

# **Introducción a las teorías lineales de circulación oceánica forzada por el viento**

---

Leandro B. Díaz, Daniela B. Risaro, Fernando Becker  
Segundo cuatrimestre 2020

## Teorías de circulación

---

¿Cómo puede ser forzado el océano?

## ¿Cómo puede ser forzado el océano?

- Esfuerzo superficial del viento

## ¿Cómo puede ser forzado el océano?

- Esfuerzo superficial del viento
- Flujos superficiales de calor y agua dulce

## ¿Cómo puede ser forzado el océano?

- Esfuerzo superficial del viento
- Flujos superficiales de calor y agua dulce
- Acción de la marea

## ¿Cómo puede ser forzado el océano?

- Esfuerzo superficial del viento
- Flujos superficiales de calor y agua dulce
- Acción de la marea
- Interacción con los contornos y el fondo

## ¿Cómo puede ser forzado el océano?

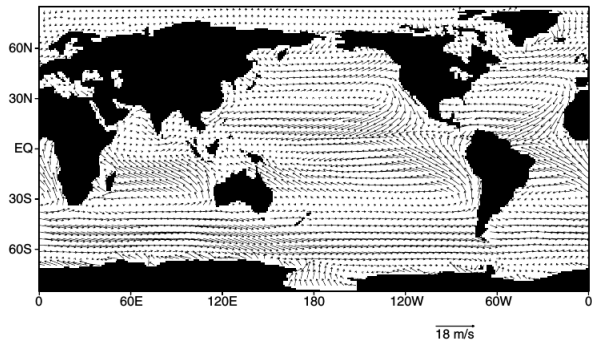
- Esfuerzo superficial del viento
- Flujos superficiales de calor y agua dulce
- Acción de la marea
- Interacción con los contornos y el fondo
- Planeta que rota bajo el efecto de la gravedad



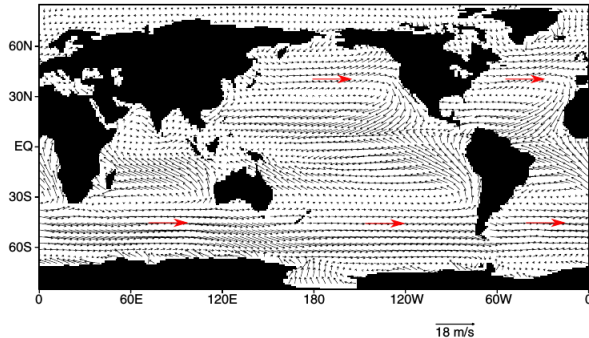
## ¿Cómo puede ser forzado el océano?

- Esfuerzo superficial del viento
- Flujos superficiales de calor y agua dulce
- Acción de la marea
- Interacción con los contornos y el fondo
- Planeta que rota bajo el efecto de la gravedad

