedge$L b $<$ 0))
  $\equiv$ True $\wedge$ True $\wedge$L ((a $\geq$ 0 $\wedge$L b $>$ 0) $\vee$L (a $\leq$ 0 $\wedge$L b $<$ 0))
  $\equiv$ (a $\geq$ 0 $\wedge$L b $>$ 0) $\vee$L (a $\leq$ 0 $\wedge$L b $<$ 0)

- def(A[i+2]) $\equiv$ def(A) $\wedge$ def(i+2) $\wedge$L 0 $\leq$ i+2 $<$ $|A|$
  $\equiv$ True $\wedge$ True $\wedge$L -2 $\leq$ i $<$ $|A|$ -2
  $\equiv$ -2 $\leq$ i $<$ $|A|$ -2

Ejercicio 6.e Escribir programas para los siguientes problemas y demostrar formalmente su corrección usando la precondición más débil.

- proc problema5(in a: seq$\langle\mathbb{Z}\rangle$, in i: $\mathbb{Z}$, out result: $\mathbb{Z}$) {
  Pre {0 $\leq$ i $\wedge$ i+1 $<$ |a| }
  Post {result = a[i] + a[i+1] }

}

Respuesta:

S1: result:= a[i] + a [i+1]

. Primero calculamos su wp por medio del Axioma 1:

E $\equiv$ wp(S1, Post) $\equiv$ wp(result:= a[i] + a [i+1], result:= a[i] + a [i+1])

/* Siendo result de Post reemplazado por su valor de S1.*/

$\equiv$ def(a[i] + a [i+1]) $\wedge$L ((a[i] + a [i+1]) = (a[i] + a [i+1]))

$\equiv$ def(a[i]) $\wedge$ def(a[i+1]) $\wedge$L True

$\equiv$ def(a) $\wedge$ def(i) $\wedge$ def(a) $\wedge$ def(i) $\wedge$L 0 $\leq$ i $<$ |a| $\wedge$L 0 $\leq$ i+1 $<$ |a|

$\equiv$ True $\wedge$ True $\wedge$ True $\wedge$ True $\wedge$L 0 $\leq$ i $<$ |a| $\wedge$L 0 $\leq$ i+1 $<$ |a|

$\equiv$ 0 $\leq$ i $<$ |a| $\wedge$L 0 $\leq$ i+1 $<$ |a|

$\equiv$ 0 $\leq$ i $\wedge$ i+1 $<$ |a|

. Ahora checkeamos que Pre → E:

Pre → E ≡ $0 \leq$ i ∧ i+1 $<$ |a| → $0 \leq$ i ∧ i+1 $<$ |a|

≡ True

Ejercicio 8.d Escribir programas para los siguientes problemas y demostrar formalmente su corrección usando la precondición más débil.

- proc problema4(in s: seq⟨$\mathbb{Z}$⟩, in i: $\mathbb{Z}$, inout a: $\mathbb{Z}$) {

  Pre $\{0 \leq i < |s| \wedge L\ a = \sum_{j=o}^{i-1}(\ if\ s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ Fi }\ )\ \}$

  Post $\{a = \sum_{j=o}^{i}(\ if\ s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ Fi }\ )\ \}$

}

Respuesta:

if (s[i] $\neq$ 0)

a:= a + 1

else

skip

endif

. Primero calculamos su wp por medio del Axioma 4:

Si S=if B then S1 else S2 endif, entonces:

E = wp(S, Post) ≡ def(B) ∧L ((B ∧ wp(S1, Post)) ∨ (¬B ∧ wp(S2, Post)))

≡ def(s[i] $\neq$ 0) ∧L ((s[i] $\neq$ 0 ∧ wp(S1, Post)) ∨ (¬(s[i] $\neq$ 0) ∧ wp(S2, Post)))

≡ $0 \leq i < |s|$ ∧L ((s[i] $\neq$ 0 ∧ wp(S1, Post)) ∨ (¬(s[i] $\neq$ 0) ∧ wp(S2, Post)))

Lo dividimos en 3 partes para que sea mas legible:

1. $0 \leq i < |s|$

2. s[i] $\neq$ 0 ∧ wp(S1, Post)

3. ¬(s[i] $\neq$ 0) ∧ wp(S2, Post)

Comenzemos con el 2:

s[i] $\neq$ 0 ∧ wp(S1, Post)

$\equiv s[i] \neq 0 \wedge wp(a{:=}\ a + 1,\ a = \sum_{j=o}^{i}(\ if\ s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ Fi }\ )$

