Katedra Mikroelektroniki i Technik Informatycznych
Politechniki Łódzkiej

Programy CAD w praktyce inżynierskiej

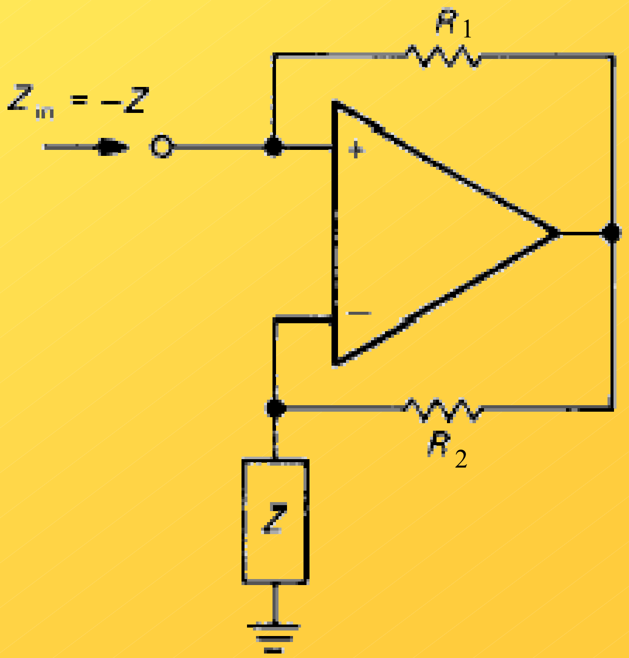
Wykład IV
Filtry aktywne

dr inż. Piotr Pietrzak

pietrzak@dmcs.p.lodz.pl
pok. 54, tel. 631 26 20
www.dmcs.p.lodz.pl

Łódź, 2010

Konwerter ujemno-impedancyjny



Przy założeniu idealności wzmacniacza, przyjmując, że:

$$Z_{we}(s) = \frac{U_{we}}{I_{we}}$$

otrzymujemy:

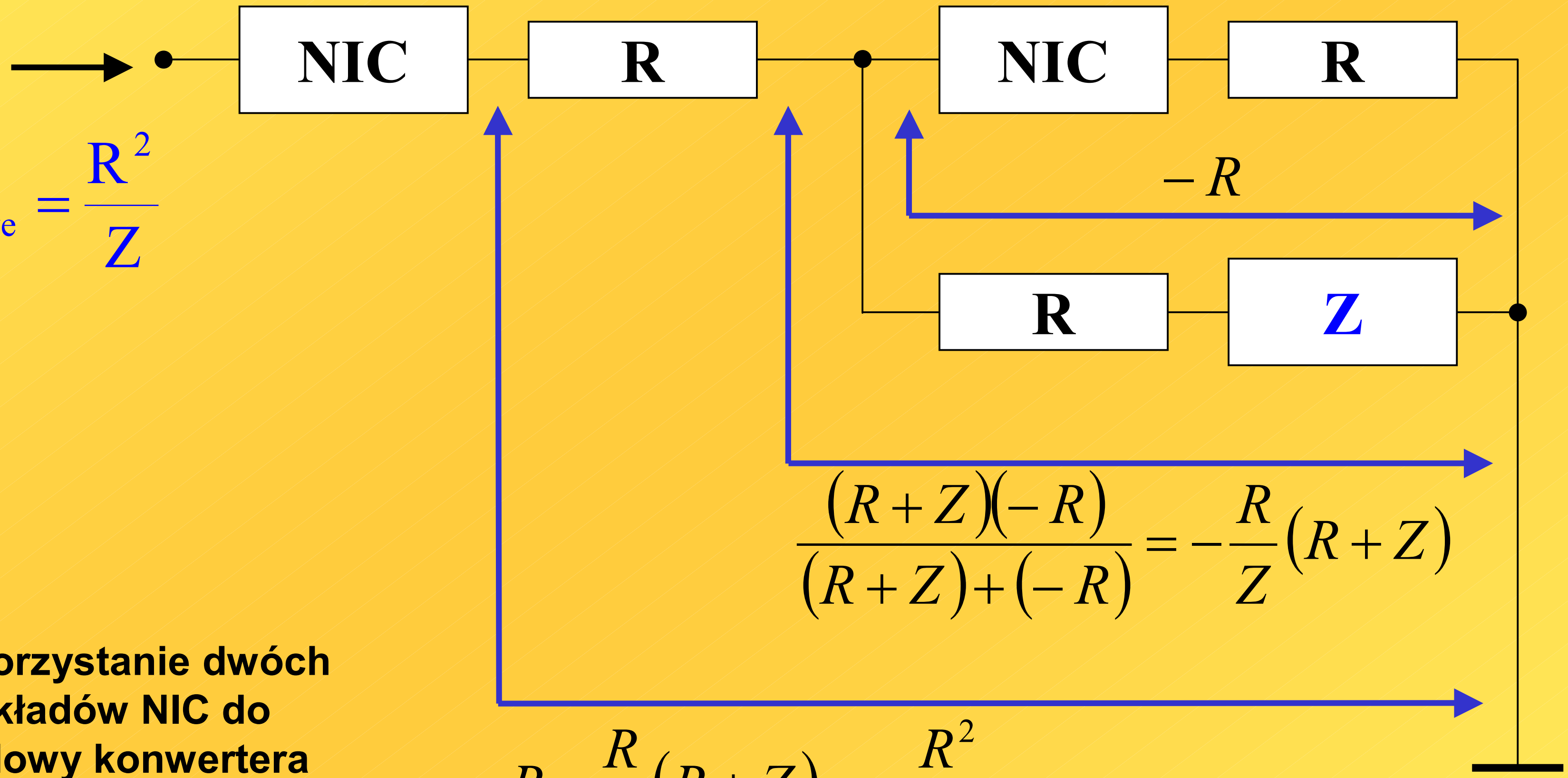
$$Z_{we}(s) = -\frac{Z(s)}{R_2} \cdot R_1$$

Dla $R_1 = R_2$:

$$Z_{we}(s) = -Z(s)$$

NIC – ang. *Negative Impedance Ciruit*

Konwerter impedancji (żyrator) (1)



$$Z_{we} = \frac{R^2}{Z}$$

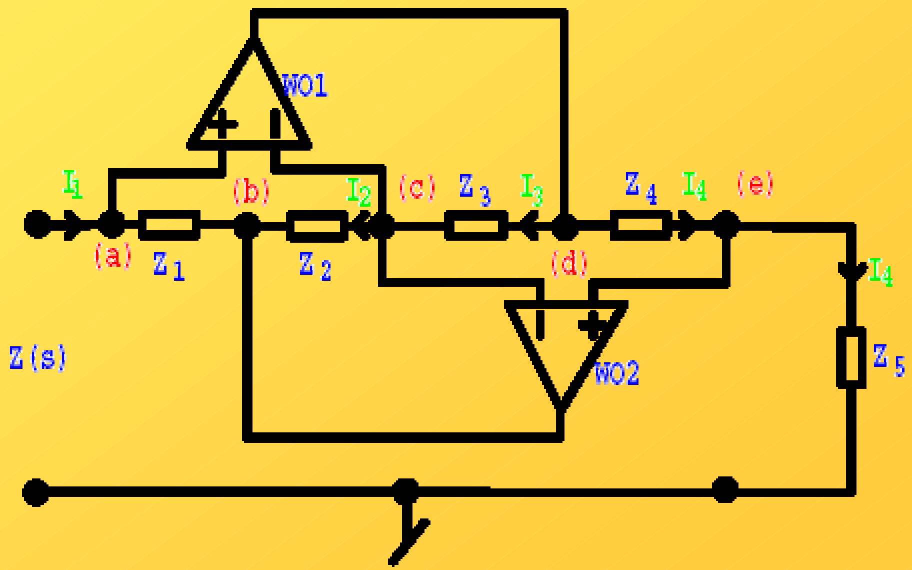
$$-R$$

$$\frac{(R+Z)(-R)}{(R+Z)+(-R)} = -\frac{R}{Z}(R+Z)$$

$$R - \frac{R}{Z}(R+Z) = -\frac{R^2}{Z}$$

Wykorzystanie dwóch układów NIC do budowy konwertera impedancji (żyratora).

Konwerter impedancji (żyrator) (2)



Impedancja Z(s) widziana na zaciskach wejściowych układu jest równa:

$$Z(s) = \frac{V_1(s)}{I_1(s)} = \frac{Z_1(s)\cdot Z_3(s)\cdot Z_5(s)}{Z_2(s)\cdot Z_4(s)}$$

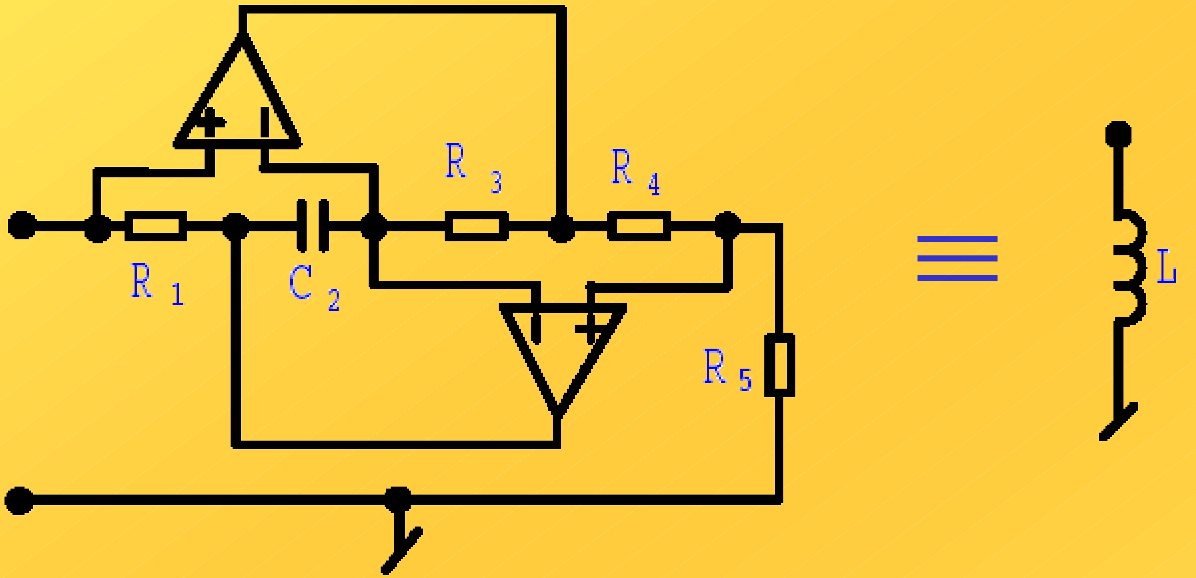
Z równości prądów płynących przez impedancje Z_4 i Z_5 wynika, że wzmocnienie napięcia wejściowego V_a do punktu *d* wynosi:

$$K(s) = \frac{V_d(s)}{V_a(s)} = 1 + \frac{Z_4(s)}{Z_5(s)}$$

$$\left.\begin{aligned} V_a(s) &= V_c(s) \\ V_c(s) &= V_e(s) \end{aligned}\right\} \quad \underline{V_a(s) = V_e(s)}$$

$$\left.\begin{aligned} Z_1(s)\cdot I_1(s) &= Z_2(s)\cdot I_2(s) \\ Z_1(s)\cdot I_1(s) &= Z_2(s)\cdot I_2(s) \\ Z_1(s)\cdot I_1(s) &= Z_2(s)\cdot I_2(s) \end{aligned}\right\} \quad \frac{V_a(s)}{I_1(s)} = \frac{Z_1(s)\cdot Z_3(s)}{Z_2(s)\cdot Z_4(s)}\cdot\frac{V_a(s)}{I_4(s)} = \frac{Z_1(s)\cdot Z_3(s)\cdot Z_5(s)}{Z_2(s)\cdot Z_4(s)}$$

Konwerter impedancji (żyrator) (3)



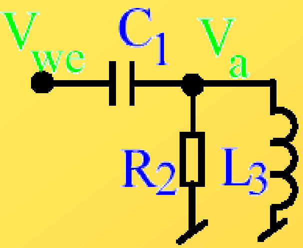
$$Z(s) = s \cdot \frac{R_1 \cdot R_3 \cdot R_5 \cdot C_2}{R_4} = sL$$

$R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = R$

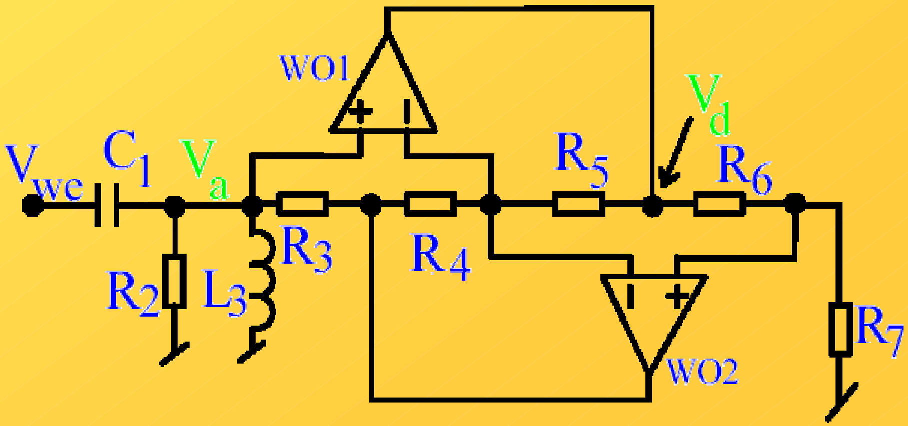
$$L = C_2 R^2$$

Przedstawiony układ pozwala dokonać konwersji pojemności (C_2) na indukcyjność. Jest on prosty do realizacji w postaci układu scalonego, a maksymalna, możliwa do uzyskania indukcyjność może osiągać wartość kilku henrów.