# Viento en superficie

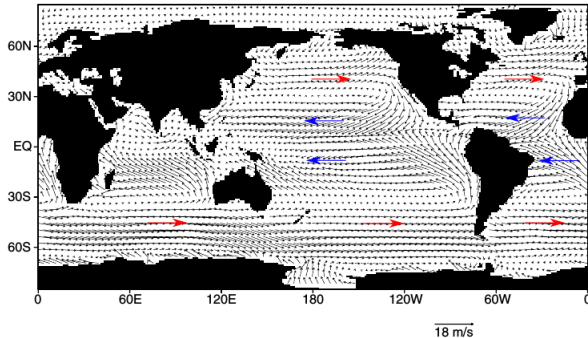


# Viento en superficie



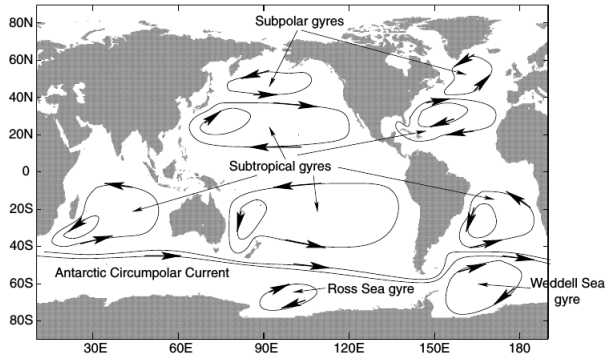
- Vientos oestes en latitudes medias

# Viento en superficie

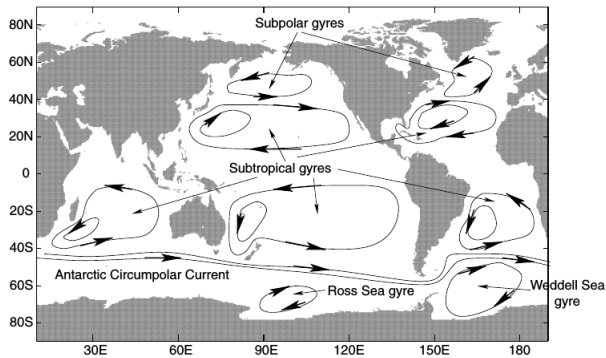


- Vientos oestes en latitudes medias
- Vientos alisios (estes) en latitudes bajas cercanas al Ecuador

# Circulación oceánica superficial

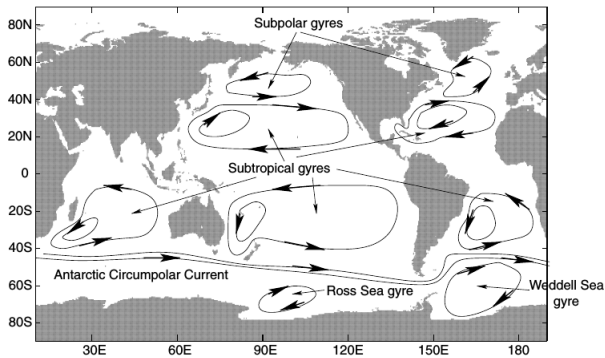


# Circulación oceánica superficial



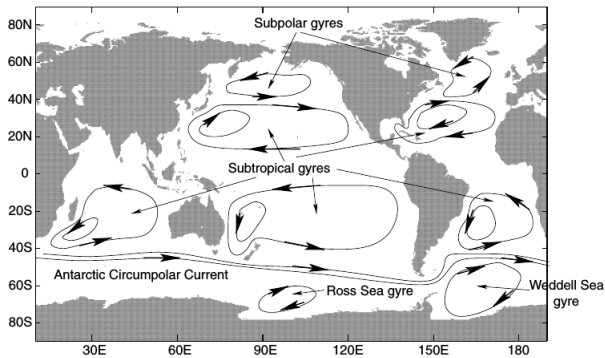
- Giros subpolares  $\Rightarrow$  ciclónicos

# Circulación oceánica superficial



- Giros subpolares  $\Rightarrow$  ciclónicos
- Giros subtropicales  $\Rightarrow$  anticiclónicos

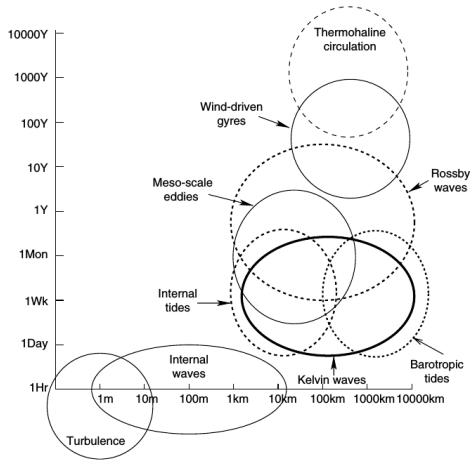
# Circulación oceánica superficial



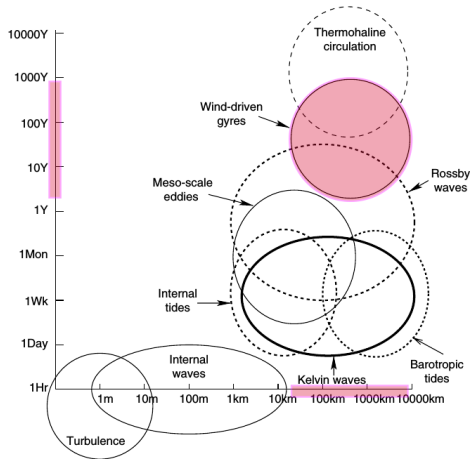
- Giros subpolares  $\Rightarrow$  ciclónicos
- Giros subtropicales  $\Rightarrow$  anticiclónicos
- Corriente circumpolar antártica  $\Rightarrow$  inducida por la banda de oestes en el HS



# Circulación oceánica superficial



# Circulación oceánica superficial



## Teorías lineales de circulación

---

- Sverdrup (1947)

- Sverdrup (1947)
- Stommel (1948)

- Sverdrup (1947)
- Stommel (1948)
- Munk (1950)

