Capítulo V:
Filtrado Espacial y en Frecuencia

Procesamiento Digital de Imágenes

Contenido:

Contenido:

Filtrado de Imágenes

El filtrado de imágenes constituye una operación fundamental en el procesamiento digital de imágenes, concebida para modificar o realzar los atributos de una imagen con propósitos analíticos y visuales diversos. Este proceso es análogo a la aplicación de una lente específica que permite la acentuación o atenuación selectiva de la estructura e información subyacente de una imagen.

Las aplicaciones del filtrado de imágenes son extensas e incluyen:

- **Reducción de Ruido:** Atenuación de variaciones estocásticas en la intensidad de píxeles, mejorando la claridad de la imagen.
- **Realce de Bordes:** Acentuación de discontinuidades de intensidad, crucial para la definición de contornos y estructuras de objetos.
- **Suavizado de la Imagen:** Atenuación de componentes de alta frecuencia para reducir detalles finos, ruido, o para lograr un efecto visual difuso.
- **Detección de Características:** Identificación de puntos, líneas o regiones sobresalientes dentro de una imagen.
- **Transformaciones Estéticas:** Aplicación de efectos estilísticos o artísticos.

Convolución

En el contexto del filtrado en el dominio espacial, la ***convolución*** es la operación matemática fundamental que subyace a la mayoría de las aplicaciones de filtros.

- **Definición de Convolución:** Conceptualmente, la convolución describe la operación matemática que define cómo la forma de una función (el filtro o núcleo) modifica la forma de otra función (la imagen). Implica la integración del producto de dos funciones después de que una de ellas ha sido invertida y desplazada.

- **Aplicación en el Procesamiento de Imágenes:** Para imágenes digitales, la convolución se materializa mediante la aplicación de una pequeña matriz, denominada ***máscara, núcleo*** o ***kernel***, sobre cada píxel de la imagen. Este kernel contiene un conjunto de coeficientes (pesos) que dictan la influencia de los píxeles vecinos en el valor del píxel de salida calculado.

- **Objetivo:** El objetivo primordial de la convolución es calcular un nuevo valor de píxel en la imagen de salida mediante la realización de una suma ponderada de los valores de los píxeles en la vecindad local de la imagen de entrada, tal como se define por el kernel. Esta operación produce efectivamente un promedio ponderado local.

Convolución

Convolución - Definición Matemática

Formalmente, para una imagen 2D discreta $I(x, y)$ y un kernel de filtro $K(i, j)$, la operación de convolución discreta que produce la imagen de salida $O(x, y)$ se define como:

$$O(x, y) = \sum_i \sum_j I(x - i, y - j) \cdot K(i, j)$$

En el procesamiento digital de imágenes, debido a la simetría típica de muchos kernels y consideraciones computacionales, la operación a menudo se implementa de una forma ligeramente modificada, que implícitamente tiene en cuenta la orientación del kernel o asume un kernel simétrico:

$$O(x, y) = \sum_i \sum_j I(x + i, y + j) \cdot K_{flip}(i, j)$$

Donde K_{flip} denota el kernel rotado 180 grados. Para kernels simétricos, $K_{flip} = K$. El principio central implica la multiplicación elemento a elemento seguida de la suma.

Convolución - Procedimiento

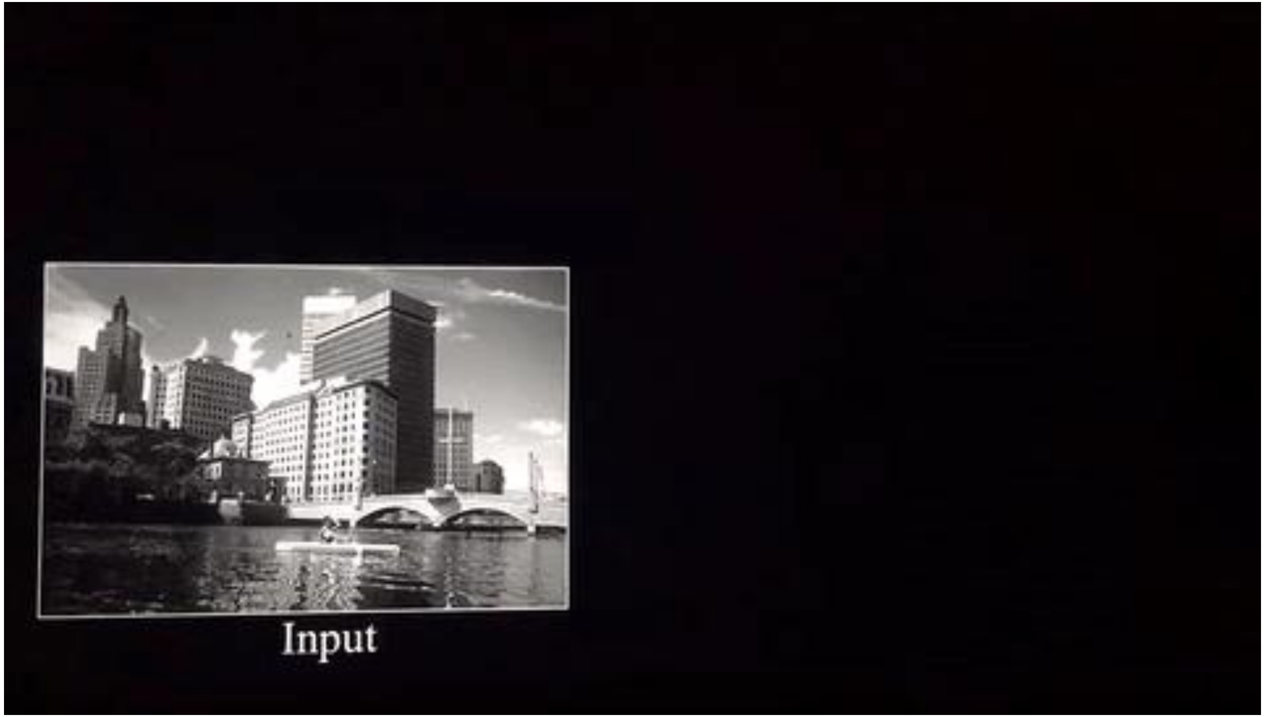
La aplicación de un kernel de convolución implica una operación sistemática de ventana deslizante:

1. **Posicionamiento del Kernel:** El centro del kernel de convolución se posiciona sobre el píxel objetivo (x, y) en la imagen de entrada I, para el cual se va a calcular el píxel de salida correspondiente $O(x, y)$.
2. **Multiplicación Elemento a Elemento:** Cada valor de píxel dentro del campo de recepción del kernel en la imagen de entrada se multiplica por el coeficiente correspondiente en el kernel.
3. **Suma de Productos:** Se suman todos los productos resultantes de las multiplicaciones elemento a elemento. Para un kernel de 3*3, esto implica nueve productos de este tipo.
4. **Asignación del Resultado:** La suma agregada constituye el nuevo valor de píxel para $O(x, y)$, ubicado en las coordenadas espaciales correspondientes al centro del kernel.
5. **Traslación del Kernel:** El kernel se traslada entonces a la siguiente posición de píxel adyacente en la imagen de entrada, y el proceso se repite iterativamente hasta que todos los píxeles han sido procesados.