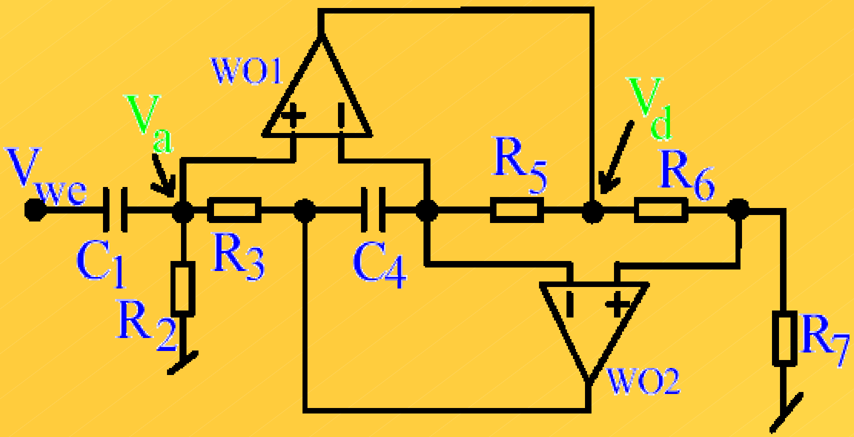
Konwerter impedancji – górnoprzepustowa struktura bikwadratowa



$$K(s)=\frac{V_a(s)}{V_{we}(s)}=\frac{s^2}{s^2+\dfrac{s}{C_1R_2}+\dfrac{1}{C_1L_3}}$$

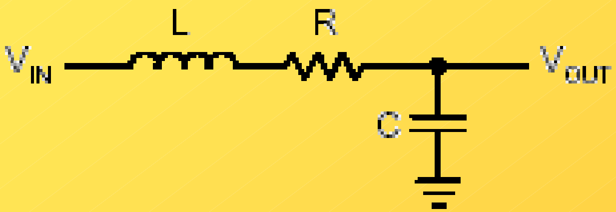


$$K(s)=\frac{V_d(s)}{V_{we}(s)}=\left(1+\frac{R_6}{R_7}\right)\cdot\frac{s^2}{s^2+\dfrac{s}{C_1R_2}+\dfrac{1}{C_1L_3}}$$



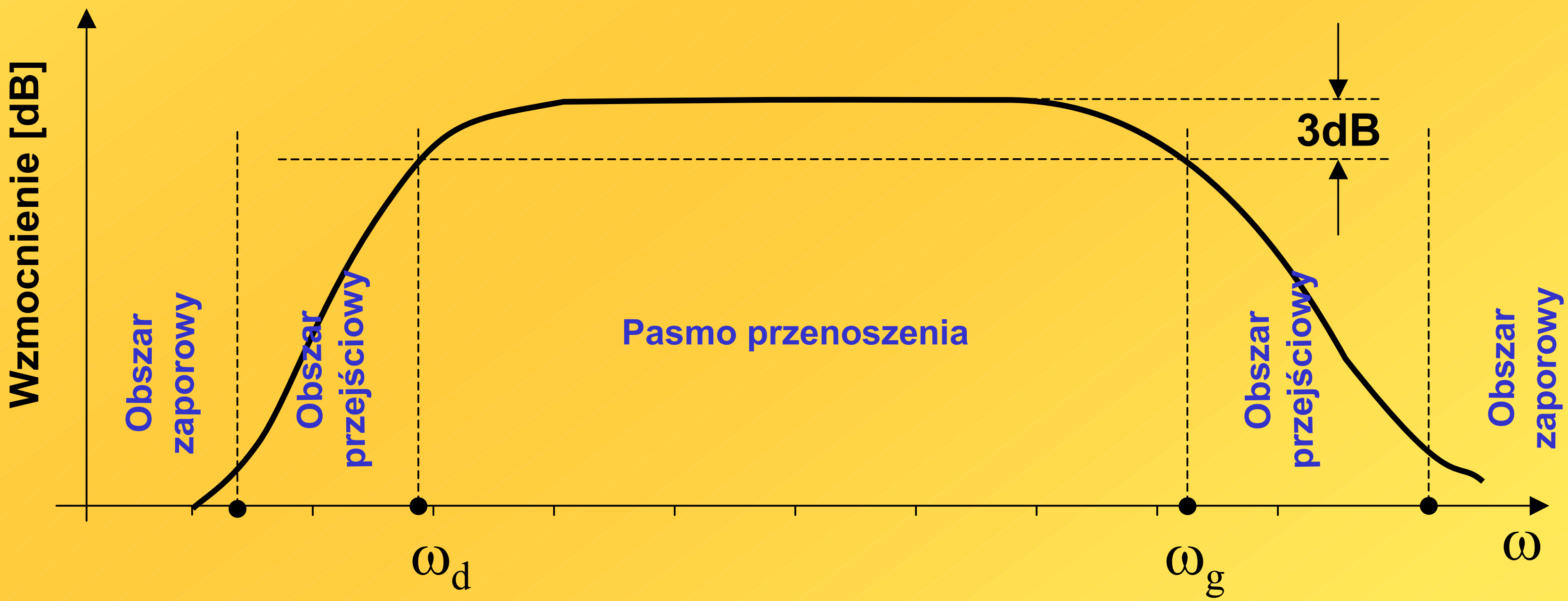
$$K(s)=\frac{V_d(s)}{V_{we}(s)}=\left(1+\frac{R_6}{R_7}\right)\cdot\frac{s^2}{s^2+\dfrac{s}{C_1R_2}+\dfrac{R_6/R_7}{R_3C_1R_5C_4}}$$

Wiadomości podstawowe



Filtr jest urządzeniem (czwórnikiem), które przenosi sygnały o częstotliwościach zawartych wewnątrz pasma przenoszenia filtru, tłumiąc sygnały o częstotliwościach spoza pasma przenoszenia.

Pozwala on wydzielić sygnał użyteczny z innych sygnałów i szumów, różniących się widmem od sygnału użytecznego.



Wzmacniacze operacyjne – filtry aktywne

Wiadomości podstawowe

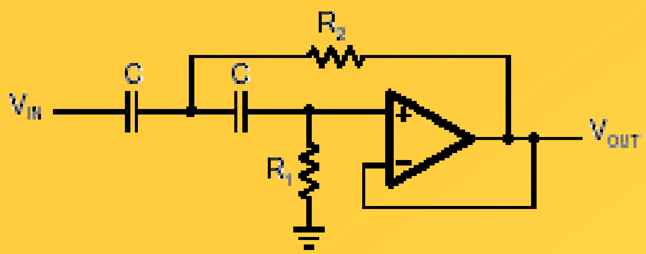
Krańcowe nachylenie charakterystyki amplitudowej filtru w dalszych obszarach pasma zaporowego jest zawsze równe 6·n dB/oktawe (lub 20·n dB/dekadę), przy czym n oznacza liczbę biegunów filtru.

Uzyskanie określonej liczby biegunów filtru wymaga zastosowania co najmniej tej samej liczby kondensatorów (lub cewek indukcyjnych) do jego budowy. Wymagana krańcowa szybkość opadania charakterystyki amplitudowej decyduje o stopniu skomplikowania układu filtru.

Informacje podstawowe

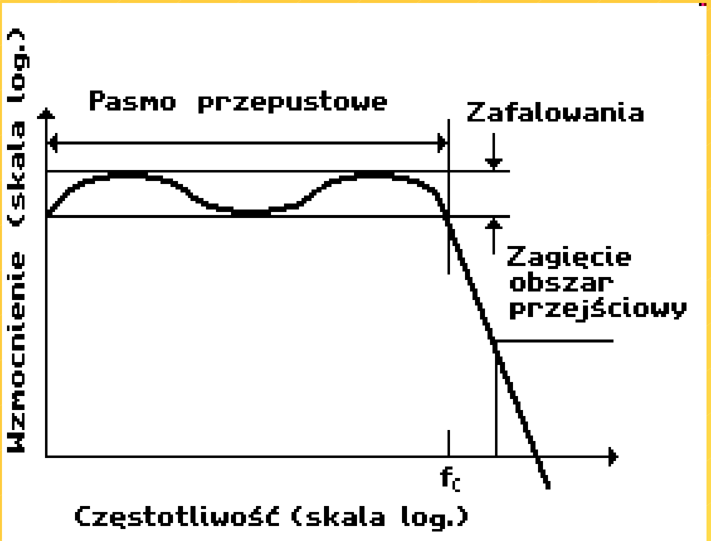
Filtry pasywne RC odznaczają się małym nachyleniem charakterystyki amplitudowej. Zwiększenie szybkości opadania charakterystyki w obszarze przejściowym wymaga zwiększenia liczby połączonych kaskadowo ogniw filtru, co wpływa na osłabienie amplitudy sygnału.

Filtry LC oraz RLC połączone kaskadowo oferują dużą stromość charakterystyki amplitudowej na granicach pasma, jednak są to układy ciężkie, o dużych rozmiarach, kosztowne i trudne w realizacji. Obecnie stosowane są najczęściej w układach mocy oraz wysokiej częstotliwości.



Filtry aktywne, realizowane w oparciu o wzmacniacze operacyjne pozwalają uzyskać parametry oferowane przez filtry RLC przy braku konieczności stosowania kosztownych (szczególnie dla dużych wartości), ciężkich, wrażliwych na zakłócenia elektromagnetyczne, nieliniowych, stratnych – niezerowa wartość rezystancji szeregowej) indukcyjności.

Parametry w dziedzinie częstotliwości (1)



Charakterystyka amplitudowa

Zależność wzmocnienia od częstotliwości (na rysunku przedstawiona jest charakterystyka amplitudowa filtru dolnoprzepustowego).

Pasmo przepustowe

Zakres częstotliwości sygnałów przechodzących przez filtr, dla których wzmocnienie filtru maleje o 3dB (0,707 amplitudy w paśmie przenoszenia).

Nierownomierność charakterystyki w paśmie przepustowym (zafalowania)

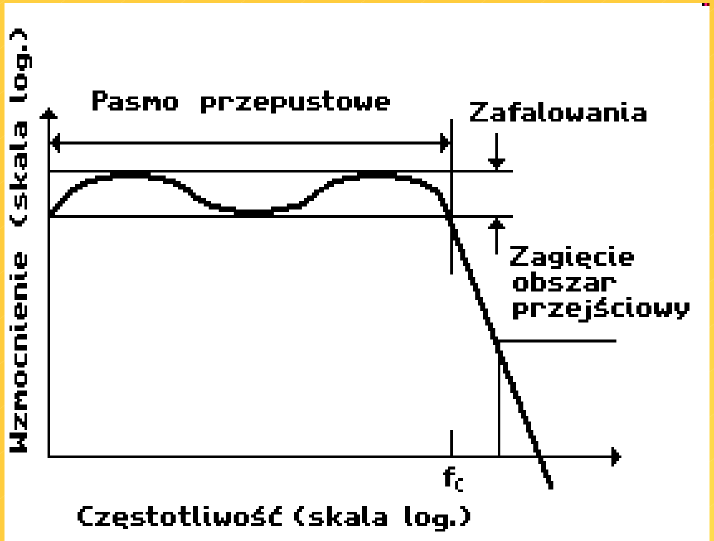
Amplituda zafalowań charakterystyki amplitudowej filtru w obrębie pasma przepustowego.

Parametry w dziedzinie częstotliwości (2)

Częstotliwości graniczne (górna i dolna)

Jako częstotliwości graniczne filtru przyjmuje się częstotliwości graniczne pasma trzydecybelowego.

Niekiedy podaje się częstotliwość „narożną” (ang. *Corner frequency*, f_c). Dla filtru dolnoprzepustowego można ją wyznaczyć jako częstotliwość określoną przez punkt przecięcia prostej estymującej charakterystykę w paśmie przepustowym z prostą estymującą charakterystykę w paśmie przejściowym.



Częstotliwość znormalizowana

Znormalizowana reprezentacja częstotliwości odniesionej do częstotliwości granicznej filtru $\Omega = f / f_c$. Znormalizowanie osi częstotliwości ułatwia analizę parametrów filtru.

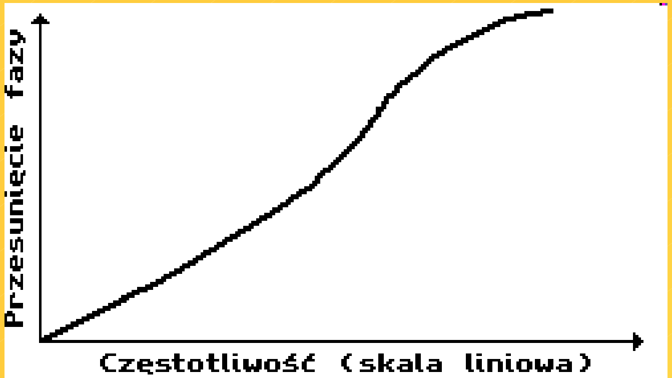
Początek pasma zaporowego

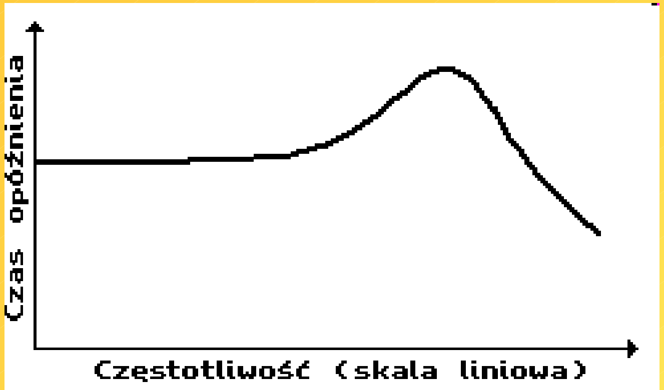
Definiuje się przez przyjęcie pewnej minimalnej wartości tłumienia sygnałów. Może to być na przykład 40dB.

Parametry w dziedzinie częstotliwości (3)

Charakterystyka fazowa

Zależność przesunięcia fazy sygnału wyjściowego filtru względem sygnału doprowadzonego do jego wejścia od częstotliwości tych sygnałów.





Duże znaczenie charakterystyki fazowej filtru wynika z faktu, że jeśli składowe sygnału wyjściowego, których częstotliwości całkowicie mieszczą się w paśmie przepustowym filtru, są różnie opóźnione po przejściu przez filtr, to sygnał wyjściowy filtru ulegnie zniekształceniu.
Stałość czasu opóźnienia sygnałów o różnych częstotliwościach odpowiada liniowemu narastaniu przesunięcia fazy w funkcji częstotliwości. Stąd termin filtr o liniowym przesunięciu fazy odnosi się do filtru o idealnej charakterystyce fazowej.
Charakterystyki fazowe najlepiej jest kreślić dla liniowo wyskalowanej osi częstotliwości.