$\equiv s[i] \neq 0 \wedge def(a + 1) \wedge L\ a + 1 = \sum_{j=o}^{i}(\ if\ s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ Fi }\ )$

$\equiv s[i] \neq 0 \wedge def(a) \wedge L\ a + 1 = \sum_{j=o}^{i}(\ if\ s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ Fi }\ )$

$\equiv s[i] \neq 0 \wedge \text{True} \wedge L\ a + 1 = \sum_{j=o}^{i}(\ if\ s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ Fi }\ )$

$\equiv s[i] \neq 0 \wedge L\ a + 1 = \sum_{j=o}^{i}(\ if\ s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ Fi }\ )$

Continuamos con el 3:

$\neg(s[i] \neq 0) \wedge wp(S2, Post)$

$\equiv s[i] = 0 \wedge wp(skip, Post)$

$\equiv s[i] = 0 \wedge wp(skip, a = \sum_{j=o}^{i}(\textit{if } s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ Fi }))$

$\equiv s[i] = 0 \wedge a = \sum_{j=o}^{i}(\textit{if } s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ Fi })$

Por lo que juntando las 3 partes obtenemos:

$E = 0 \leq i < |s| \wedge L\ ((s[i] \neq 0 \wedge L\ a + 1 = \sum_{j=o}^{i}(\textit{if } s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ Fi })) \vee$

$(s[i] = 0 \wedge a = \sum_{j=o}^{i}(\textit{if } s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ Fi })))$

Finalmente debemos probar que Pre $\rightarrow$ E:

$0 \leq i < |s| \wedge L\ a = \sum_{j=o}^{i-1}(\textit{if } s[j] \neq 0 \textit{ then } 1 \textit{ else } 0 \textit{ Fi }) \rightarrow E$

- $0 \leq i < |s| \rightarrow 0 \leq i < |s|$: Se cumple siempre (True).
- $a = \sum_{j=o}^{i-1}(\textit{if } s[j] \neq 0 \textit{ then } 1 \textit{ else } 0 \textit{ Fi }) \rightarrow (s[i] \neq 0 \wedge L\ a + 1 = \sum_{j=o}^{i}(\textit{if } s[j] \neq 0 \textit{ then } 1 \textit{ else } 0 \textit{ Fi }))$

$\equiv (s[i] \neq 0 \wedge L\ a = \sum_{j=o}^{i-1}(\textit{if } s[j] \neq 0 \textit{ then } 1 \textit{ else } 0 \textit{ Fi }) - 1)$

$\equiv a = \sum_{j=o}^{i-1}(\textit{if } s[j] \neq 0 \textit{ then } 1 \textit{ else } 0 \textit{ Fi })$

Por lo que:

$a = \sum_{j=o}^{i-1}(\textit{if } s[j] \neq 0 \textit{ then } 1 \textit{ else } 0 \textit{ Fi }) \rightarrow a = \sum_{j=o}^{i-1}(\textit{if } s[j] \neq 0 \textit{ then } 1 \textit{ else } 0 \textit{ Fi })$: Y esto se cumple siempre (True).

- $a = \sum_{j=o}^{i-1}(\textit{if } s[j] \neq 0 \textit{ then } 1 \textit{ else } 0 \textit{ Fi }) \rightarrow (s[i] = 0 \wedge a = \sum_{j=o}^{i}(\textit{if } s[j] \neq 0 \textit{ then } 1 \textit{ else } 0 \textit{ Fi }))$

$\equiv a = \sum_{j=o}^{i-1}(\textit{if } s[j] \neq 0 \textit{ then } 1 \textit{ else } 0 \textit{ Fi }) - s[i]$

$\equiv a = \sum_{j=o}^{i-1}(\textit{if } s[j] \neq 0 \textit{ then } 1 \textit{ else } 0 \textit{ Fi }) - 0$

$\equiv a = \sum_{j=o}^{i-1}(\textit{if } s[j] \neq 0 \textit{ then } 1 \textit{ else } 0 \textit{ Fi })$

Por lo que:

$a = \sum_{j=o}^{i-1}(\textit{if } s[j] \neq 0 \textit{ then } 1 \textit{ else } 0 \textit{ Fi }) \rightarrow a = \sum_{j=o}^{i-1}(\textit{if } s[j] \neq 0 \textit{ then } 1 \textit{ else } 0 \textit{ Fi })$: Y esto se cumple siempre (True).