Este proceso iterativo cubre la totalidad de la imagen, fila por fila, columna por columna.

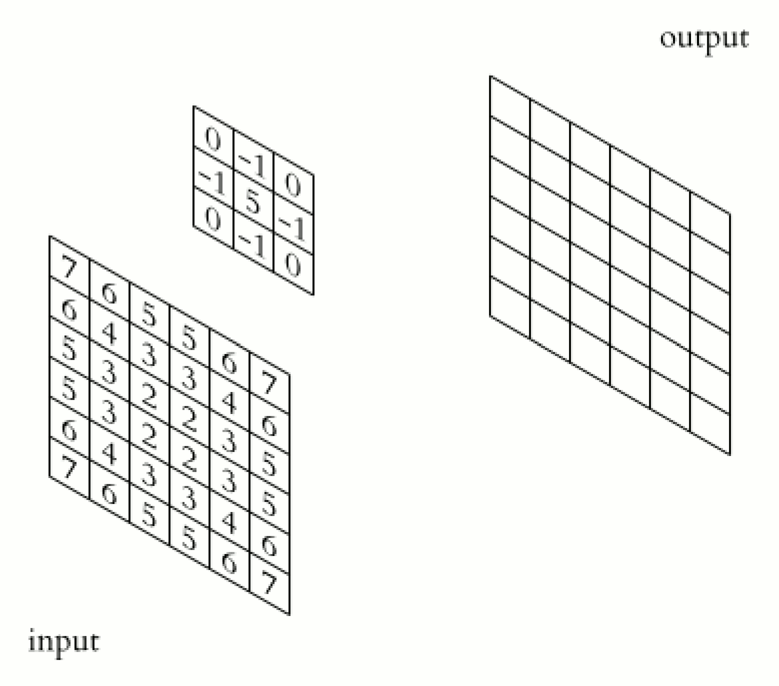
Convolución

Convolución - Procedimiento

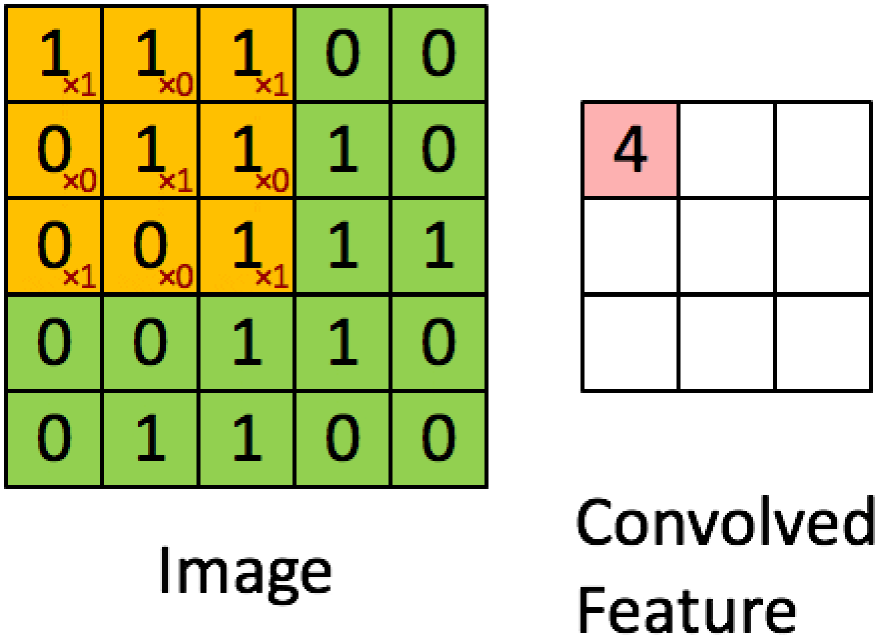


Convolución

Convolución - Procedimiento



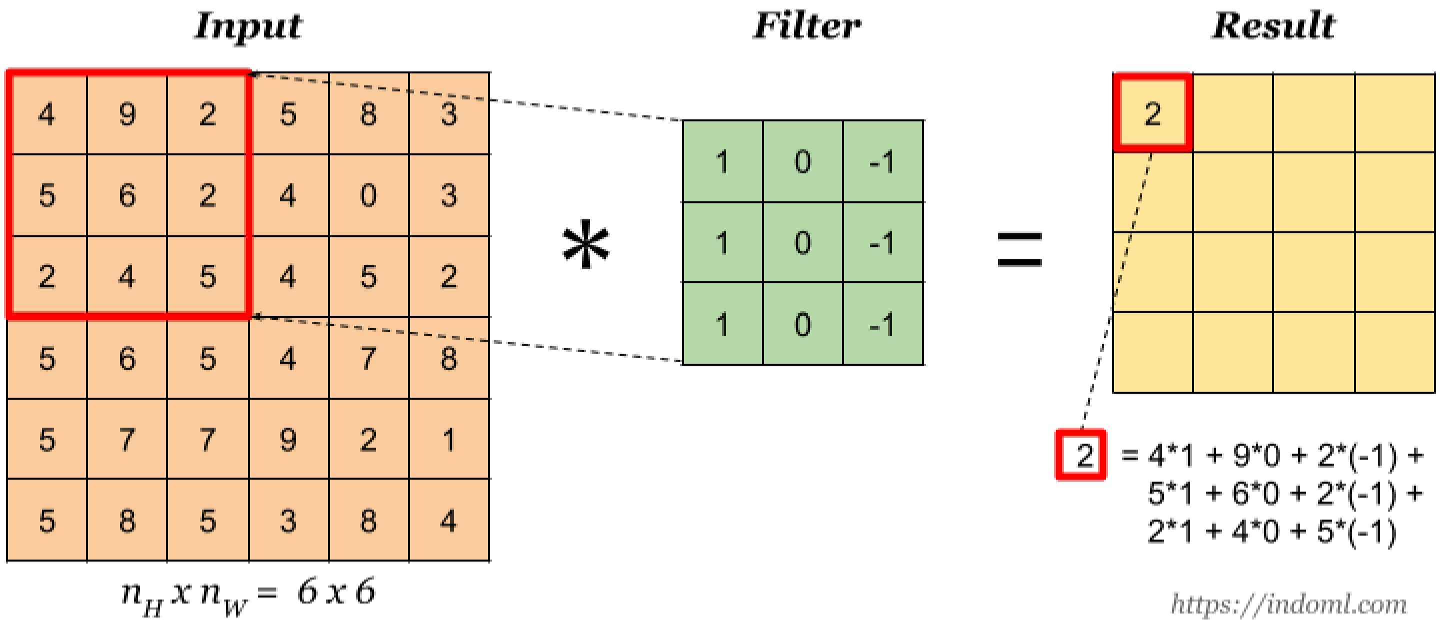
Convolución - Procedimiento



Convolución

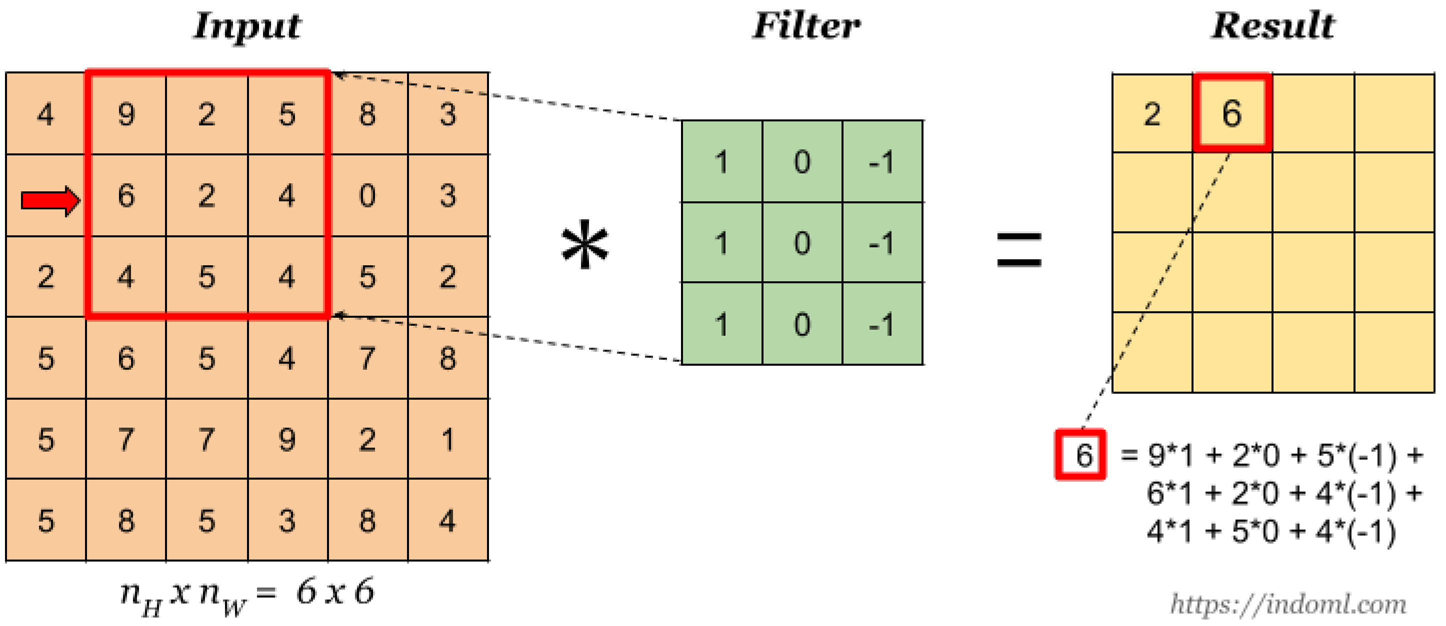
Convolución - Ejemplo Numérico

Consideremos un ejemplo numérico que demuestra la convolución para un píxel central.



Convolución - Ejemplo Numérico

Consideremos un ejemplo numérico que demuestra la convolución para un píxel central.



Convolución - Gestión de Bordes

Una consideración crítica en la aplicación de la convolución es la metodología para el manejo de los límites de la imagen, donde el kernel se extiende más allá de los límites definidos de la imagen. La gestión de estos píxeles "inexistentes" requiere estrategias específicas.