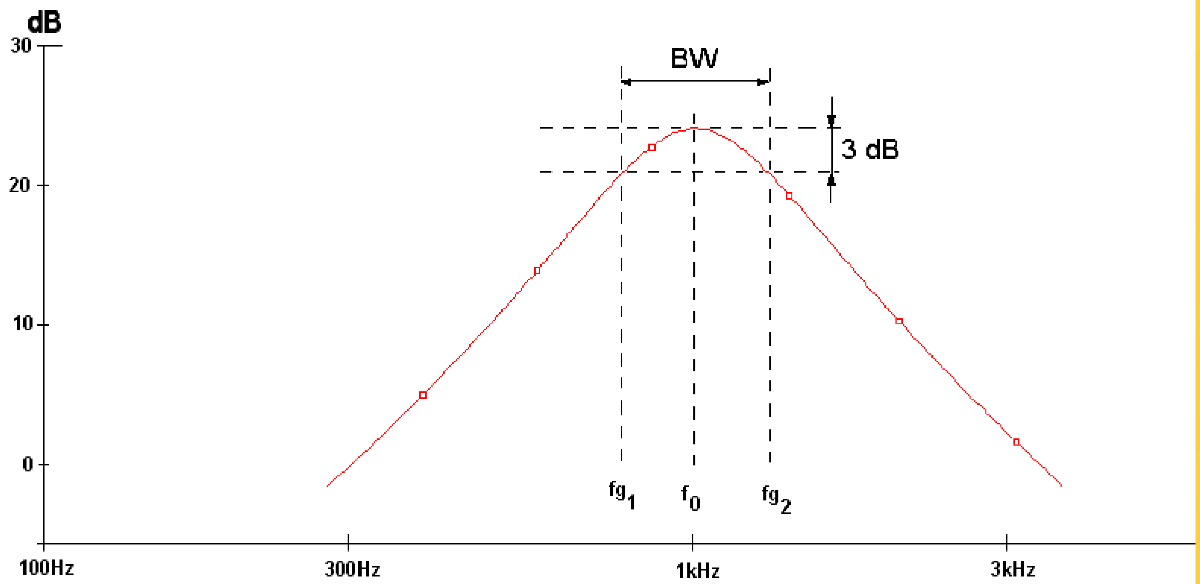
Opóźnienie grupowe filtru

$$\tau_g(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$$

Opóźnienie fazowe filtru

$$\tau_p(\omega) = -\frac{\varphi(\omega)}{\omega}$$

Parametry w dziedzinie częstotliwości (4) – dobroć filtru



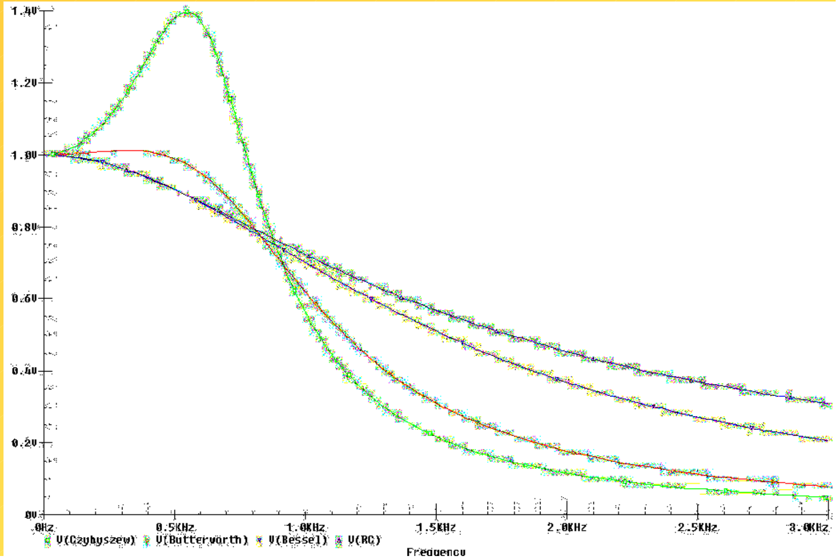
Dla filtru pasmowoprzepustowego:

$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1}$$

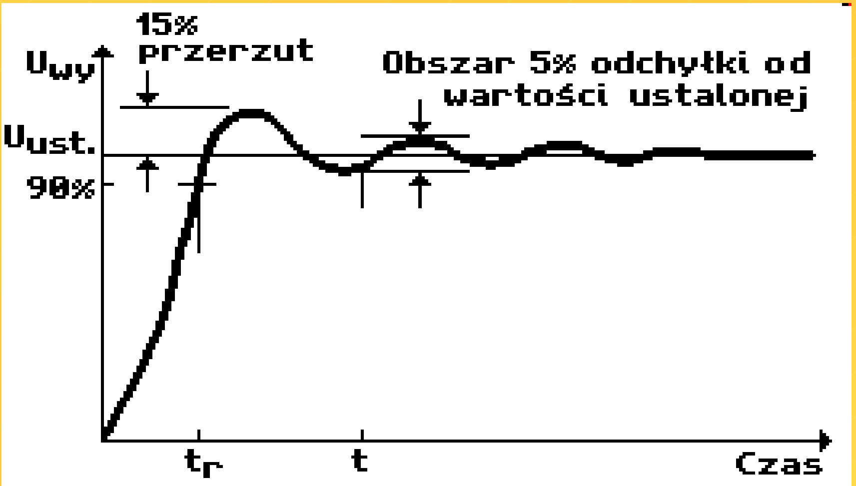
Dla pozostałych:

$$Q = \frac{\sqrt{b_i}}{a_i}$$

Im większy współczynnik dobroci filtru, tym większe zafalowania, większe opóźnienie sygnału, dłuższe oscylacje, jednak lepsze tłumienie sygnału w pobliżu częstotliwości granicznej.



Parametry w dziedzinie czasu



Czas narastania

Czas mierzony od chwili pojawienia się skoku napięcia na wejściu filtru do chwili, w której odpowiedź układu osiągnie 90% wartości stanu ustalonego.

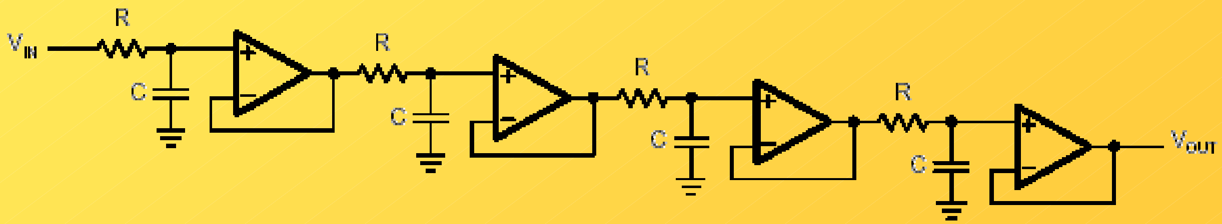
Czas ustalania

Czas mierzony od chwili pojawienia się skoku napięcia na wejściu filtru do chwili, w której odpowiedź filtru znajdzie się w uprzednio zdefiniowanym obszarze wokół wartości ustalonej (np. 5%, 3dB) i poza granice tego obszaru nie wyjdzie.

Amplituda pierwszej oscylacji

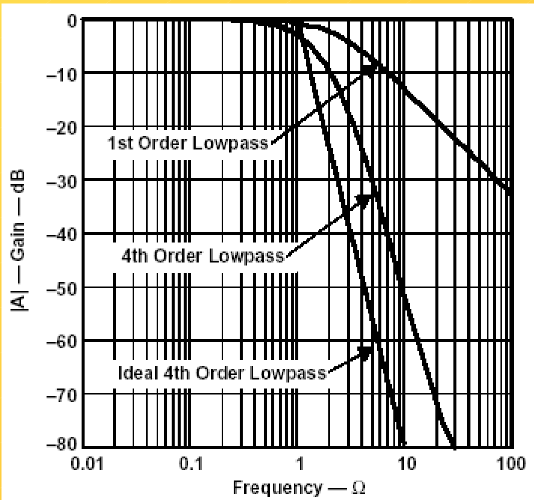
Wartość różnicy napięcia na wyjściu filtru pojawiająca się w chwili wystąpienia pierwszej oscylacji.

Właściwości filtrów

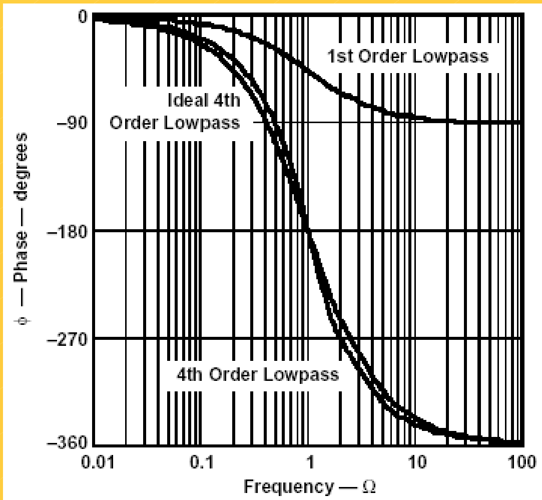


Pasywny filtr RC dolnoprzepustowy czwartego rzędu ze wzmacniaczami odsprzęgającymi

$$K(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{(1+a_1 s)(1+a_2 s)\ldots(1+a_n s)}$$



Amplitudowa charakterystyka częstotliwościowa



Fazowa charakterystyka częstotliwościowa

Wzmocnienie w paśmie przepustowym zmienia się na długo przed wystąpieniem częstotliwości „narożnej" (f_c), co powoduje wystąpienie asymetrii wzmocnienia sygnałów w górnym i w dolnym zakresie częstotliwości pasma przepustowego.

Przejście z pasma przepustowego do pasma zaporowego nie jest ostre. Tłumienie rośnie stopniowo do 80dB przez ok. 1,5 dekady powyżej f_c.

Odpowiedź fazowa nie jest liniowa, co zwiększa poziom zniekształceń sygnału.

Właściwości filtrów

Filtr może być optymalizowany pod względem:

- maksymalnej płaskości jego charakterystyki w paśmie przepustowym (kosztem powolnej zmiany nachylenia charakterystyki w obszarze przejściowym miedzy pasmem przepustowym a pasmem zaporowym);
- wyostrzenia charakterystyki amplitudowej w obszarze przejściowym (wystąpienie pewnych zafalowań);
- silnego tłumienia określonej częstotliwości w paśmie zaporowym;
- braku zniekształceń sygnałów o częstotliwościach mieszczących się w paśmie przepustowym filtru, powodowanych niewłaściwymi przesunięciami fazowymi;
- wartości czasu narastania;
- amplitudy pierwszej oscylacji;
- czasu ustalania się odpowiedzi na wejściowy sygnał skokowy.

Właściwości filtrów

Optymalizując właściwości filtru należy uwzględnić zespolone bieguny funkcji przejścia (transmitancja) filtru, która przyjmuje postać:

$$K(s) = \frac{A_0}{\left(1 + a_1 s + b_1 s^2\right)\left(1 + a_2 s + b_2 s^2\right)\ldots\left(1 + a_n s + b_n s^2\right)}$$

Gdzie:

A_0 – wzmocnienie w paśmie przepustowym (dla filtru dolnoprzepustowego sygnału stałego)

a_n, b_n – współczynniki filtru

Kształtowania charakterystyki amplitudowej i fazowej układu filtrującego dokonuje się przez właściwy dobór współczynników filtru, które są wyznaczone przez zastosowane do jego budowy elementy bierne (rezystory, pojemności).

Wykorzystanie odpowiedniej liczby biegunów (współczynników filtru) pozwala zmieniać rząd filtru, a więc nachylenie charakterystyki w paśmie przejściowym.

Właściwości filtrów

$$K(s) = \frac{A_0}{\left(1 + a_1 s + b_1 s^2\right)\left(1 + a_2 s + b_2 s^2\right)\ldots\left(1 + a_n s + b_n s^2\right)}$$

Przyjmuje się pewne ustalone zależności pomiędzy współczynnikami filtru, które gwarantują uzyskanie jego określonych właściwości. W związku z tym wyróżnia się filtry m.in. o charakterystykach:

- **Butterwortha (o maksymalnie płaskiej charakterystyce amplitudowej),**
- **Czebyszewa (o maksymalnej ostrości załamania charakterystyki amplitudowej w obszarze przejściowym)**
- **Bessela (o maksymalnie płaskiej charakterystyce czasu opoźnienia).**

Każdy z wymienionych rodzajów filtrów można zrealizować jako filtr dolnoprzepusowy, górnoprzepustowy lub środkowoprzepustowy.

Filtry o charakterystyce Bessela

Maksymalnie płaska i liniowa charakterystyka fazowa

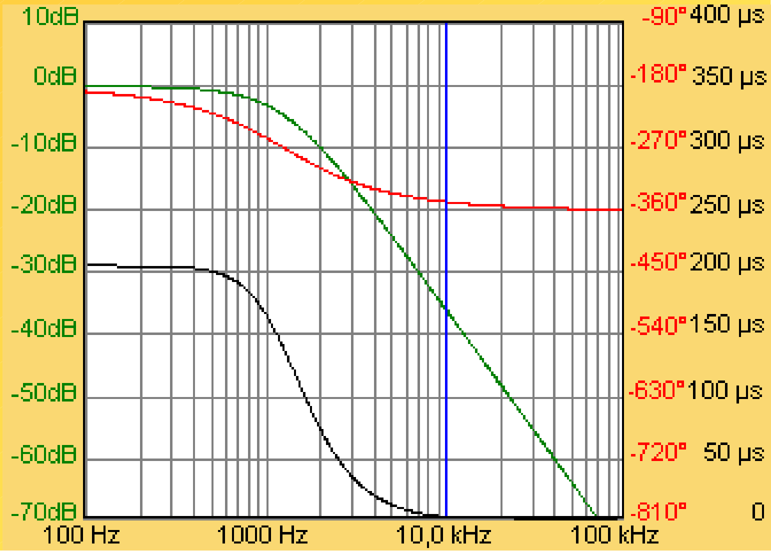
Liniowe opóźnienie grupowe – pożądane przy przetwarzaniu kolorowych sygnałów wideo

Brak przesterowań oraz oscylacji („dzwonienia”) przy podaniu impulsu jednostkowego (lub przebiegu prostokątnego) na wejście – zjawiska te mogłyby utrudniać przetworzenie sygnału na postać cyfrową ze względu na wydłużenie czasu ustalania napięcia na wyjściu

Maksymalnie płaska odpowiedź amplitudowa w paśmie przepustowym, choć filtr Butterwortha posiada lepsze parametry w tym zakresie.

Charakterystyka łagodnie przechodzi z pasma przejściowego (w pobliżu f_c) do pasma przejściowego (ograniczona selektywność) i opada 20dB/dekadę na każdy biegun filtru.

Stosowany jest wtedy, gdy krytycznym wymaganiem jest wierne odtworzenie sygnałów o częstotliwościach z zakresu pasma przepustowego.