*"Wind-driven currents in a baroclinic ocean, with application to the Equatorial Currents of the Eastern Pacific"* Sverdrup, 1947

*"Wind-driven currents in a baroclinic ocean, with application to the Equatorial Currents of the Eastern Pacific"* Sverdrup, 1947

- Los gradientes horizontales de presión son balanceados por la fuerza de Coriolis



*"Wind-driven currents in a baroclinic ocean, with application to the Equatorial Currents of the Eastern Pacific"* Sverdrup, 1947

- Los gradientes horizontales de presión son balanceados por la fuerza de Coriolis
- Tanto las velocidades horizontales como los gradientes horizontales de presión se anulan a una cierta profundidad debajo de la superficie

*"Wind-driven currents in a baroclinic ocean, with application to the Equatorial Currents of the Eastern Pacific"* Sverdrup, 1947

- Los gradientes horizontales de presión son balanceados por la fuerza de Coriolis
- Tanto las velocidades horizontales como los gradientes horizontales de presión se anulan a una cierta profundidad debajo de la superficie
- La fuente de energía del sistema es el rotor de la tensión del viento

### Ecuaciones de movimiento

$$-\rho f v = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_x}{\partial z}$$

$$\rho f u = -\frac{\partial P}{\partial y}$$

## Ecuaciones de movimiento

$$-\rho f v = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_x}{\partial z}$$

$$\rho f u = -\frac{\partial P}{\partial y}$$

## Integración en z

$$f M_y = -\frac{\partial P}{\partial x} + \tau_x$$

$$f M_x = -\frac{\partial P}{\partial y}$$

## Ecuaciones de movimiento

$$-\rho f v = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_x}{\partial z}$$

$$\rho f u = -\frac{\partial P}{\partial y}$$

## Integración en z

$$f M_y = -\frac{\partial P}{\partial x} + \tau_x$$

$$f M_x = -\frac{\partial P}{\partial y}$$

## Descomposición del transporte

$$M = M_E + M_G$$

$$M_{Ex} = 0$$

$$-M_{Ey} = \frac{1}{f} \tau_x$$

$$M_{Gx} = -\frac{1}{f} \frac{\partial P}{\partial y}$$

$$-M_{Gy} = -\frac{1}{f} \frac{\partial P}{\partial x}$$

## Ecuaciones de movimiento

$$-\rho f v = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_x}{\partial z}$$

$$\rho f u = -\frac{\partial P}{\partial y}$$

## Integración en z

$$f M_y = -\frac{\partial P}{\partial x} + \tau_x$$

$$f M_x = -\frac{\partial P}{\partial y}$$

## Descomposición del transporte

$$M = M_E + M_G$$

$$M_{Ex} = 0$$

$$-M_{Ey} = \frac{1}{f} \tau_x$$

$$M_{Gx} = -\frac{1}{f} \frac{\partial P}{\partial y}$$

$$-M_{Gy} = -\frac{1}{f} \frac{\partial P}{\partial x}$$

## Continuidad

$$\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} = 0 \Rightarrow$$

## Ecuaciones de movimiento

$$-\rho f v = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_x}{\partial z}$$

$$\rho f u = -\frac{\partial P}{\partial y}$$

## Integración en z

$$f M_y = -\frac{\partial P}{\partial x} + \tau_x$$

$$f M_x = -\frac{\partial P}{\partial y}$$

## Descomposición del transporte

$$M = M_E + M_G$$

$$M_{Ex} = 0$$

$$-M_{Ey} = \frac{1}{f} \tau_x$$

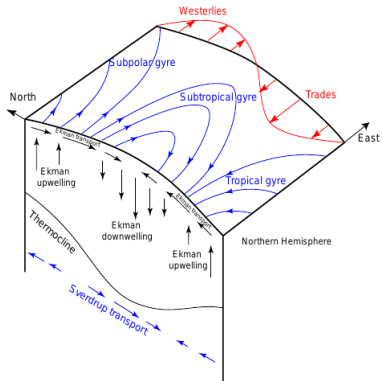
$$M_{Gx} = -\frac{1}{f} \frac{\partial P}{\partial y}$$

$$-M_{Gy} = -\frac{1}{f} \frac{\partial P}{\partial x}$$

## Continuidad

$$\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} = 0 \Rightarrow \beta M_y = -\frac{\partial \tau_x}{\partial y}$$