- **Relleno con Ceros (Zero Padding):** Este método implica la extensión de la imagen mediante la adición de un borde de píxeles con valor cero (negro).
- **Relleno por Replicación (Replicate Padding):** Los valores de los píxeles del borde se replican hacia el exterior. Por ejemplo, el valor de un píxel de esquina se duplica para las posiciones externas adyacentes.
- **Relleno por Reflexión (Reflect Padding):** Los píxeles externos se rellenan reflejando los valores de los píxeles internos a través de los límites de la imagen.

La selección de una estrategia de manejo de bordes depende de la aplicación específica y de las características del filtro que se está aplicando.

Convolución - Gestión de Bordes - Zero Padding

0	0	0	0	0	0	0
0	60	113	56	139	85	0
0	73	121	54	84	128	0
0	131	99	70	129	127	0
0	80	57	115	69	134	0
0	104	126	123	95	130	0
0	0	0	0	0	0	0

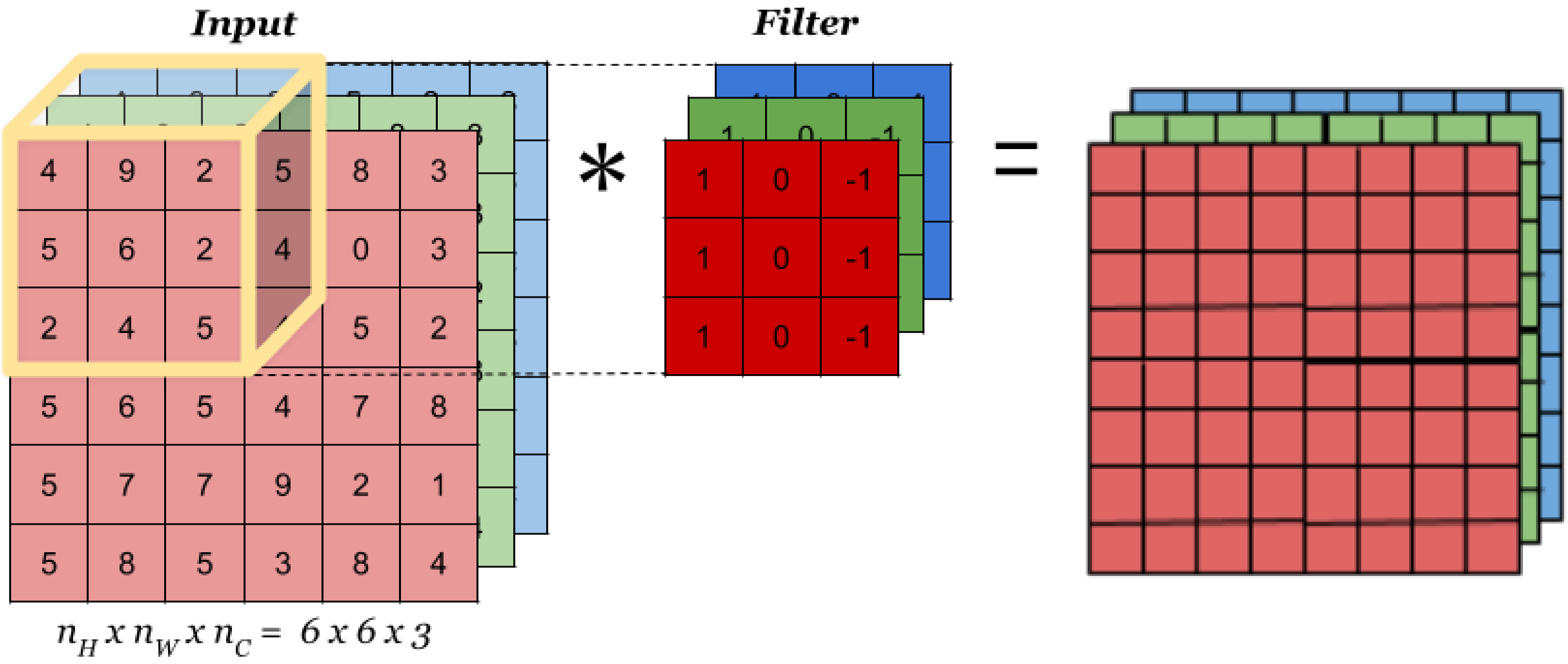
Kernel

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

114				

Convolución

Convolución imagen RGB



Contenido:

Filtros Espaciales

Los filtros espaciales se categorizan ampliamente en función de su efecto deseado sobre las características de la imagen:

- **Filtros de Suavizado (Filtros Pasa-Bajos):** Estos filtros tienen como objetivo reducir el ruido y los detalles finos mediante la atenuación de las variaciones abruptas de intensidad. Su resultado típico es una imagen borrosa o difusa.
    - El término "pasa-bajos" significa su propiedad de permitir el paso de **bajas frecuencias espaciales** (cambios graduales de intensidad, que representan estructuras macroscópicas de la imagen), mientras que atenúan las altas frecuencias espaciales (cambios rápidos de intensidad, correspondientes a detalles finos, bordes y ruido).
    - Su operación se basa en cálculos de promedio o mediana dentro de las vecindades locales de píxeles.

Filtros Espaciales

Los filtros espaciales se categorizan ampliamente en función de su efecto deseado sobre las características de la imagen:

- **Filtros de Realce (Filtros Pasa-Altos):** Estos filtros están diseñados para acentuar bordes, líneas y otros detalles finos, mejorando así la nitidez y el contraste de la imagen.
    - "Pasa-altos" denota su característica de permitir el paso de **altas frecuencias espaciales**, mientras que atenúan las **bajas frecuencias espaciales** (regiones homogéneas).
    - Su mecanismo implica la detección de diferencias o el cálculo de gradientes entre píxeles adyacentes.

Filtros Espaciales

Operation	Kernel ω	Image result g(x,y)
Identity	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	
Edge detection	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	
	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	
	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	
Sharpen	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	
Box blur (normalized)	$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	
Gaussian blur 3 × 3 (approximation)	$\frac{1}{16}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	
Gaussian blur 5 × 5 (approximation)	$\frac{1}{256}\begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$	

Filtros de Suavizado

Los filtros de suavizado son herramientas integrales en el preprocesamiento de imágenes, con el objetivo principal de:

- **Reducción de Ruido:** Para mitigar diversas formas de ruido, como el ruido de "sal y pimienta" o el ruido gaussiano.
- **Atenuación de Cambios Abruptos de Intensidad:** Para suavizar transiciones abruptas en regiones texturizadas o áreas afectadas por una iluminación no uniforme.
- **Preservación de Regiones Homogéneas:** Para mantener la uniformidad de áreas de imagen ya suaves.

El principio operativo de la mayoría de los filtros de suavizado es el promediado de los valores de los píxeles vecinos. Al reemplazar el valor de un píxel por el promedio de su vecindad local, se reduce la varianza local de las intensidades de píxel. Este proceso diluye el impacto de los valores atípicos (ejem., ruido) e imparte una apariencia más suave a la imagen. Sin embargo, un efecto secundario consecuente de este promediado es el desenfoque de los bordes, que se definen intrínsecamente por cambios abruptos de intensidad. El desafío reside en lograr un equilibrio óptimo entre la reducción de ruido y la preservación de bordes.

Filtro de Promedio (Mean Filter)

El valor de cada píxel de salida se calcula como el promedio aritmético de todos los valores de píxeles contenidos dentro de una ventana definida (ejem., cuadrada) centrada alrededor del píxel de entrada correspondiente. El filtro de promedio representa el filtro de suavizado más directo y fundamental.

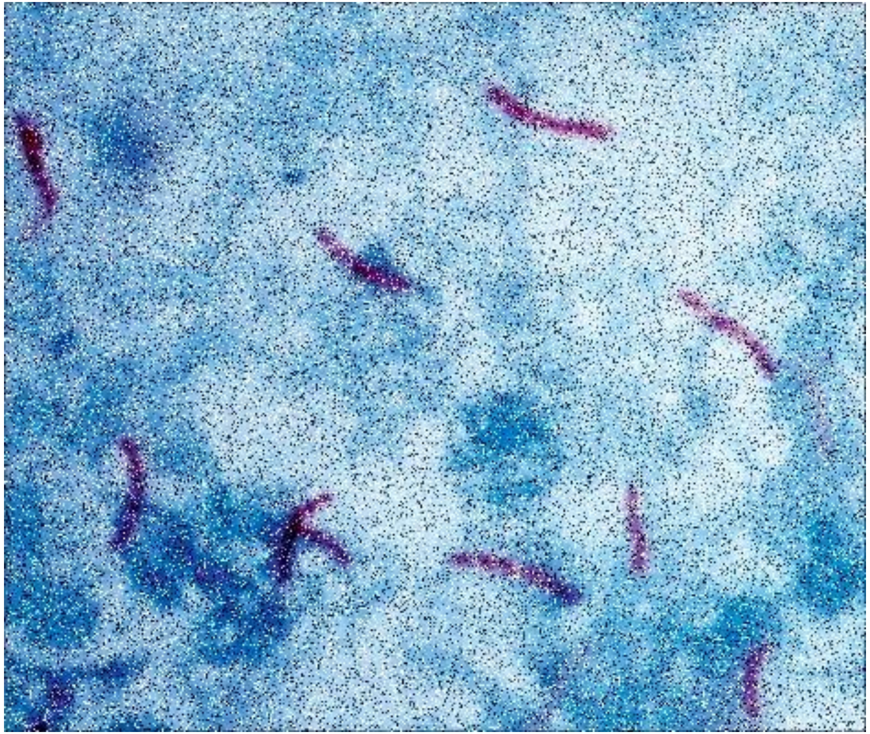
Kernel: Para un filtro de promedio de 3*3, los coeficientes del kernel son uniformes:

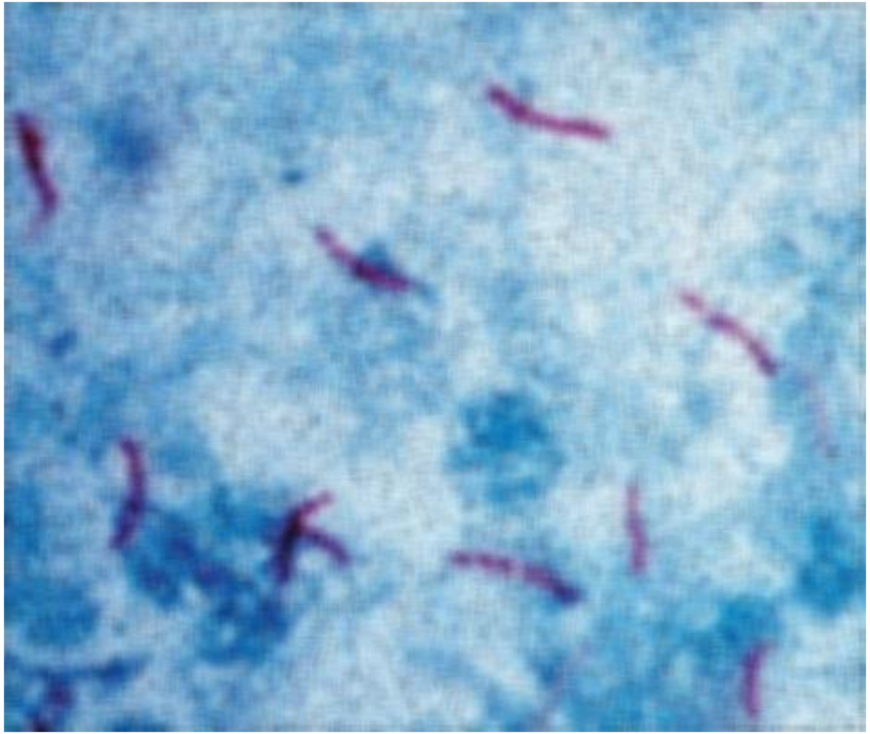
$$K = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Para un filtro de 5*5, cada coeficiente sería 1/25. Una propiedad crítica de estos kernels es que la suma de todos los coeficientes debe ser igual a 1 para preservar la intensidad general de la imagen.

- **Desenfoque de la Imagen:** El proceso de promediado intrínsecamente desenfoca los detalles finos y los bordes al reducir las diferencias de intensidad.
- **Aplicación Principal:** Eficaz para mitigar el ruido de "sal y pimienta" (píxeles aislados brillantes u oscuros) y el ruido gaussiano moderado.
- **Desventaja Clave:** Su limitación principal es el desenfoque indiscriminado tanto del ruido como de los detalles deseables de la imagen, lo que lleva a una salida generalmente menos nítida.

Filtro de Promedio (Mean Filter)





Filtro Gaussiano

A diferencia del promedio simple, el filtro Gaussiano asigna pesos diferenciales a los píxeles dentro de su ventana. Los píxeles más próximos al centro del kernel (el píxel que se está procesando) reciben un peso mayor, mientras que aquellos más distantes ejercen una menor influencia. Esta distribución de pesos sigue una curva Gaussiana (la conocida "campana de Gauss").

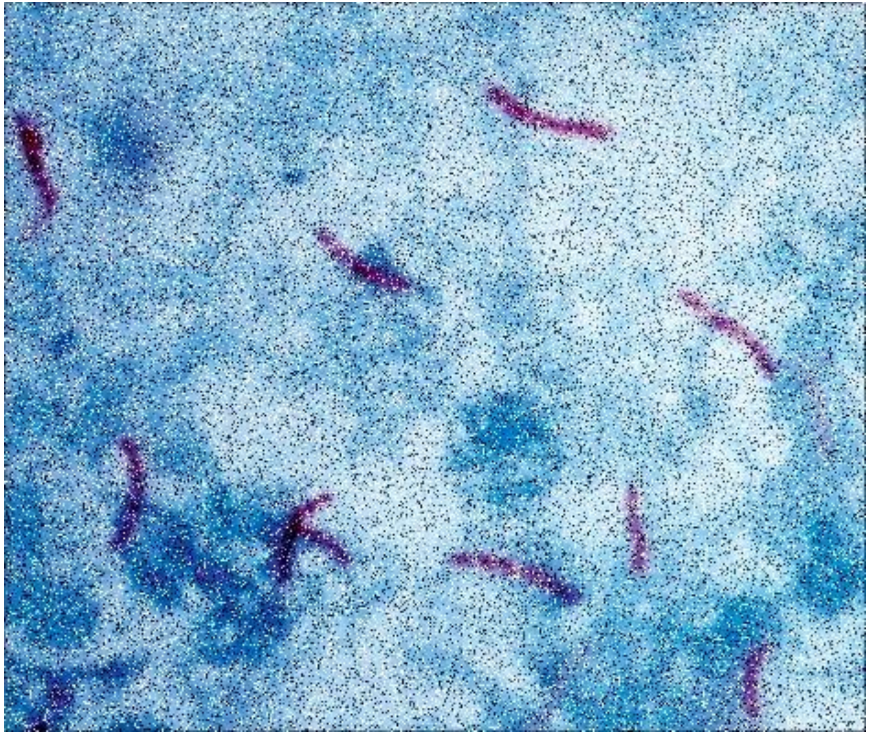
Kernel: Los valores de los coeficientes del kernel Gaussiano no son uniformes. Se calculan utilizando una función Gaussiana 2D. El parámetro clave que define la forma del kernel es la desviación estándar,

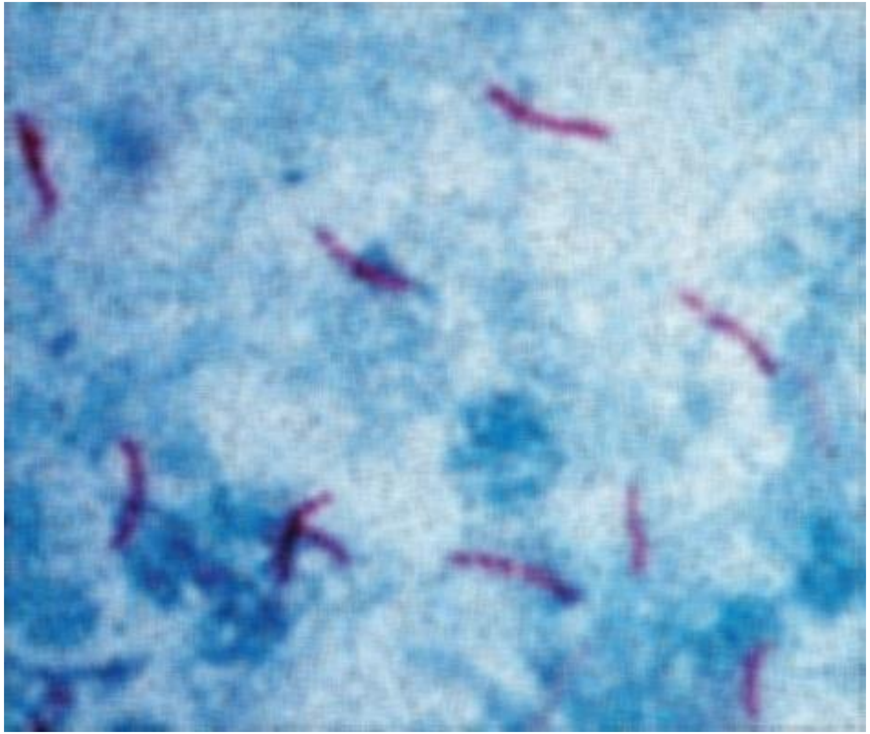
- Una sigma pequeña: Produce un suavizado sutil, con pesos altamente concentrados en el centro.
- Una sigma grande: Genera un suavizado más pronunciado, extendiendo el efecto de promediado a un área mayor.

Efecto:

- Produce un **suavizado más natural** en comparación con el filtro de promedio.
- Sumamente eficaz para la **reducción del ruido gaussiano**, un tipo de ruido común.
- **Preserva los bordes de manera más efectiva** que el filtro de promedio, dado que los píxeles periféricos ejercen una menor influencia en el cálculo del píxel central.