Filtry o charakterystyce Czebyszewa (1)

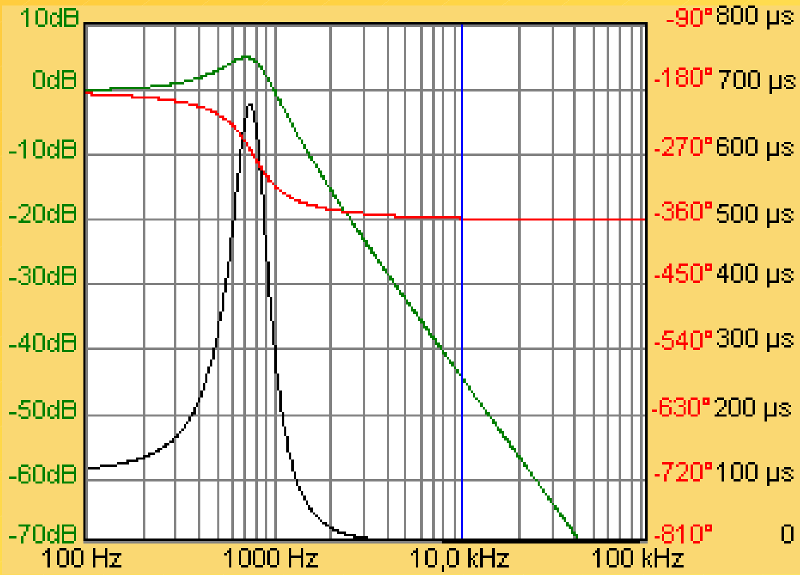
Największa stromość charakterystyki w paśmie przejściowym – z tego powodu w literaturze anglojęzycznej nazywany jest niekiedy „brick wall" (mur ceglany).

Zafalowania (ang. *ripple*) charakterystyki amplitudowej w paśmie przenoszenia oraz jej silne podbicie na krawędzi pasma przenoszenia – im większe zafalowania, tym bardziej strome opadanie charakterystyki (większa selektywność).

Opóźnienie grupowe silnie nieliniowe – dla szybkozmiennych sygnałów napięciowych występują oscylacje i przepięcia (zjawisko szkodliwe dla sygnałów wideo)

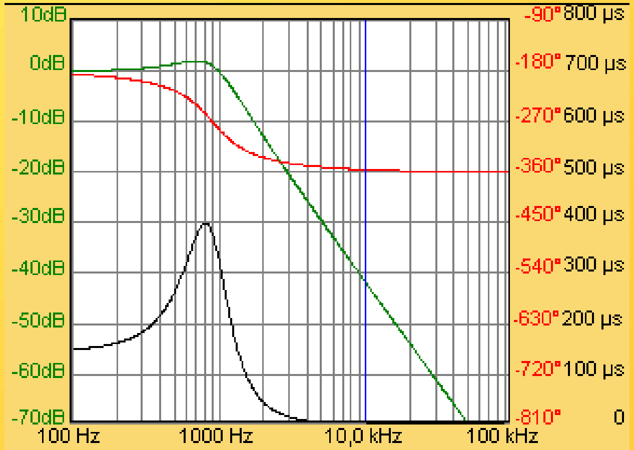
Im większa dobroć filtru, tym zafalowania charakterystyki amplitudowej i podbicie na krawędzi pasma przenoszenia są większe. Wzrasta jednak stromość przejścia z pasma przenoszenia do pasma przejściowego.

Częstotliwość odcięcia dla filtru Czebyszewa jest definiowana nie poprzez pasmo 3dB, ale jako częstotliwość przy której charakterystyka amplitudowa opada poniżej amplitudy zafalowań.

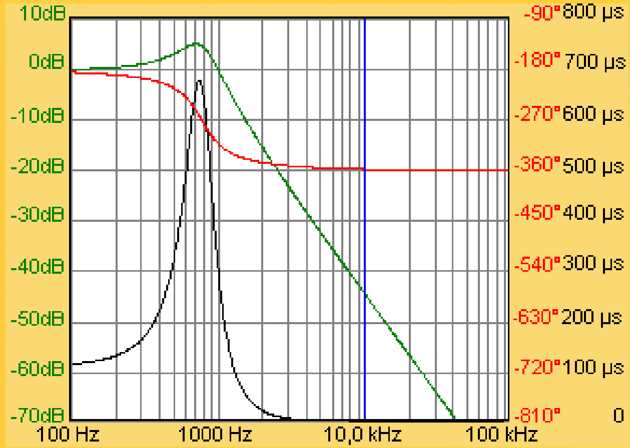


Filtry o charakterystyce Czebyszewa (2)

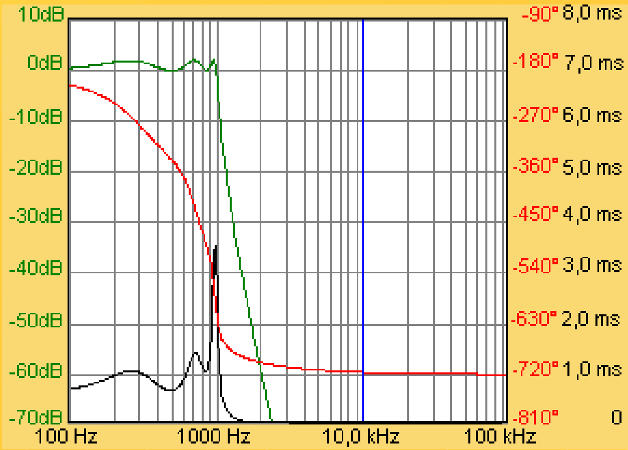
Kosztem zwiększenia zafalowań można zwiększyć stromość charakterystyki przy przejściu z pasma przenoszenia do pasma przejściowego (większa selektywność).



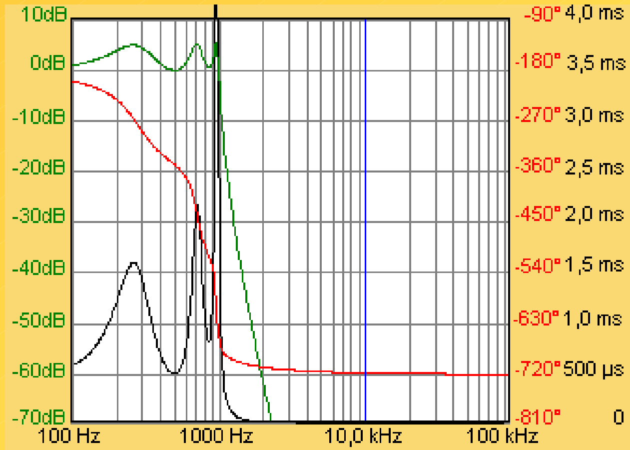
rząd filtru: 2, zafalowania: 2dB



rząd filtru: 2, zafalowania: 5dB



rząd filtru: 5, zafalowania: 5dB



rząd filtru: 5, zafalowania: 5dB

Filtry o charakterystyce Butterwotha (Thomsona)

Liniowa odpowiedź fazowa filtru.

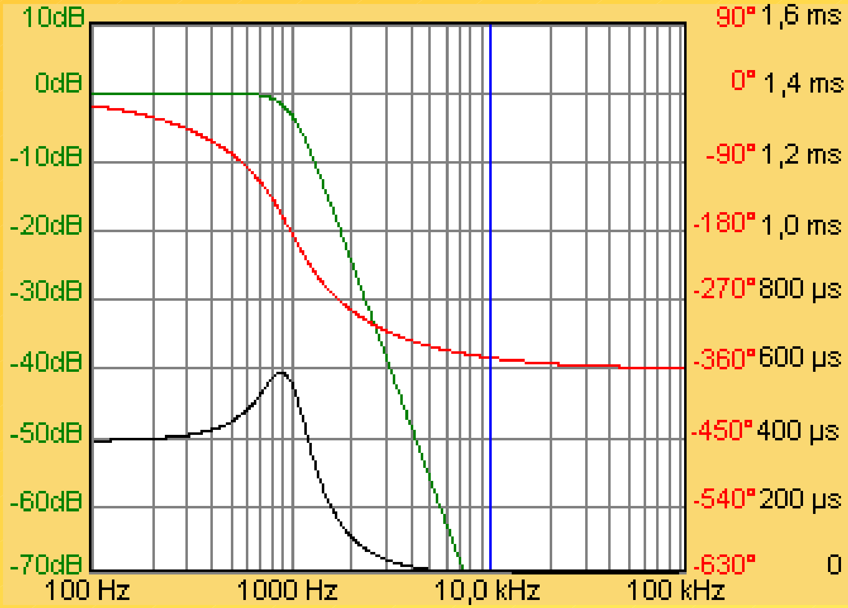
Dobra odpowiedź impulsowa – występują przesterowania i oscylacje, jednak mają bardzo małą amplitudę.

Jedynie niewielkie zafalowania amplitudowej charakterystyki częstotliwościowej w paśmie przepustowym – nie występuje podbicie charakterystyczne dla filtru Czebyszewa.

Dobra stromość przejścia z pasma przepustowego do pasma zaporowego – lepsza niż dla filtru Bessela.

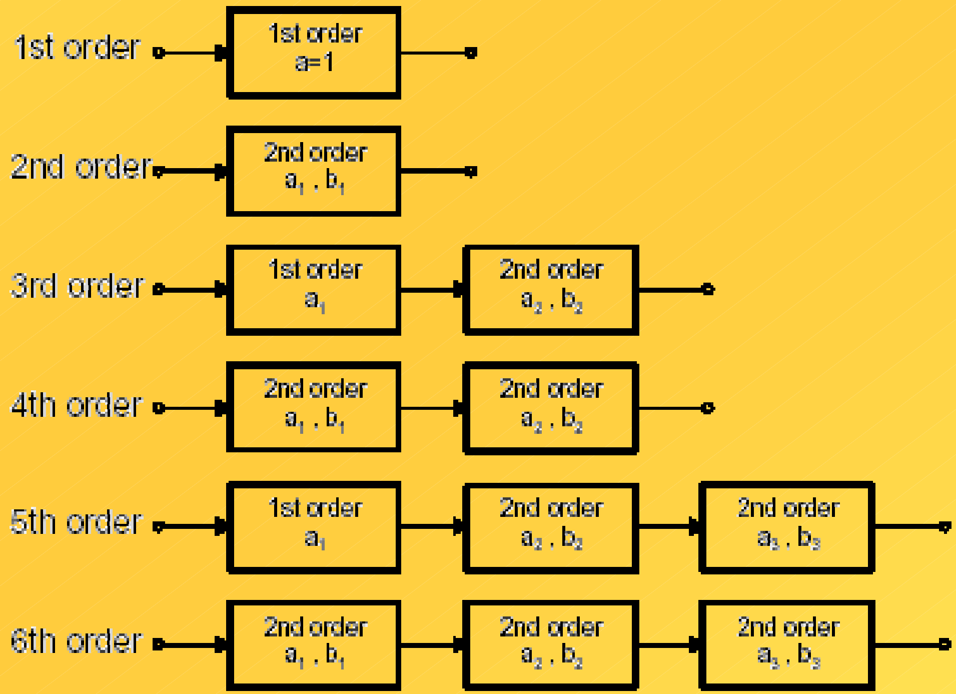
Filtr Butterwotha odpowiada filtrowi Czebyszewa o zerowych zafalowaniach.

Stanowi on kompromis pomiędzy filtrem Czebyszewa a Bessela.



Budowa filtrów wyższych rzędów

Aby zbudować filtr o określonym nachyleniu charakterystyki pomiędzy pasmem przejściowym a zaporowym należy przyjąć odpowiednią strukturę filtru i wyznaczyć odpowiadającą jej liczbę współczynników.

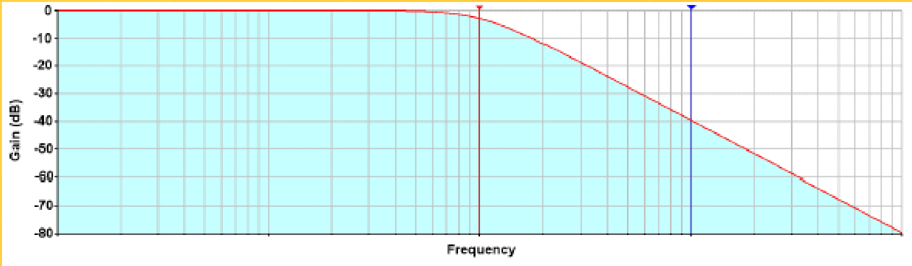


Do realizacji filtrów aktywnych parzystego rzędu stosuje się kaskadowe połączenie sekcji (ogniw) z zespolonych par biegunów.
Filtry rzędu nieparzystego zawierają dodatkowo sekcję z biegunem rzeczywistym, najczęściej dołączaną na początku filtru.
Nasyceniu wzmacniacza spowodowanego nierównomiernością wzmocnienia (zafalowania charakterystyki w paśmie przenoszenia), można zapobiec umieszczając stopnie o niższym współczynniku dobroci Q przed stopniami o wyższym współczynniku.

Podział filtrów ze względu na zakres przenoszonych częstotliwości

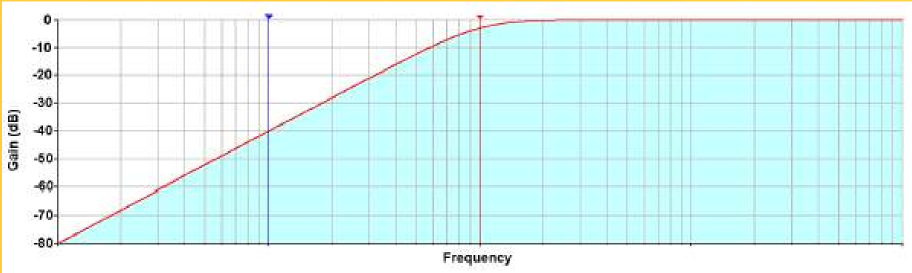
Dolno przepustowy

Przenosi sygnały o częstotliwościach mniejszych od określonej częstotliwości zwanej częstotliwością graniczną (górną)



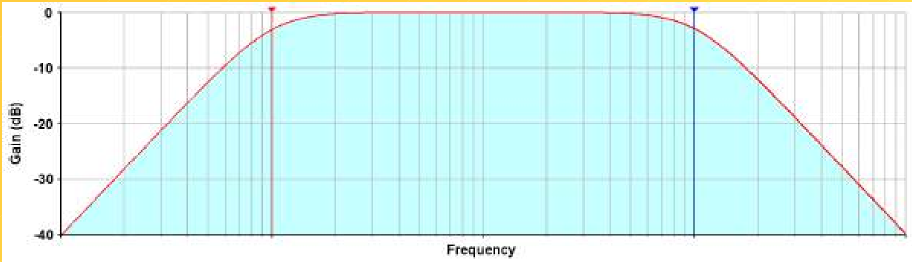
Górno przepustowe

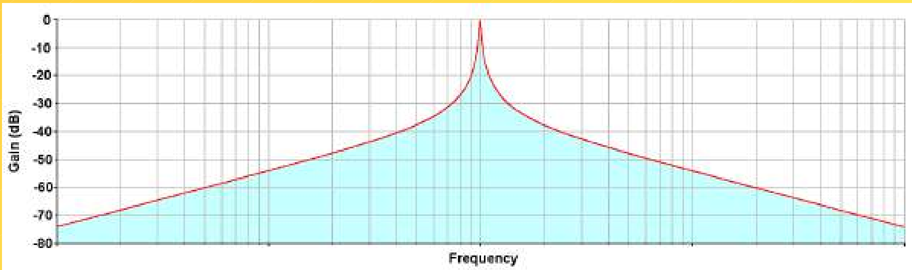
Przenosi sygnały o częstotliwościach większych od określonej częstotliwości granicznej (dolnej)