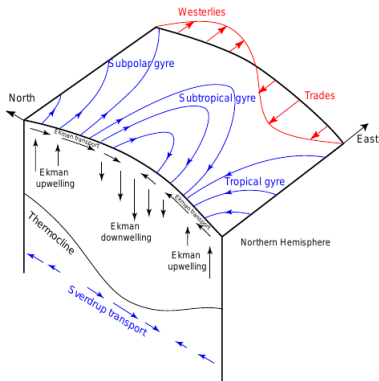
# Sverdrup (1947)



Circulación del balance de Sverdrup en el  
HN

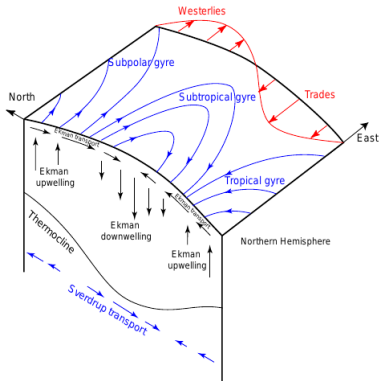


- Los vientos del oeste y los alisios fuerzan convergencia en la capa de Ekman  $\Rightarrow$  Ekman downwelling en latitudes medias



Circulación del balance de Sverdrup en el HN

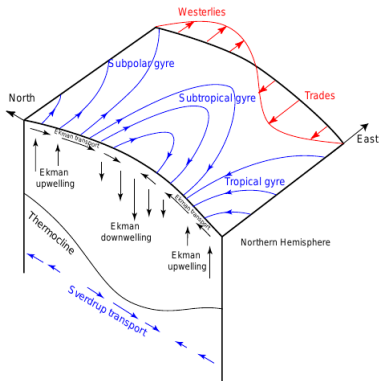
# Sverdrup (1947)



- Los vientos del oeste y los alisios fuerzan convergencia en la capa de Ekman  $\Rightarrow$  Ekman downwelling en latitudes medias
- Ekman upwelling en latitudes bajas y altas

Circulación del balance de Sverdrup en el HN

# Sverdrup (1947)



- Los vientos del oeste y los alisios fuerzan convergencia en la capa de Ekman  $\Rightarrow$  Ekman downwelling en latitudes medias
- Ekman upwelling en latitudes bajas y altas
- Transporte de Sverdrup meridional hacia el Ecuador

Circulación del balance de Sverdrup en el HN

*"The westward intensification of Wind-driven ocean currents"* Stommel, 1948

*"The westward intensification of Wind-driven ocean currents"* Stommel, 1948

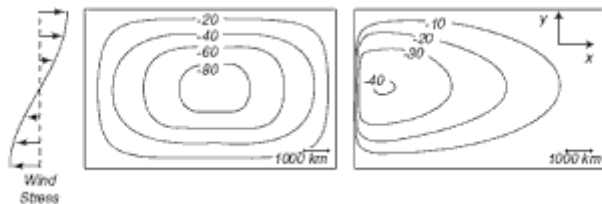
- Cuenca oceánica rectangular bajo la influencia del esfuerzo del viento

*"The westward intensification of Wind-driven ocean currents"* Stommel, 1948

- Cuenca oceánica rectangular bajo la influencia del esfuerzo del viento
- Fricción de fondo proporcional a la velocidad del fluido  $\Rightarrow$  cambio de vorticidad planetaria balanceado por la fricción de fondo.

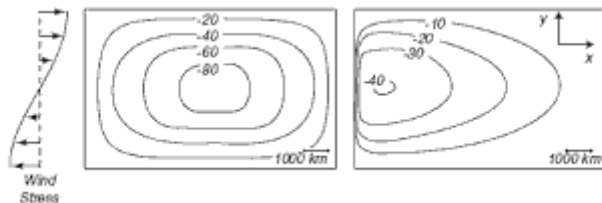
*"The westward intensification of Wind-driven ocean currents"* Stommel, 1948

- Cuenca oceánica rectangular bajo la influencia del esfuerzo del viento
- Fricción de fondo proporcional a la velocidad del fluido  $\Rightarrow$  cambio de vorticidad planetaria balanceado por la fricción de fondo.
- Gradientes horizontales de presión causados por cambios en la superficie libre y la fuerza de Coriolis



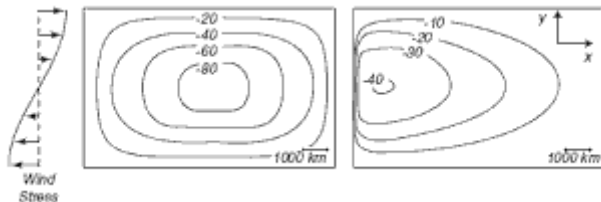
Solución de Stommel para el HN con plano  $f$  (Izquierda) y plano  $\beta$  (Derecha)