Filtro Gaussiano





Filtro de Mediana (Median Filter)

El filtro de mediana es un filtro de suavizado de considerable potencia, particularmente eficaz para un tipo específico de ruido: el ruido impulsivo. A diferencia de los filtros de promedio y Gaussiano, que emplean la convolución, el filtro de mediana es un filtro no lineal. No opera mediante un kernel multiplicativo. Su procedimiento es distintivo.

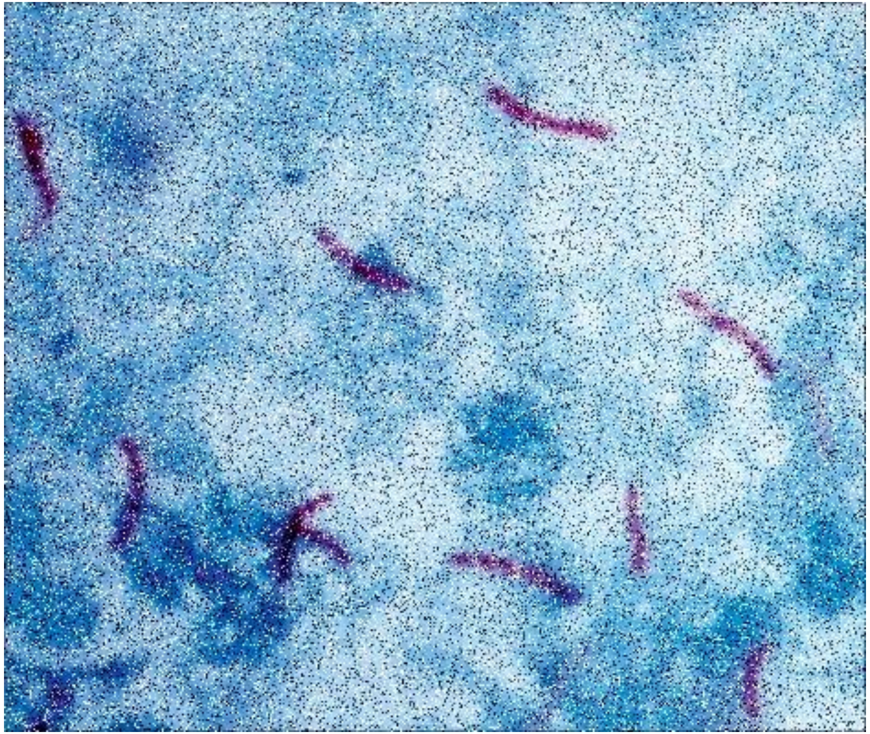
Procedimiento:

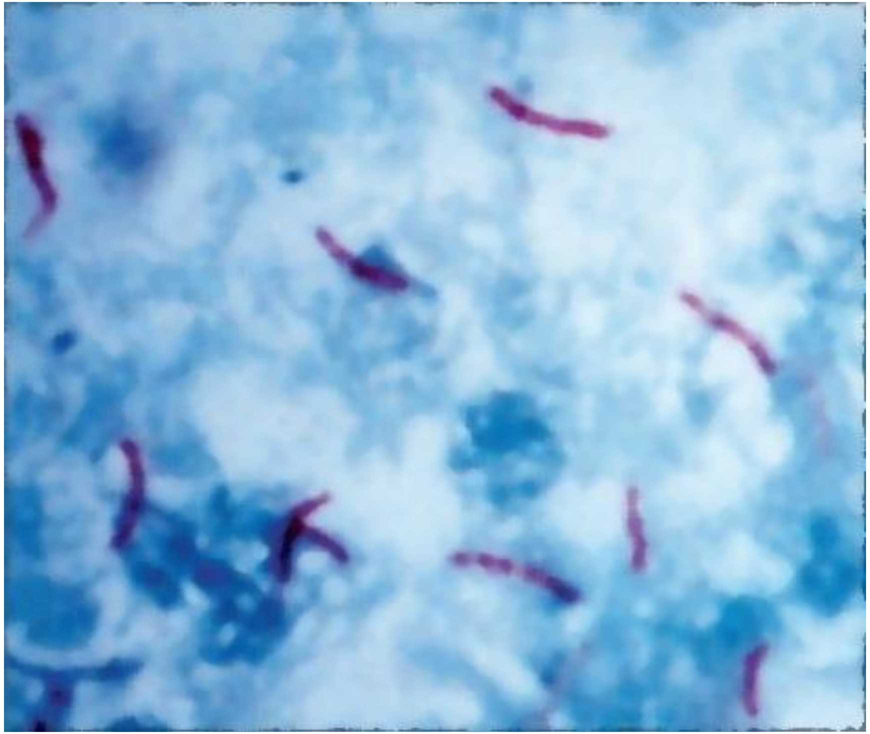
- Se define una ventana de píxeles (3*3) alrededor del píxel central.
- Se extraen todos los valores de los píxeles dentro de dicha ventana.
- Estos valores se ordenan de menor a mayor.
- Se selecciona el valor central (la mediana) de la lista ordenada.
- Este valor mediano se asigna como el nuevo valor del píxel central.

Efecto:

- **Extremadamente eficaz para eliminar ruido impulsivo**, como el ruido de "sal y pimienta". Los valores atípicos (muy brillantes u oscuros) se sitúan en los extremos de la lista ordenada y, por lo tanto, no son seleccionados como la mediana.
- **Ventaja clave: Preserva los bordes de manera significativamente superior** a los filtros de promedio o Gaussiano. La mediana es menos sensible a los valores extremos, lo que contribuye a mantener las transiciones abruptas de los bordes.

Filtro de Mediana (Median Filter)





Filtros de Realce (Filtros Pasa-Altos)

Mientras que los filtros de suavizado buscan homogeneizar las variaciones de intensidad, los filtros de realce persiguen el efecto opuesto: acentuar y destacar dichas variaciones. Su objetivo principal es:

- **Resaltar bordes, líneas y otros detalles finos en la imagen**. Esto confiere a la imagen una apariencia más nítida o facilita la detección de objetos.
- También se les conoce como "filtros de nitidez".

Los filtros de realce operan detectando cambios rápidos en la intensidad de los píxeles. Una transición abrupta de un valor de píxel a otro es precisamente la característica definitoria de un borde. Estos filtros funcionan restando los valores de los píxeles vecinos o, más formalmente, calculando gradientes (la tasa de cambio de intensidad) en la imagen.
Considerando una superficie topográfica, los filtros de suavizado la aplanarían. En contraste, los filtros de realce identificarían las pendientes más pronunciadas (los cambios de altura más rápidos) y las harían más evidentes.

Existen dos categorías principales:

- **Operadores de Primera Derivada:** Miden la "pendiente" o el "gradiente" de la intensidad. Ejemplos incluyen Sobel, Prewitt y Roberts.
- **Operadores de Segunda Derivada:** Miden la "tasa de cambio de la pendiente". Un ejemplo es el Laplaciano.

