**Instructor/Estudiante** Davis Brandon Salazar Roa

**Fecha** 24/12/25

**Asignatura**

Para ello se debe cumplir ambas condiciones

I) $R^T \times R = I$

II) $\det(R) = +1$

Resumen

Pertenece?

$R_1$: No

$R_2$: Si

$R_3$: Si

$R_4$: No

I)

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\sqrt{3}/2 & 1/2 \\ \sqrt{3}/2 & -1/4 & \sqrt{3}/4 \\ 1/2 & \sqrt{3}/4 & 3/4 \end{bmatrix}$$

$$R_1^T = \underset{3\times 3}{\begin{bmatrix} 0 & \sqrt{3}/2 & 1/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/4 & \sqrt{3}/4 \\ 1/2 & \sqrt{3}/4 & 3/4 \end{bmatrix}} \times \underset{3\times 3.}{\begin{bmatrix} 0 & -\sqrt{3}/2 & 1/2 \\ \sqrt{3}/2 & -1/4 & \sqrt{3}/4 \\ 1/2 & \sqrt{3}/4 & 3/4 \end{bmatrix}}$$

$$\text{I)}\quad R_1^T \times R = \begin{bmatrix} 0 + 3/4 + \frac{1}{4} & 0 + -\frac{\sqrt{3}}{8} + \frac{\sqrt{3}}{8} & 0 + 3/8 + 3/4 \\ -\frac{\sqrt{3}}{8} + \frac{\sqrt{3}}{8} & 3/4 + \frac{1}{4} + 3/16 & -\frac{\sqrt{3}}{8} - \frac{\sqrt{3}}{16}\ \frac{3\sqrt{3}}{4} \\ \frac{3}{8} + \frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{16} + \frac{3\sqrt{3}}{16} & \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{16} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 9/8 \\ 0 & \frac{19}{16} & 0 \\ \frac{6}{8} & -\frac{7\sqrt{3}}{16} & 1 \end{bmatrix} \neq I \quad \therefore R_1 \text{ no pertenece al grupo de rotacion } SO(3)$$

II)

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Luego

$$|R_2| = \frac{1}{2} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

$$|R_2| = 1$$

Cumple con la 2da condición

$$R_2^T = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$\therefore$ La matriz de rotación pertenece al grupo SO(3)

$R_2^T R_2 = I$ ?

$$= \underset{3\times 3}{\begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1/2 + 1/2 & 0 & 1/2 - 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

**Resumen**

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

1ra condición satisfecha

24/11/25

III)

$$R_3 = \begin{bmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_3^T = \begin{bmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$R_3^T \cdot R_3 = I$?

$$= \begin{bmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{4}+\frac{3}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4}+\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$ Se cumple la 1ra propiedad

$|R_3| = 1$

$|R_3| = \frac{1}{4} - \left\{ -\frac{3}{4} \right\}$

$|R_3| = 1$ Se cumple la 2da condición

∴ La matriz $R_3$ pertenece al grupo de rotación $SO(3)$

IV)

$$R_4 = \begin{bmatrix} 0,8 & 0 & 0,6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0,6 & 0 & -0,8 \end{bmatrix}$$

$$R_4^T = \begin{bmatrix} 0,8 & 0 & 0,6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0,6 & 0 & -0,8 \end{bmatrix}$$

$R_4^T \cdot R_4 = I$?

$$\begin{bmatrix} 0,8 & 0 & 0,6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0,6 & 0 & -0,8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,8 & 0 & 0,6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0,6 & 0 & -0,8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,64+0,36 & 0 & 0,48-0,48 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0,48-0,48 & 0 & 0,36+0,64 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ Cumple con la 1ra condición

$|R_4| = 1$?

$|R_4| = -0,64 - \{0,36\}$

$|R_4| = -1$ No cumple con la $|R_4| = +1$

∴ La matriz rotativa $R_4$ no pertenece al grupo $SO(3)$

**Resumen**