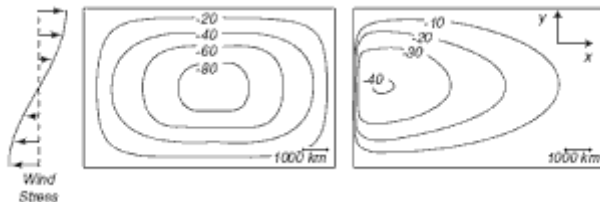
Solución de Stommel para el HN con plano  $f$  (Izquierda) y plano  $\beta$  (Derecha)

- El cambio de  $f$  con la latitud genera una CBO a partir de la generación vorticidad planetaria



Solución de Stommel para el HN con plano  $f$  (Izquierda) y plano  $\beta$  (Derecha)

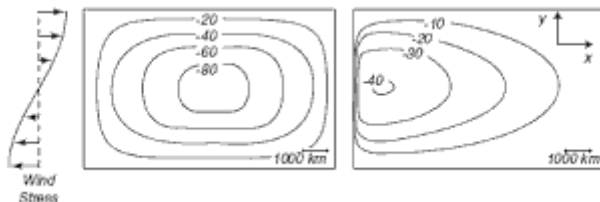
- El cambio de  $f$  con la latitud genera una CBO a partir de la generación vorticidad planetaria
- En el BO el input de vorticidad del viento y la vorticidad planetaria es balanceada con fricción



Solución de Stommel para el HN con plano  $f$  (Izquierda) y plano  $\beta$  (Derecha)

- El cambio de  $f$  con la latitud genera una CBO a partir de la generación vorticidad planetaria
- En el BO el input de vorticidad del viento y la vorticidad planetaria es balanceada con fricción
- En el interior de la cuenca el balance es entre el viento y el término de vorticidad planetaria

# Stommel (1948)



Solución de Stommel para el HN con plano  $f$  (Izquierda) y plano  $\beta$  (Derecha)

- El cambio de  $f$  con la latitud genera una CBO a partir de la generación vorticidad planetaria
- En el BO el input de vorticidad del viento y la vorticidad planetaria es balanceada con fricción
- En el interior de la cuenca el balance es entre el viento y el término de vorticidad planetaria

$$\beta v - (\nabla \times \tau_s) + K\xi = 0$$

$$\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}; K \text{ coeficiente de fricción}$$

*"On the wind-driven ocean circulation"* Munk, 1950

*"On the wind-driven ocean circulation"* Munk, 1950

- Se basa en los modelos de Sverdrup y Stommel

*"On the wind-driven ocean circulation"* Munk, 1950

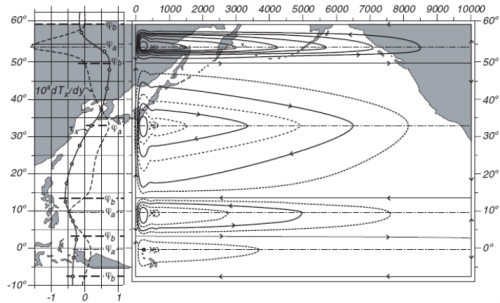
- Se basa en los modelos de Sverdrup y Stommel
- Agrega coeficientes constantes de fricción lateral eddy

*"On the wind-driven ocean circulation"* Munk, 1950

- Se basa en los modelos de Sverdrup y Stommel
- Agrega coeficientes constantes de fricción lateral eddy
- Integra las ecuaciones de movimiento hasta una profundidad de no movimiento y reescribe los términos utilizando función corriente

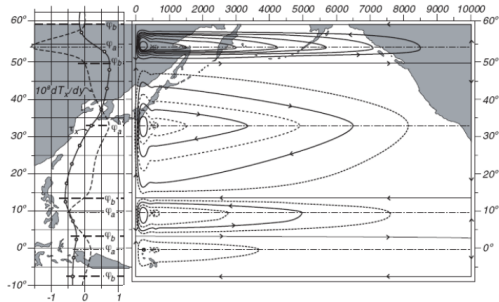


# Munk (1950)



Solución de Munk

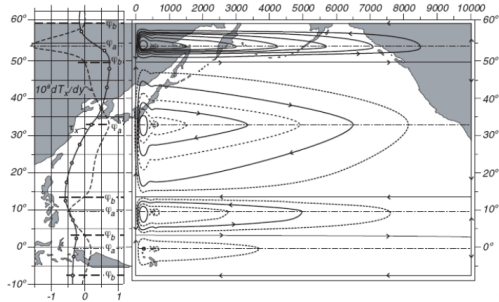
# Munk (1950)