Filtros de Realce - Detección de Bordes

La **detección de bordes** constituye una de las aplicaciones más significativas de los filtros de realce. Un borde se define como una región de la imagen donde la intensidad de los píxeles experimenta un cambio significativo en una distancia espacial reducida.

Relevancia de la Detección de Bordes:

- **Reconocimiento de Objetos:** Los bordes son la base de la representación de formas de los objetos.
- **Segmentación de Imágenes:** División de una imagen en distintas regiones (cielo, terreno, estructuras).
- **Análisis de Texturas:** Comprensión de la estructura fina de las superficies.
- **Compresión de Imágenes:** Representación eficiente de la información visual.

Los métodos comunes incluyen:

Operadores de Primera Derivada:

- **Sobel:** El más prevalente. Calcula la magnitud y dirección aproximada del gradiente.
- **Prewitt:** Similar a Sobel, pero con pesos uniformes.
- **Roberts:** De menor complejidad, utiliza una configuración de píxeles de 2*2 en cruz.

Operadores de Segunda Derivada:

- **Laplaciano:** Detecta bordes basándose en los cruces por cero de la segunda derivada. Es altamente sensible al ruido.

Filtro de Sobel

El filtro de Sobel es el operador de detección de bordes de primera derivada de mayor prevalencia.

Kernel: Sobel emplea dos kernels (3*3) distintos:

Kernel para G_x (detección de bordes verticales - cambios de intensidad de izquierda a derecha):

$$K = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Los coeficientes centrales (-2, 2) poseen el doble de peso, lo que confiere mayor énfasis a los píxeles próximos al centro del borde, contribuyendo a la mitigación del ruido.

Kernel para G_y (detección de bordes horizontales - cambios de intensidad de arriba a abajo):

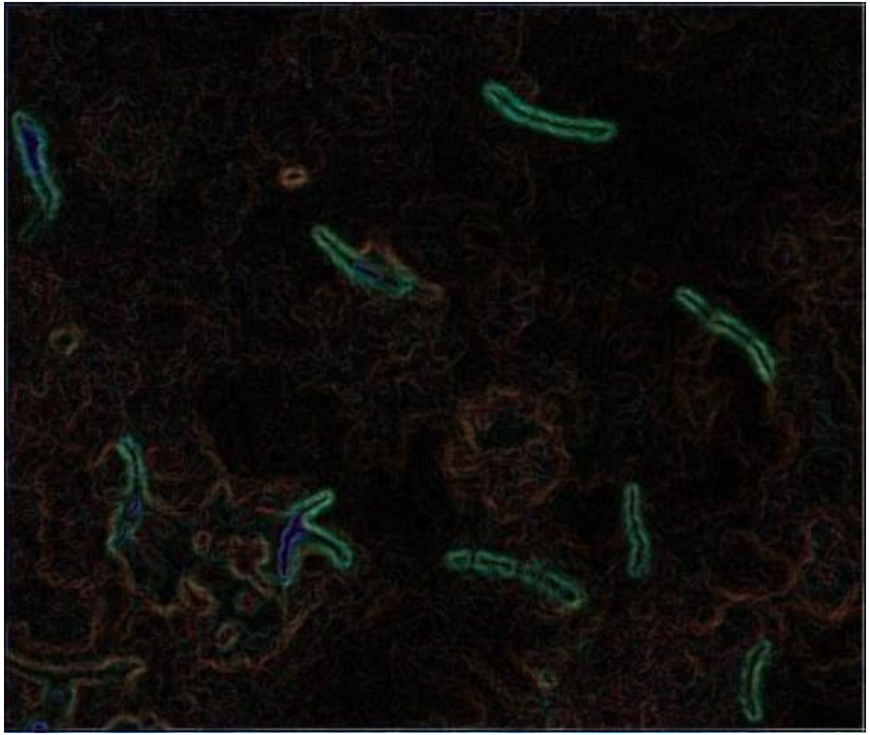
$$K = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Este kernel es la transpuesta del kernel G_x .

Efecto:

- Sobel proporciona un equilibrio favorable entre la sensibilidad al ruido y la capacidad de detección de bordes.
- Las imágenes resultantes exhiben las transiciones de intensidad más pronunciadas, es decir, los bordes.

Filtro de Sobel



Laplaciano

Los operadores de segunda derivada constituyen un método alternativo para la detección de bordes. El más prominente de ellos es el filtro Laplaciano. La segunda derivada detecta el cambio en la pendiente de la intensidad. En la región de un borde, la intensidad cambia rápidamente, y la segunda derivada presentará un "cruce por cero" en el centro del borde (transición de valores positivos a negativos o viceversa). Este fenómeno facilita la localización precisa de la posición de los bordes.

Kernel: Existen diversas formulaciones, pero las más comunes son:

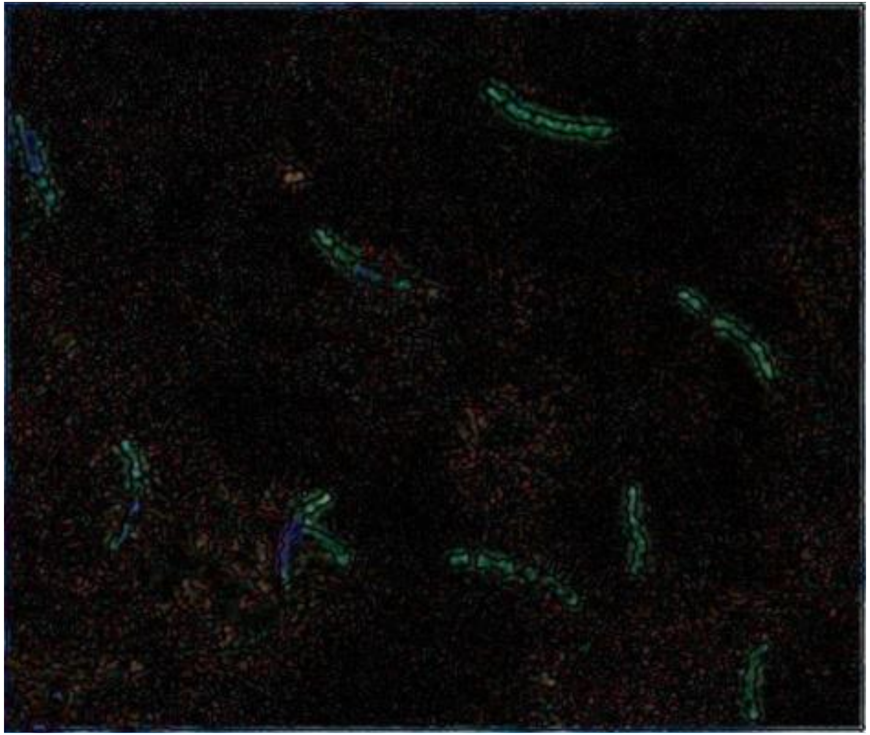
$$K_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

La suma de los elementos del kernel es cero. Esto implica que las regiones de intensidad constante no generarán respuesta alguna. El Laplaciano reacciona exclusivamente ante los cambios de intensidad.