Pasmowo przepustowe (środkowo przepustowe)

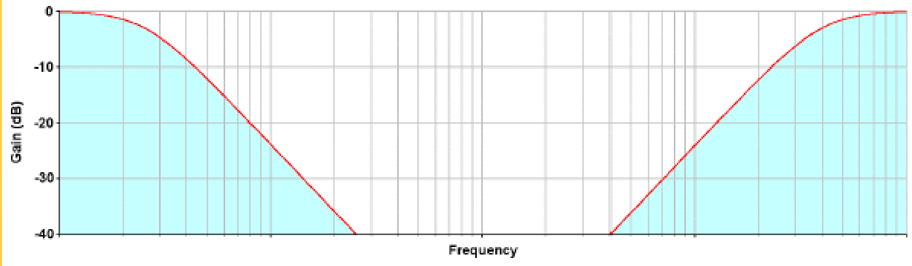
Można zrealizować poprzez złożenie filtru dolnoprzepustowego i górno przepustowego; przenosi sygnały o częstotliwościach mieszczących się w paśmie przepustowym filtru, ograniczonym dolną i górną częstotliwością graniczną,

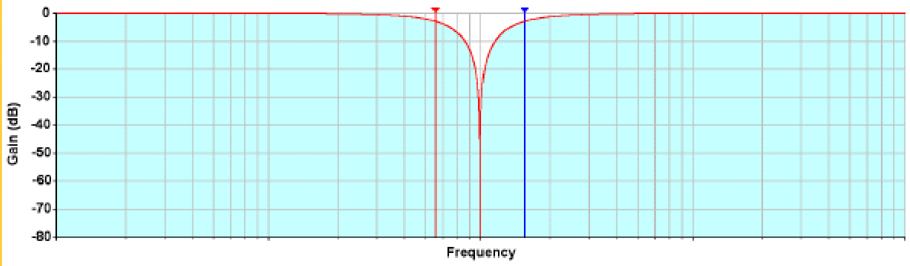




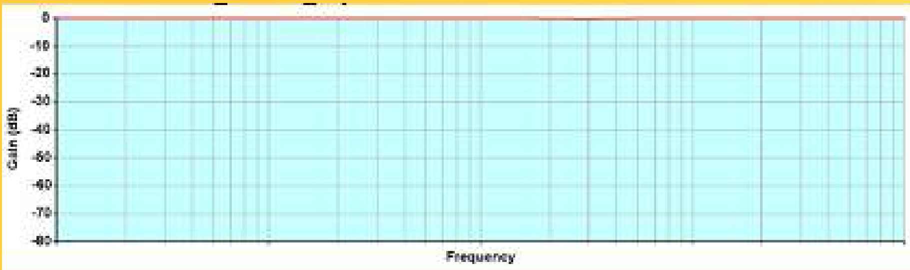
Podział filtrów ze względu na zakres przenoszonych częstotliwości

Pasmowo zaporowe (środkowo zaporowy)
Można zrealizować poprzez złożenie filtru dolnoprzepustowego i górno przepustowego;
Filtr tego typu przenosi sygnały o częstotliwościach mieszczących się poza pasmem zaporowym, czyli niższych od dolnej częstotliwości granicznej i wyższych od górnej częstotliwości granicznej



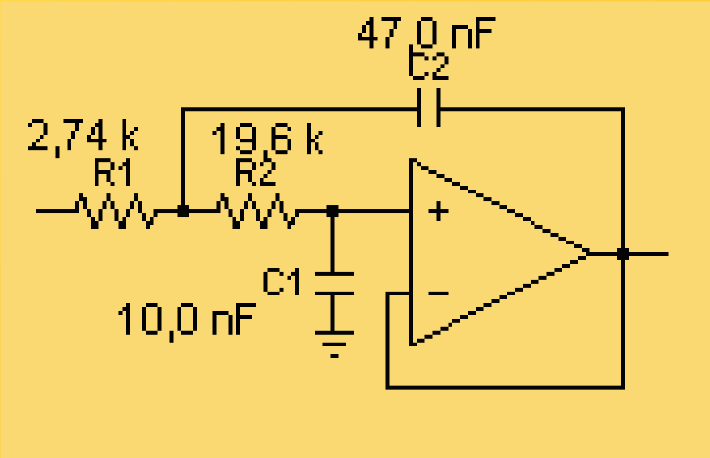


Wszechprzepustowe
Służą do korekcji fazy sygnału podawanego na wejście.

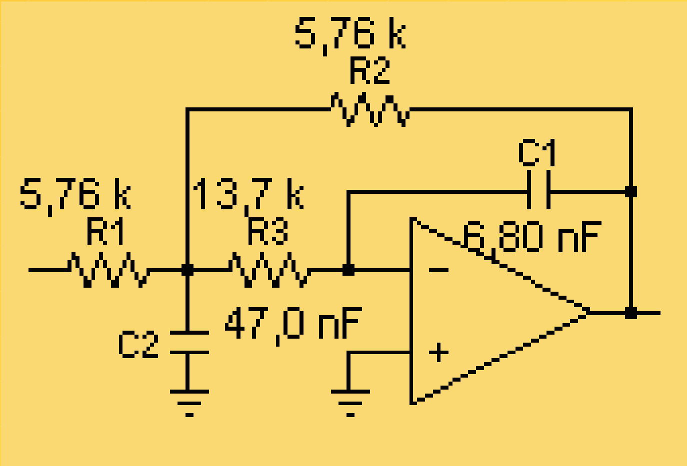


Rozwiązania układowe

Pasywne	Aktywne
RC	MFB (ang. *Multiple Feedback*) z wielokrotnym sprzężeniem zwrotnym
LC	Sallen-Key źródło napięciowe sterowane napięciem



Sallen-Key



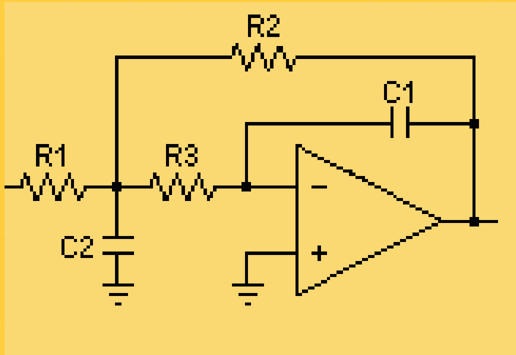
MFB

Wzmacniacze operacyjne – filtry aktywne

Rozwiązania układowe – struktura Sallena – Key'a

Topologia stopnia filtru z wielokrotnym sprzężeniem zwrotnym (ang. Multiple Feedback, MFB) jest często preferowana ze względu na mniejszą wrażliwość na błędy wynikające z tolerancji parametrów użytych podzespołów.

Występują jednak sytuacje, kiedy to struktura typu Sallen-Key stanowi lepsze rozwiązanie. Zasadniczo przyjmuje się, że należy ją stosować jeżeli wymagana jest wysoka dokładność wzmocnienia, wzmocnienie wzmacniacza jest równe jedności, współczynnik dobroci dla pary biegunów jest mniejszy od 3.

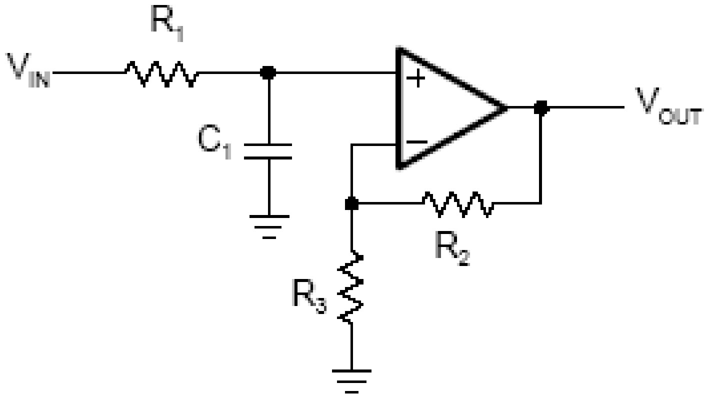


Wzmacniacze operacyjne w strukturze typu Sallen-Key używane są jako bufory (o wzmocnieniu 1), co zapewnia wysoką dokładność wzmocnienia przy wzmocnieniu jednostkowym.
W strukturze MFB, wzmocnienie jest określone stosunkiem rezystancji R_2/R_1.

Topologia typu Sallen-Key może być preferowana dla dużych wartości dobroci filtrów przenoszących sygnały o dużych częstotliwościach. W takim przypadku, dla struktury MFB, należałoby użyć kondensatora C1 o niewielkiej wartości dla zachowania rozsądnych wartości rezystora. Stosowanie kondensatorów o małych pojemnościach może natomiast skutkować wzrostem błędów spowodowanych pojemnościami pasożytniczymi.

Niekiedy stosuje się strukturę mieszaną, zbudowaną naprzemiennie z sekcji MFB i Sallena-Key'a oferującą w określonych warunkach najlepsze parametry.

Rozwiązania układowe – filtr dolnoprzepustowy I rzędu nieodwracający



$$A(s) = \frac{1 + \frac{R_2}{R_3}}{1 + \omega_c R_1 C_1 s}$$

$$C_1[nF] = \frac{10000[nF \cdot Hz]}{f_c[Hz]}$$

- Określamy $f_C = f_{3dB}$
- Wyznaczamy C_1
- Określamy wzmocnienie
- Odczytujemy a_1 z tablic
- Obliczamy R_1, R_2, R_3

$$a_1 = \omega_c R_1 C_1 \Rightarrow R_1 = \frac{a_1}{2\pi f_c C_1}$$

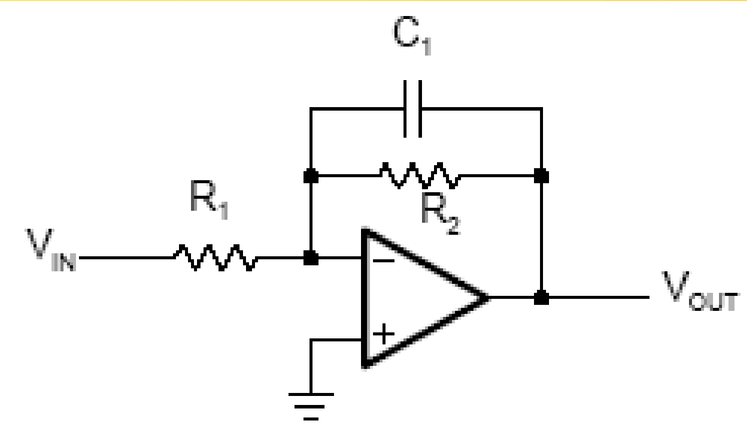
$$A_0 = 1 + \frac{R_2}{R_3} \Rightarrow R_2 = R_3(A_0 - 1)$$

Tablica współczynników dla filtrów o charakterystyce Czebyszewa

Table 16–7. Tschebyscheff Coefficients for 1-dB Passband Ripple

n	i	a_i	b_i	$k_i = f_{Ci} / f_C$	Q_i
1	1	1.0000	0.0000	1.000	—
2	1	1.3022	1.5515	1.000	0.96
3	1	2.2156	0.0000	0.451	—
	2	0.5442	1.2057	1.353	2.02
4	1	2.5904	4.1301	0.540	0.78
	2	0.3039	1.1697	1.417	3.56
5	1	3.5711	0.0000	0.280	—
	2	1.1280	2.4896	0.894	1.40
	3	0.1872	1.0814	1.486	5.56
6	1	3.8437	8.5529	0.366	0.76
	2	0.6292	1.9124	1.082	2.20
	3	0.1296	1.0766	1.493	8.00
7	1	4.9520	0.0000	0.202	—
	2	1.6338	4.4899	0.655	1.30
	3	0.3987	1.5834	1.213	3.16
	4	0.0937	1.0432	1.520	10.90
8	1	5.1019	14.7608	0.276	0.75
	2	0.8916	3.0426	0.849	1.96
	3	0.2806	1.4334	1.285	4.27
	4	0.0717	1.0432	1.520	14.24

Rozwiązania układowe – filtr dolnoprzepustowy I rzędu odwracający



$$A(s) = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + \omega_c R_2 C_1 s}$$

- **Określamy $f_C = f_{3dB}$**
- **Wyznaczamy C_1**
- **Określamy wzmocnienie**
- **Odczytujemy a_1 z tablic**
- **Obliczamy R_1, R_2**

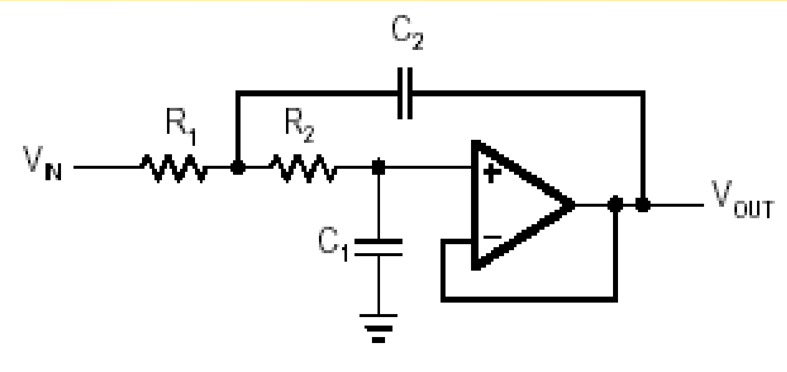
$$C_1[nF] = \frac{10000[nF \cdot Hz]}{f_c[Hz]}$$

$$A_0 = -\frac{R_2}{R_1} \Rightarrow R_1 = -\frac{R_2}{A_0}$$

$$a_1 = \omega_c R_2 C_1 \Rightarrow R_2 = \frac{a_1}{2\pi f_c C_1}$$

Rozwiązania układowe – filtr dolnoprzepustowy II rzędu Sallen-Key

Q<3, wzmocnienie 1 (wysoka dokładność wzmocnienia)



$$A(s) = \frac{1}{1 + \omega_c C_1 (R_1 + R_2)\, s + \omega_c^2 R_1 R_2 C_1 C_2 s^2}$$

$$A_0 = 1$$
$$a_1 = \omega_c C_1 (R_1 + R_2)$$
$$b_1 = \omega_c^2 R_1 R_2 C_1 C_2$$