Solución de Munk

- En el BO se genera una CCBO, producto del coeficiente de fricción lateral

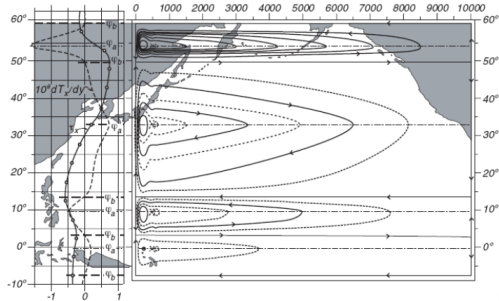
# Munk (1950)



Solución de Munk

- En el BO se genera una CCBO, producto del coeficiente de fricción lateral
- En el interior de la cuenca el balance es entre el viento y el término de vorticidad planetaria

# Munk (1950)



Solución de Munk

- En el BO se genera una CCBO, producto del coeficiente de fricción lateral
- En el interior de la cuenca el balance es entre el viento y el término de vorticidad planetaria

$$\beta \frac{\partial \psi}{\partial x} - (\nabla \times \tau_s) - A_H \nabla^4 \psi = 0$$

$$\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}; A_H \text{ coeficiente de fricción lateral}$$

## Modelo QG

---

## Modelo homogéneo de circulación

- Este modelo fue desarrollado para resolver la ecuación de vorticidad barotrópica (integrada en la vertical) para el océano en su forma adimensional. Usa diferencias finitas
- Al definir escalas características del problema \*, la ecuación en cuestión es

$$\frac{\partial \xi'}{\partial t} + R_0 J'(\psi', \xi') + \frac{\partial \psi'}{\partial x'} = \frac{\nabla' \times \tau'_s}{D} - \epsilon_s \xi' + \epsilon_m \nabla'^2 \xi'$$

$$J'(\psi', \xi') = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$R_0 = \frac{U}{\beta_0 L^2} \text{ número de Rossby}$$

$$\epsilon_s = \frac{K}{\beta_0 L} \text{ número de Stommel}$$

$$\epsilon_m = \frac{A}{\beta_0 L^3} \text{ número de Munk}$$

- \*  $(x, y) = L(x', y')$ ;  $(u, v) = U(u', v')$ ;  $t = Tt'$
- $U = \frac{2\pi\tau_s}{\rho D \beta^2 L^2}$ ;  $T = \frac{1}{\beta L}$

## Magnitudes típicas - gran escala

Magnitud del viento $\tau$	$0.1 - 0.5 \text{ N m}^{-2}$
Longitud de la cuenca $L$	$4000 \text{ km}$
Profundidad $D$	$1000 - 5000 \text{ m}$
Coeficiente de fricción de fondo $K$	$1.16 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$
Coeficiente de fricción lateral $A_H$	$10 - 500 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$

## Números adimensionales en el modelo

Número de Rossby	$R = \frac{2\pi\tau}{\rho D \beta^2 L^3}$	$R_0$
Número de Ekman vertical	$E_f = \frac{K}{\beta L}$	$\text{eps}$
Número de Ekman horizontal armónico	$E_{v1} = \frac{A}{\beta L^3}$	$Ah$
Número de Ekman horizontal bi-armónico	$E_{v2} = \frac{A_4}{\beta L^5}$	$Bh$

- La caracterización de la CBO viene dada por el parámetro  $\delta \Rightarrow$  fracción de la longitud de la cuenca que la CBO abarca
- Parámetro  $W \Rightarrow$  ancho de la CBO
- $W$  depende de los efectos a los que está asociado
  1. Efectos inerciales  $\Rightarrow \delta_i = R^{(1/2)} \Rightarrow W_i = \delta_i L$
  2. Fricción de fondo  $\Rightarrow \delta_f = E_f \Rightarrow W_f = \delta_f L$
  3. Fricción lateral  $\Rightarrow \delta_{v1} = E_{v1}^{(1/3)} \Rightarrow W_{v1} = \delta_{v1} L$
  4. Fricción bi-armónica  $\Rightarrow \delta_{v2} = E_{v2}^{(1/5)} \Rightarrow W_{v2} = \delta_{v2} L$



**Preguntas?**