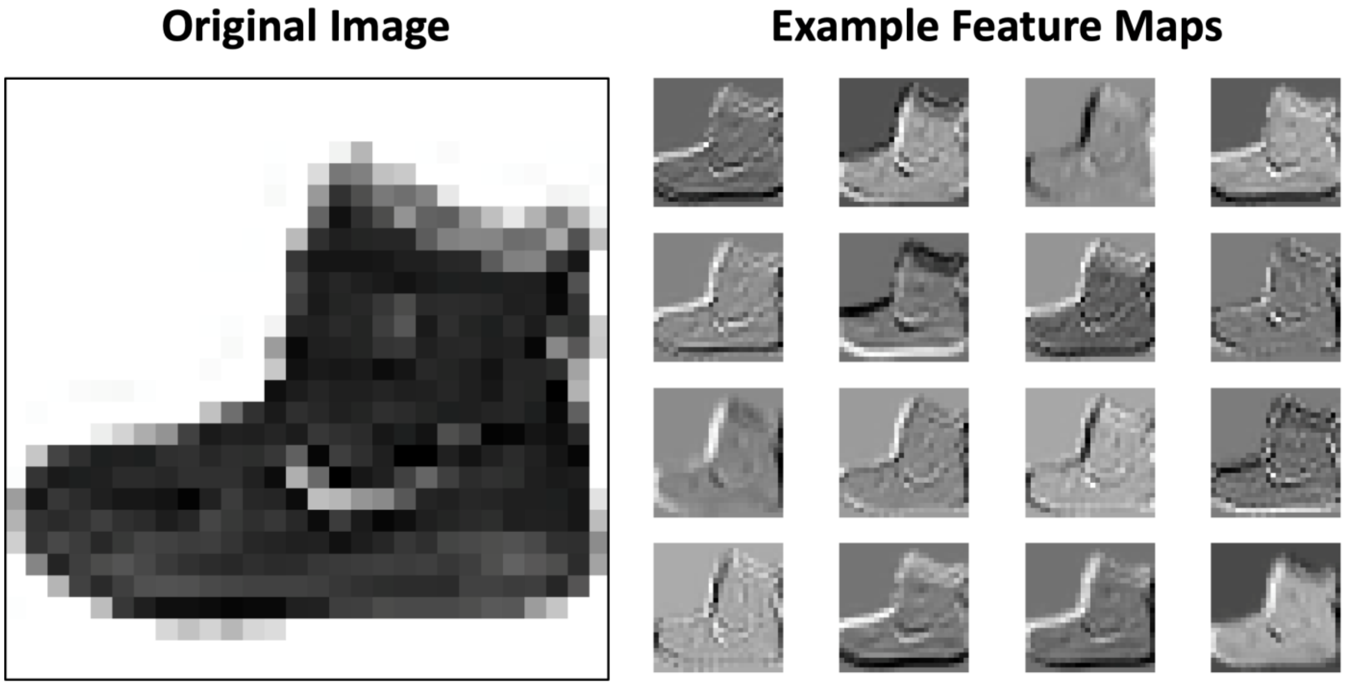
Efecto:

- El Laplaciano **realza los bordes en todas las direcciones simultáneamente**.
- **Es altamente sensible al ruido:** Pequeñas fluctuaciones pueden ser interpretadas como bordes. Por esta razón, con frecuencia se aplica un suavizado previo, dando origen al "Laplaciano de Gauss" (LoG).
- Los bordes se manifiestan como **líneas de doble píxel** o, al aplicar el valor absoluto, como líneas brillantes.

Filtro Laplaciano



¿Para que sirven estos filtros?



Contenido:

El Teorema de Convolución

Ambos dominios de filtrado, espacial y de la frecuencia, están intrínsecamente interconectados por un principio fundamental: el Teorema de Convolución. Este teorema constituye uno de los pilares del procesamiento de señales.

El Teorema Fundamental: Establece que, la convolución de dos funciones en el dominio espacial es equivalente a la multiplicación de sus Transformadas de Fourier en el dominio de la frecuencia. Y viceversa.

Matemáticamente, para una imagen $f(x, y)$ y un kernel $h(x, y)$:

$$f(x, y) * h(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) \cdot H(u, v)$$

Donde:

- (*) denota la operación de convolución.
- (↔) indica la relación de Transformada de Fourier.
- (.) representa la multiplicación elemento a elemento.
- $F(u, v)$ es la Transformada de Fourier de $f(x, y)$.
- $H(u, v)$ es la Transformada de Fourier de $h(x, y)$.

Relación entre dominio espacial y frecuencial

Implicación Práctica:

Esta equivalencia es de crucial importancia. Implica que la aplicación de un filtro (convolución) en el dominio espacial tiene un efecto predecible en el dominio de la frecuencia (multiplicación). Esto confiere una flexibilidad considerable:

Eficiencia Computacional: Para kernels de grandes dimensiones, la convolución espacial es un proceso lento. El cálculo de la transformada, la multiplicación en el dominio de la frecuencia (gracias a la FFT) y la posterior transformada inversa pueden resultar computacionalmente mucho más rápidos.

Diseño de Filtros: Permite el diseño intuitivo de filtros en un dominio, con el conocimiento de su comportamiento en el otro.

El Teorema de Convolución habilita la selección del dominio más conveniente o eficiente para cada tarea específica.

Relación entre dominio espacial y frecuencial

Relación - Ventajas y Desventajas

Ambos dominios presentan sus propias fortalezas y limitaciones. La elección entre uno y otro depende de la tarea específica, el tamaño del filtro y los requisitos de rendimiento.

Filtrado Espacial:

Ventajas:

- **Intuitivo:** Fácil de comprender cómo un kernel afecta un píxel individual.
- **Sencillo de implementar:** Para kernels de pequeño tamaño, la convolución directa es de baja complejidad.
- **No requiere transformadas:** No es necesaria la aplicación de FFT/IFFT.

Desventajas:

- **Mayor lentitud para kernels grandes:** El coste computacional escala cuadráticamente con el tamaño del kernel.
- **Dificultad en el diseño de filtros complejos:** Resulta complicado generar un kernel espacial que logre una respuesta de frecuencia específica.

Relación entre dominio espacial y frecuencial

Relación - Ventajas y Desventajas

Ambos dominios presentan sus propias fortalezas y limitaciones. La elección entre uno y otro depende de la tarea específica, el tamaño del filtro y los requisitos de rendimiento.

Filtrado en el Dominio de la Frecuencia:

Ventajas:

- **Altamente eficiente para kernels grandes:** La multiplicación en el dominio de la frecuencia, facilitada por la FFT, es considerablemente más rápida.
- **Control preciso de las frecuencias:** Permite un control "quirúrgico" sobre qué frecuencias son modificadas. Ideal para la eliminación de ruido periódico.
- **Facilidad en el diseño de filtros complejos:** Es más sencillo crear filtros con características de frecuencia arbitrarias.

Desventajas:

- **Requiere la DFT/IDFT:** Las transformadas son computacionalmente costosas, especialmente para imágenes de muy pequeño tamaño.
- **Puede introducir artefactos:** Un diseño deficiente (transiciones bruscas en la función de transferencia del filtro) puede generar artefactos de "ringing".

Capítulo V:
FIN

Procesamiento Digital de Imágenes