- Określamy $f_C = f_{3dB}$
- Wyznaczamy C_1
- Odczytujemy a_1 oraz b_1 z tablic
- Wyznaczamy C_2
- Obliczamy R_1, R_2

$$C_1[nF] = \frac{10000[nF \cdot Hz]}{f_c[Hz]}$$

$$C_2 \geq C_1 \frac{4b_1}{a_1^2}$$

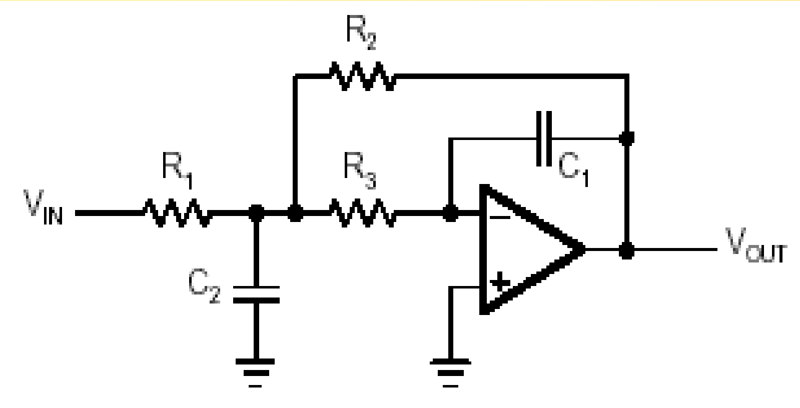
$$R_{1,2} = \frac{a_1 C_2 \mp \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4 b_1 C_1 C_2}}{4\pi f_c C_1 C_2}$$

Rozwiązania układowe – filtr dolnoprzepustowy II rzędu Sallen-Key

Tablica współczynników dla filtrów II rzędu

SECOND-ORDER	BESSEL	BUTTERWORTH	3-dB TSCHEBYSCHEFF
a_1	1.3617	1.4142	1.065
b_1	0.618	1	1.9305
Q	0.58	0.71	1.3
R_4/R_3	0.268	0.568	0.234

Rozwiązania układowe – filtr dolnoprzepustowy II rzędu MFB



$$A(s) = -\frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \omega_c C_1\left(R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_1}\right)s + \omega_c^2 C_1C_2R_2R_3s^2}$$

$$A_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$a_1 = \omega_c C_1\left(R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_1}\right)$$

$$b_1 = \omega_c^2 C_1C_2R_2R_3$$

- **Określamy $f_C = f_{3dB}$**
- **Wyznaczamy C_1**
- **Odczytujemy a_1 oraz b_1 z tablic**
- **Wyznaczamy C_2**
- **Obliczamy R_1, R_2**

$$R_2 = \frac{a_1C_2 - \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4b_1C_1C_2(1 - A_0)}}{4\pi f_c C_1C_2}$$

$$C_1[nF] = \frac{10000[nF \cdot Hz]}{f_c[Hz]}$$

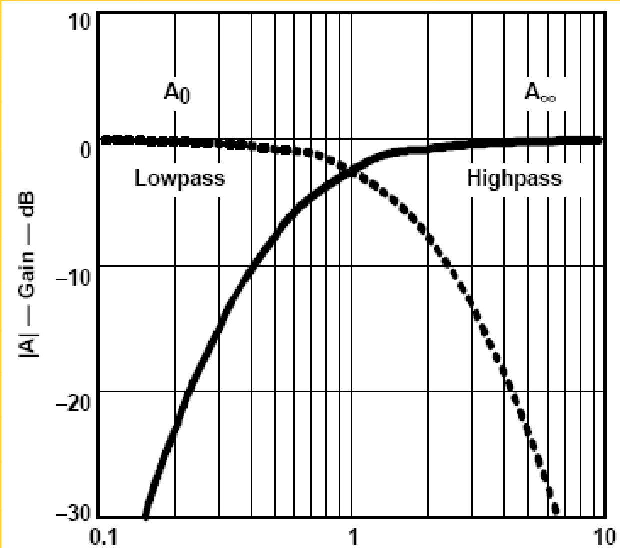
$$R_1 = \frac{R_2}{-A_0}$$

$$C_2 \geq C_1\frac{4b_1(1 - A_0)}{a_1^2}$$

$$R_3 = \frac{b_1}{4\pi^2 f_c^2 C_1C_2R_2}$$

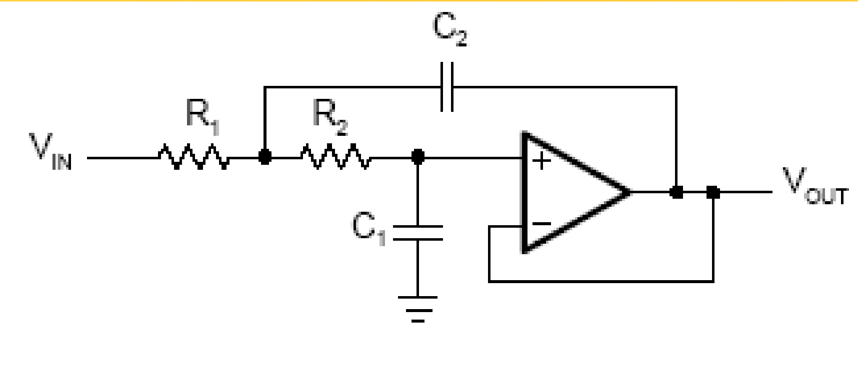
Rozwiązania układowe – filtry górnoprzepustowe

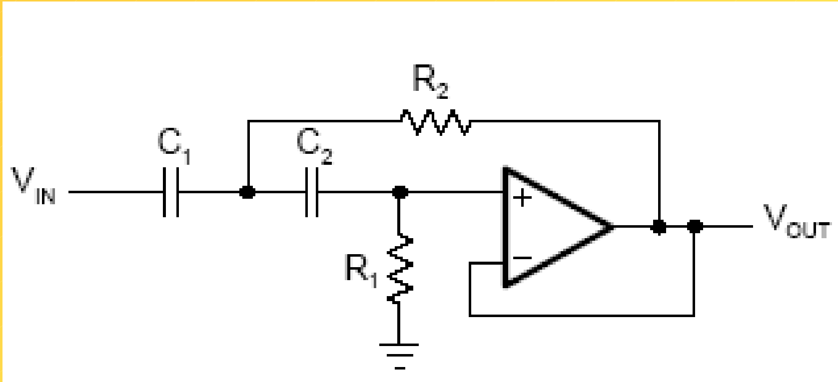
- Zamiana miejscami R z C
- Zamiana Ω na 1/Ω
- Zamiana s na 1/s



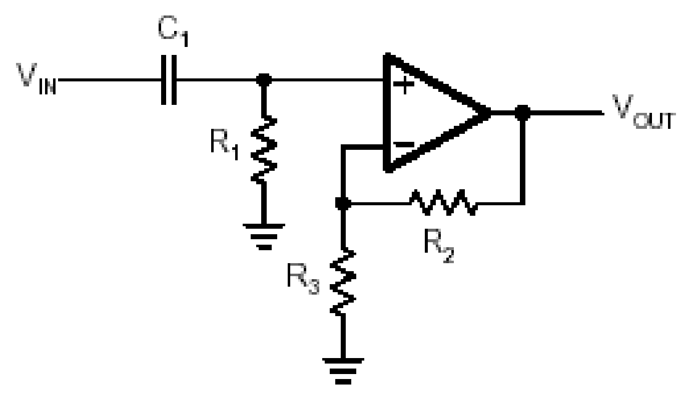
$$A(s) = \frac{A_\infty}{\prod_i \left(1 + \frac{a_i}{s} + \frac{b_i}{s^2}\right)}$$

$$A_i(s) = \frac{A_\infty}{\left(1 + \frac{a_i}{s} + \frac{b_i}{s^2}\right)}$$





Rozwiązania układowe – filtr górnoprzepustowy I rzędu nieodwracający



$$A(s) = \frac{1 + \frac{R_2}{R_3}}{1 + \frac{1}{\omega_c R_1 C_1} \cdot \frac{1}{s}}$$

- Określamy $f_C = f_{3dB}$
- Wyznaczamy C_1
- Określamy wzmocnienie
- Odczytujemy a_1 z tablic
- Obliczamy R_1, R_2, R_3

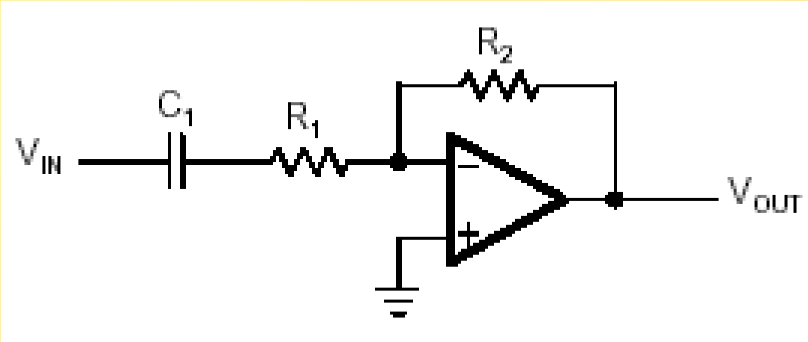
$$C_1[nF] = \frac{10000[nF \cdot Hz]}{f_c[Hz]}$$

$$a_1 = \frac{1}{\omega_c R_1 C_1} \Rightarrow R_1 = \frac{1}{2\pi f_c a_1 C_1}$$

$$A_\infty = 1 + \frac{R_2}{R_3} \Rightarrow R_2 = R_3(A_\infty - 1)$$

wzmocnienie w paśmie przepustowym

Rozwiązania układowe – filtr górnoprzepustowy I rzędu odwracający



$$A(s) = -\frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{\omega_c R_1 C_1} \cdot \frac{1}{s}}$$

- **Określamy $f_C = f_{3dB}$**
- **Wyznaczamy C_1**
- **Określamy wzmocnienie**
- **Odczytujemy a_1 z tablic**
- **Obliczamy R_1, R_2, R_3**

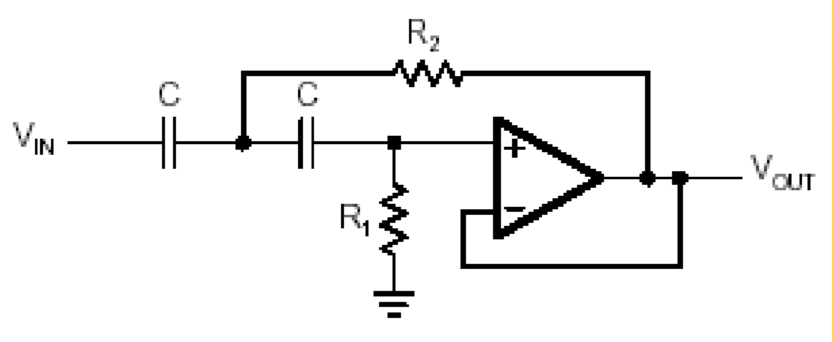
$$C_1[nF] = \frac{10000[nF \cdot Hz]}{f_c[Hz]}$$

$$a_1 = \frac{1}{\omega_c R_1 C_1} \Rightarrow R_1 = \frac{1}{2\pi f_c a_1 C_1}$$

$$A_\infty = -\frac{R_2}{R_1} \Rightarrow R_2 = -R_1 A_\infty$$

Rozwiązania układowe – filtr górnoprzepustowy Sallen-Key

wzmocnienie 1 (wysoka dokładność)



$$A(s) = \frac{1}{1 + \frac{2}{\omega_c R_1 C} \cdot \frac{1}{s} + \frac{1}{\omega_c{}^2 R_1 R_2 C^2} \cdot \frac{1}{s^2}}$$

$$A_\infty = 1$$

$$a_1 = \frac{2}{\omega_c R_1 C}$$

$$b_1 = \frac{1}{\omega_c{}^2 R_1 R_2 C^2}$$

- **Określamy $f_C = f_{3dB}$**
- **Wyznaczamy C_1 i C_2**
- **Odczytujemy a_1 i b_1 z tablic**
- **Obliczamy R_1, R_2**

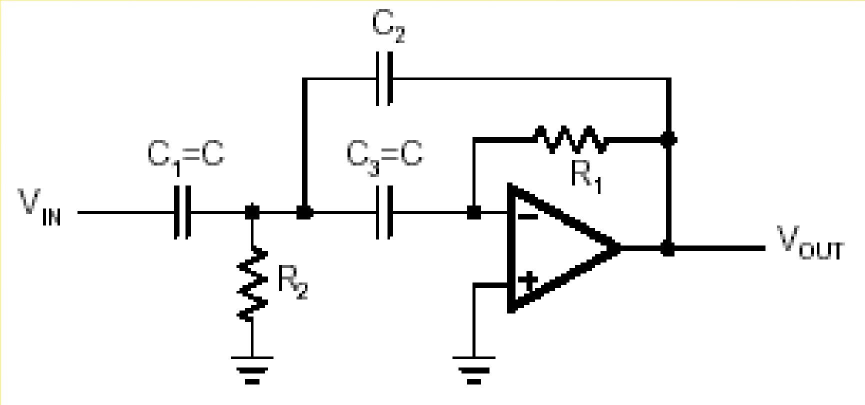
$$C_1[nF] = \frac{10000[nF \cdot Hz]}{f_c[Hz]}$$

$$C_1 = C_2 = C$$

$$R_1 = \frac{1}{\pi f_c C a_1}$$

$$R_2 = \frac{a_1}{4\pi f_c C b_1}$$

Rozwiązania układowe – filtr górnoprzepustowy MFB



$$A(s) = -\frac{\frac{C}{C_2}}{1 + \frac{2C+C_2}{\omega_c R_1 C C_2}\cdot\frac{1}{s} + \frac{2C+C_2}{\omega_c R_1 C C_2}\cdot\frac{1}{s^2}}$$

$$A_\infty = \frac{C}{C_2}$$

$$a_1 = \frac{2C + C_2}{\omega_c R_1 C C_2}$$

$$b_1 = \frac{2C + C_2}{\omega_c R_1 C C_2}$$

- **Określamy $f_C = f_{3dB}$**
- **Wyznaczamy C_1 i C_2**
- **Odczytujemy a_1 i b_1 z tablic**
- **Obliczamy R_1, R_2**

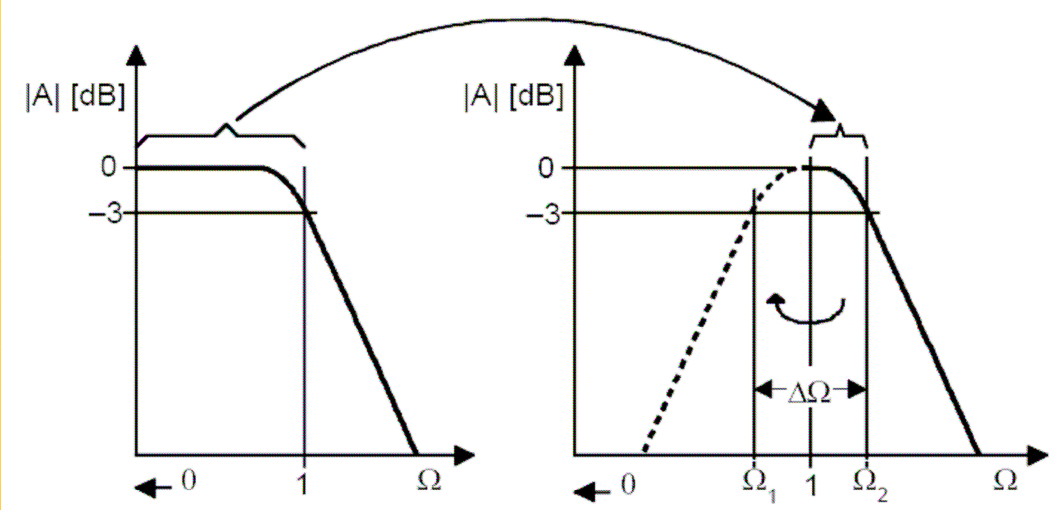
$$C_1[nF] = \frac{10000[nF \cdot Hz]}{f_c[Hz]}$$

$$C_1 = C_2 = C$$

$$R_1 = \frac{1 - 2A_\infty}{2\pi f_c \cdot C \cdot a_1}$$

$$R_2 = \frac{a_1}{2\pi f_c \cdot b_1 C_2 (1 - 2A_\infty)}$$

Rozwiązania układowe – filtry pasmowoprzepustowe



Operator *s* w transmitancji filtru dolnoprzepustowego zostaje zastąpiony wyrażeniem

$$\frac{1}{\Delta\Omega}\left(s + \frac{1}{s}\right)$$

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s} \longrightarrow A(s) = \frac{A_0 \cdot \Delta\Omega \cdot s}{1 + \Delta\Omega \cdot s + s^2}$$

$$\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1$$

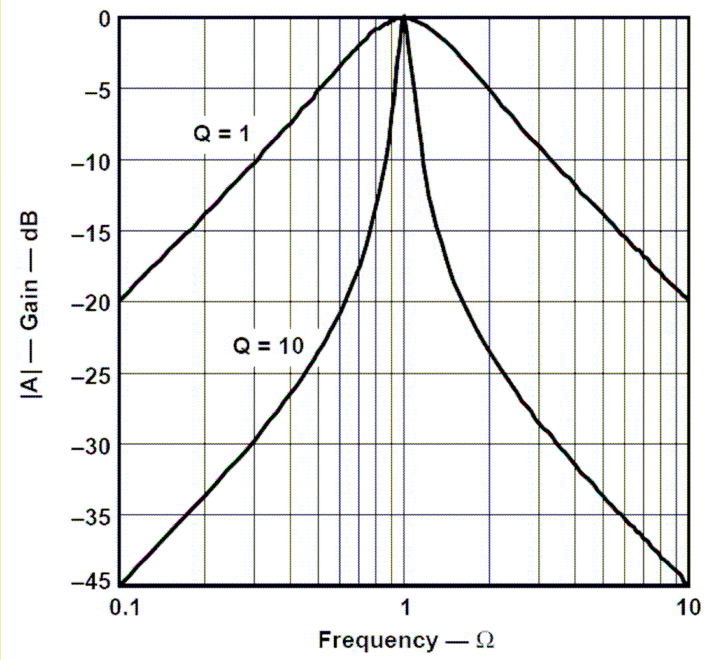
$$Q = \frac{f_m}{B} = \frac{f_m}{f_2 - f_1} = \frac{1}{\Omega_2 - \Omega_1} = \frac{1}{\Delta\Omega}$$

Rozwiązania układowe – filtry pasmowoprzepustowe

Podstawowymi parametrami opisującymi właściwości filtru pasmowoprzepustowego są:

- wzmocnienie dla częstotliwości środkowej A_m
- dobroć filtru Q określająca jego selektywność.

$$A(s) = \frac{\frac{A_m}{Q} \cdot s}{1 + \frac{1}{Q} \cdot s + s^2}$$

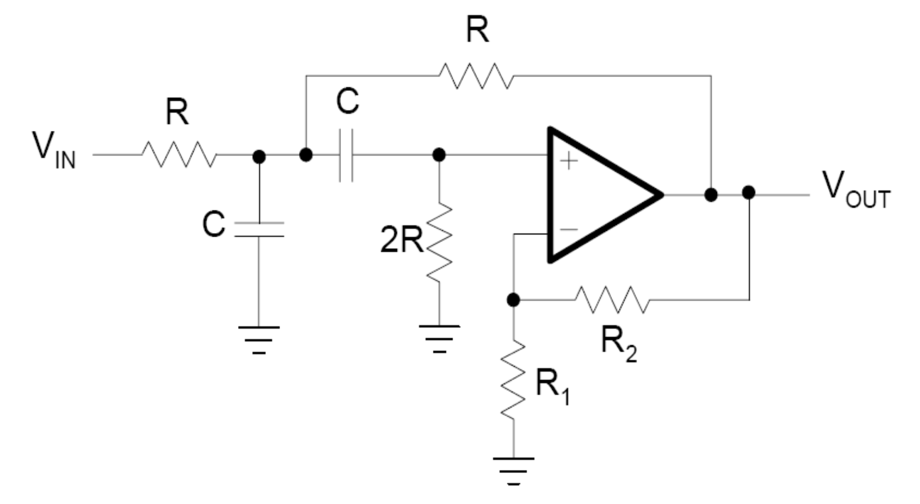


Znormalizowana częstotliwościowa charakterystyka amplitudowa filtru pasmowoprzepustowego drugiego rzędu

Najprostszą realizację filtru pasmowoprzepustowego stanowi filtr złożony z szeregowego połączenia filtrów górno i dolnoprzepustowych. Takie rozwiązanie stosowane jest do realizacji filtrów szerokopasmowych.

Połączenie dolno- i górnoprzepustowego filtru pierwszego rzędu daje w wyniku filtr pasmowoprzepustowy rzędu drugego.

Rozwiązania układowe – filtr pasmowoprzepustowy Sallena-Key'a



Częstotliwość środkowa:

$$f_m = \frac{1}{2\pi RC}$$

Całkowite wzmocnienie układu:

$$G = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Wzmocnienie dla częstotliwości środkowej:

$$A_m = \frac{G}{3 - G}$$

Dobroć filtru:

$$Q = \frac{1}{3 - G}$$

Transmitancja filtru pasmowo-przepustowego Sallena-Key'a:

$$A(s) = \frac{G \cdot RC\omega_m \cdot s}{1 + RC\omega_m(3 - G) \cdot s + R^2C^2{\omega_m}^2 \cdot s^2}$$

Zaletą filtru opartego na topologii Sallena-Key'a jest możliwość zmiany wartości dobroci filtru poprzez zmianę jego wzmocnienia, bez konieczności zmiany częstotliwości środkowej.

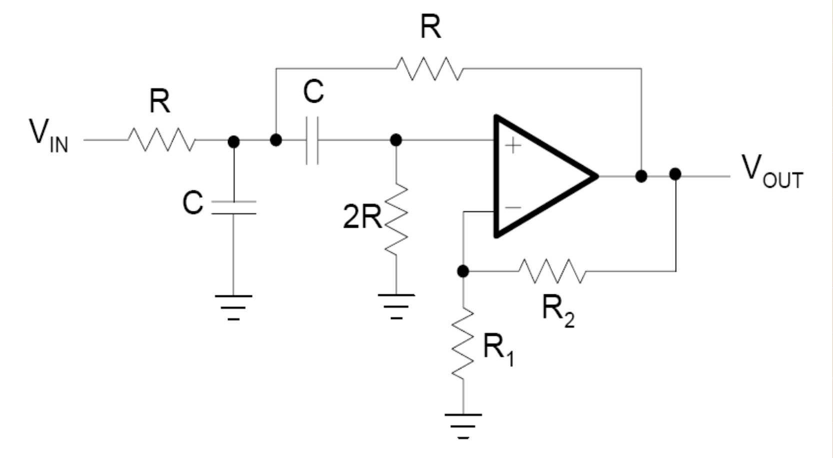
Pewną wadą jest brak możliwości niezależnej regulacji dobroci i wzmocnienia dla częstotliwości środkowej.

Dla dobroci bliskiej wartości 3, wzmocnienie A_m wzrasta do nieskończoności i układ zaczyna oscylować!!!

Rozwiązania układowe – filtr pasmowoprzepustowy Sallena-Key'a

Wartość częstotliwości środkowej zależy od wartości rezystancji *R* oraz wartości pojemności *C*. Przy ustalonej wartości częstotliwości środkowej oraz pojemności, rezystancja jest równa:

$$R = \frac{1}{2\pi f_m C}$$



Doboru wartości rezystora *R2* można dokonać dla założonej dobroci układu

$$R_2 = \frac{2Q - 1}{Q}$$

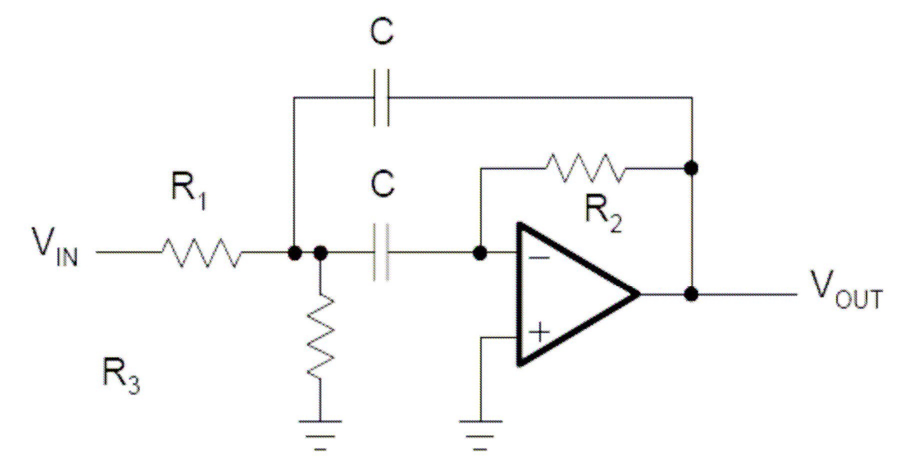
lub dla założonego wzmocnienia dla częstotliwości środkowej

$$R_2 = \frac{2A_m - 1}{1 + A_m}$$

Wartość rezystora *R1* należy wyznaczyć z zależności:

$$G = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Rozwiązania układowe – filtr pasmowoprzepustowy MFB



Częstotliwość środkowa:

$$f_m = \frac{1}{2\pi C}\sqrt{\frac{R_1 + R_3}{R_1 R_2 R_3}}$$

Wzmocnienie dla częstotliwości środkowej:

$$-A_m = \frac{R_2}{2R_1}$$

Pasmo przenoszenia:

$$B = \frac{1}{\pi R_2 C}$$

Dobroć filtru:

$$Q = \pi f_m R_2 C$$

Transmitancja filtru pasmowo-przepustowego Sallena-Key'a:

$$A(s) = \frac{-\frac{R_2 R_3}{R_1 + R_3} C\omega_m \cdot s}{1 + \frac{2R_1 R_3}{R_1 + R_3} C\omega_m \cdot s + \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_3} C^2 \cdot \omega_m{}^2 \cdot s^2}$$

Topologia MFB pozwala na niezależną regulację dobroci filtru, częstotliwości środkowej oraz wzmocnienia dla częstotliwości środkowej.

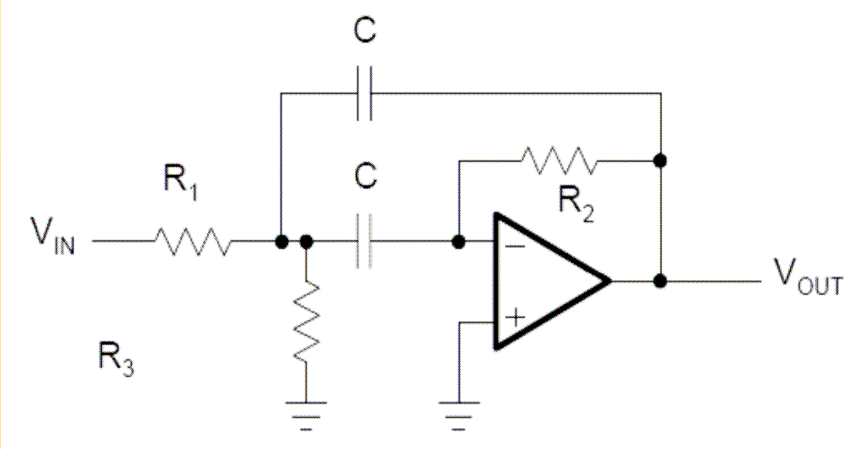
Pasmo i wzmocnienie nie zależą od wartości rezystora *R3*. Dzięki temu może być on wykorzystany do regulacji częstotliwości środkowej.

Dla małych wartości dobroci, filtr może pracować bez rezystora *R3*. Wówczas jednak

$$-A_m = 2Q^2$$

Rozwiązania układowe – filtr pasmowoprzepustowy MFB

Procedura projektowania filtru pasmowoprzepustowego o parametrach: f_m**=1kHz,** Q**=10,** A_m**=2. Wartość pojemności C przyjęto na poziomie 100nF.**



$$R_1 = \frac{R_2}{-2A_m} = \frac{31.8\ \text{k}\Omega}{4} = 7.96\ \text{k}\Omega$$

$$R_2 = \frac{Q}{\pi f_m C} = \frac{10}{\pi \cdot 1\ \text{kHz} \cdot 100\ \text{nF}} = 31.8\ \text{k}\Omega$$

$$R_3 = \frac{-A_m R_1}{2Q^2 + A_m} = \frac{2 \cdot 7.96\ \text{k}\Omega}{200 - 2} = 80.4\ \Omega$$

Rozwiązania układowe – filtr pasmowoprzepustowy o określonej ch-ce

W przypadku konieczności realizacji filtru o określonej charakterystyce, należy zmodyfikować transmitancję filtru tak, aby wyodrębnić z niej współczynnik α.
Dla filtru czwartego rzędu:

$$A(s) = \frac{\dfrac{s^2 \cdot A_0(\Delta\Omega)^2}{b_1}}{1 + \dfrac{a_1}{b_1}\Delta\Omega\cdot s + \left[2 + \dfrac{(\Delta\Omega)^2}{b_1}\right]\cdot s^2 + \dfrac{a_1}{b_1}\Delta\Omega\cdot s^3 + s^4}$$

Otrzymujemy:

$$A(s) = \frac{\dfrac{A_{mi}}{Q_i}\cdot\alpha s}{\left[1 + \dfrac{\alpha s}{Q_1} + (\alpha s)^2\right]}\cdot\frac{\dfrac{A_{mi}}{Q_i}\cdot\dfrac{s}{\alpha}}{\left[1 + \dfrac{1}{Q_i}\left(\dfrac{s}{\alpha}\right) + \left(\dfrac{s}{\alpha}\right)^2\right]}$$

Wartość wsółczynnika otrzymujemy rozwiązując równanie:

$$\alpha^2 + \left[\frac{\alpha\cdot\Delta\Omega\cdot a_1}{b_1\left(1 + \alpha^2\right)}\right]^2 + \frac{1}{\alpha^2} - 2 - \frac{(\Delta\Omega)^2}{b^1} = 0$$

Rozwiązania układowe – filtr pasmowoprzepustowy o określonej ch-ce

Filtr czwartego rzędu rozpatrywany jest jako połączenie dwóch filtrów.

$$f_{m1} = \frac{f_m}{\alpha} \qquad f_{m2} = f_m \cdot \alpha$$

$$Q_i = Q \cdot \frac{(1 + \alpha^2) b_1}{\alpha \cdot a_1}$$

$$Q = f_m / B$$

$$A_{mi} = \frac{Q_i}{Q} \cdot \sqrt{\frac{A_m}{B_1}}$$

Bessel				Butterworth				Tschebyscheff			
a_1	1.3617			a_1	1.4142			a_1	1.0650		
b_1	0.6180			b_1	1.0000			b_1	1.9305		
Q	100	10	1	**Q**	100	10	1	**Q**	100	10	1
$\Delta\Omega$	**0.01**	**0.1**	**1**	$\Delta\Omega$	**0.01**	**0.1**	**1**	$\Delta\Omega$	**0.01**	**0.1**	**1**
α	1.0032	1.0324	1.438	α	1.0035	1.036	1.4426	α	1.0033	1.0338	1.39

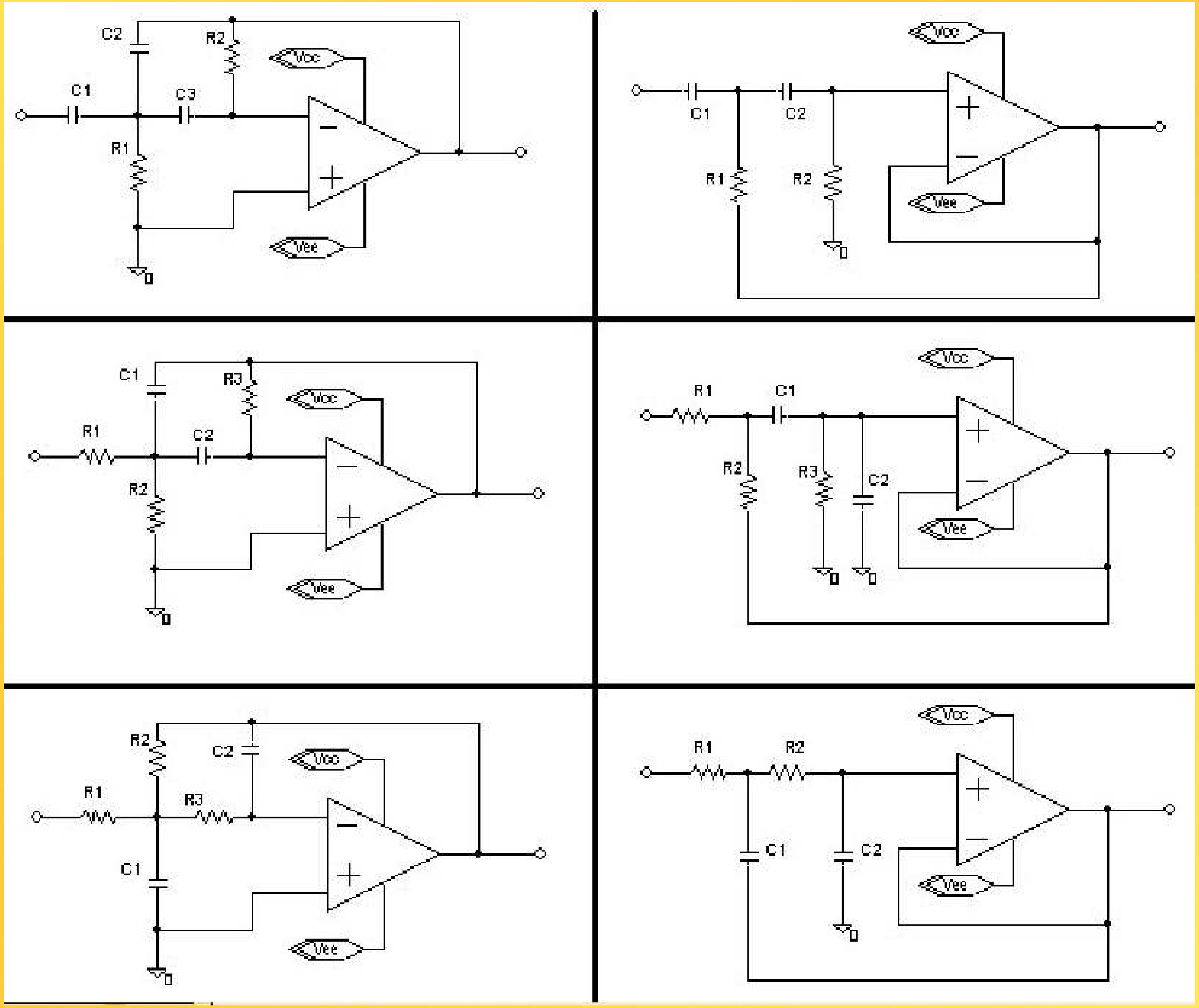
Rozwiązania układowe – ze względu na strukturę i odp. częstotliwościową

MFB | Sallen-Key

Filtr górnoprzepustowy

Filtr pasmowoprzepustowy

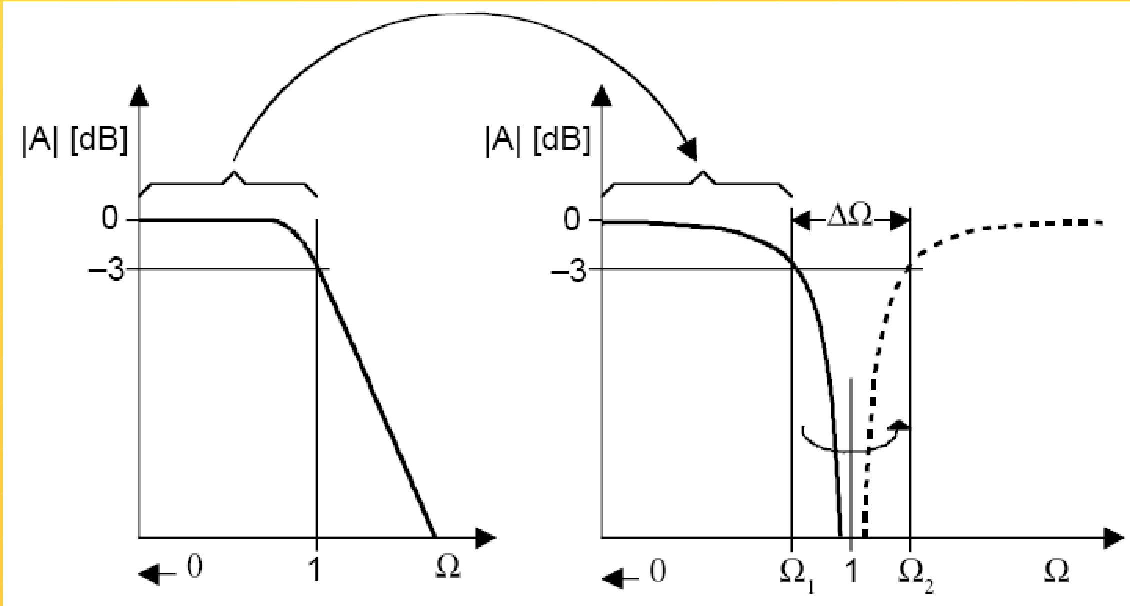
Filtr dolnoprzepustowy



Rozwiązania układowe – filtry pasmowozaporowe

Operator *s* w transmitancji filtru dolnoprzepustowego zostaje zastąpiony wyrażeniem

$$\frac{\Delta\Omega}{s + \frac{1}{s}}$$

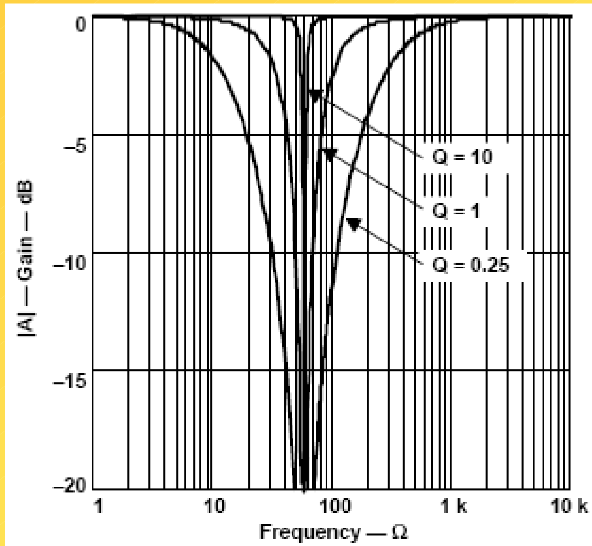


$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s} \longrightarrow A(s) = \frac{A_0(1 + s^2)}{1 + \Delta\Omega \cdot s + s^2}$$

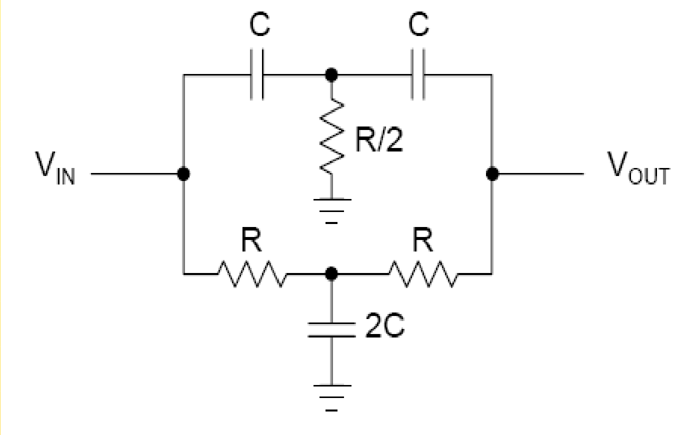
$$\Delta\Omega = \Omega_{max} - \Omega_{min}$$

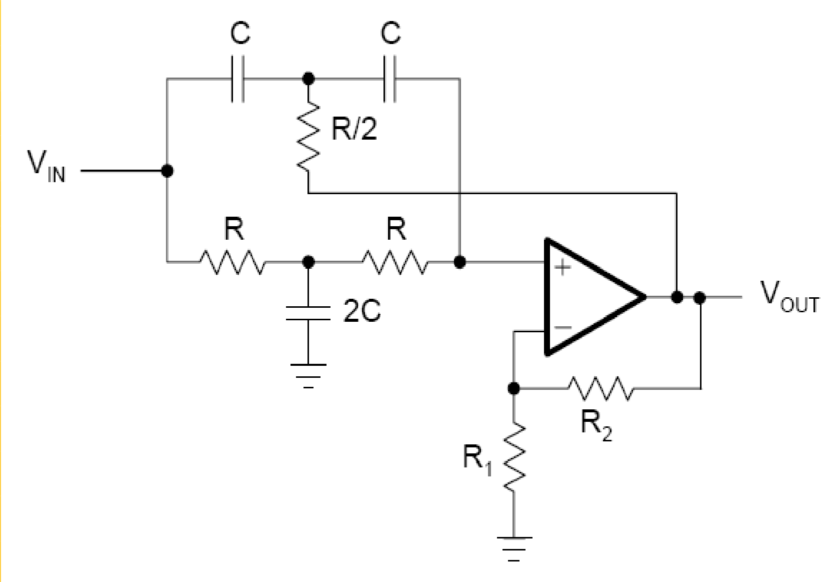
$$Q = \frac{f_m}{B} = \frac{1}{\Delta\Omega}$$

$$A(s) = \frac{A_0(1 + s^2)}{1 + \frac{1}{Q} \cdot s + s^2}$$



Rozwiązania układowe – filtr pasmowozaporowy 2-T





Częstotliwość środkowa:

$$f_m = \frac{1}{2\pi RC}$$

Całkowite wzmocnienie układu:

$$G = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Wzmocnienie dla pasma przenoszenia:

$$A_0 = G$$

Dobroć filtru:

$$Q = \frac{1}{2(2 - G)}$$

$$A(s) = \frac{k(1 + s^2)}{1 + 2(2 - k)\cdot s + s^2}$$

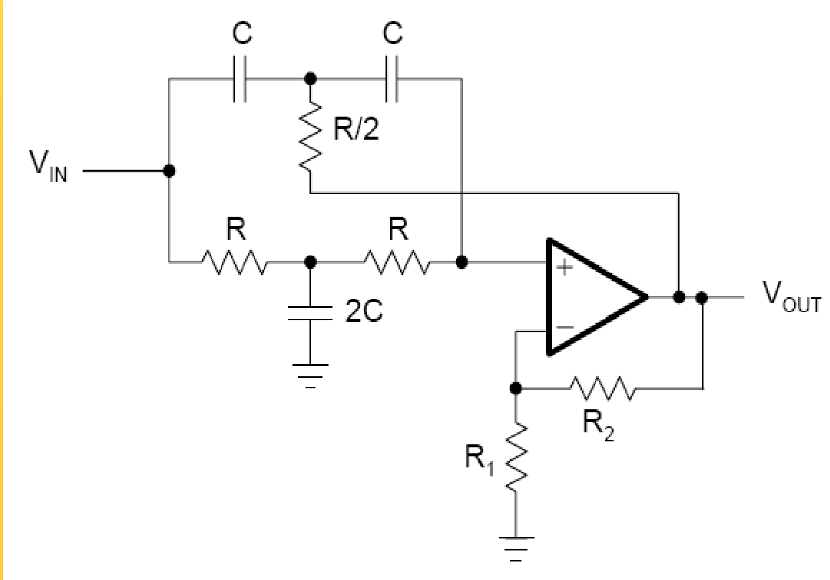
Zaletą filtru 2-T jest możliwość zmiany dobroci poprzez zmianę całkowitego wzmocnienia układu, bez konieczności zmiany częstotliwości środkowej.

Niestety dobroć i wzmocnienie dla pasma przenoszenia nie mogą być regulowane niezależnie.

Rozwiązania układowe – filtr pasmowozaporowy 2-T

Wartość częstotliwości środkowej zależy od wartości rezystancji *R* oraz wartości pojemności *C*. Przy ustalonej wartości częstotliwości środkowej oraz pojemności, rezystancja jest równa:

$$R = \frac{1}{2\pi f_m C}$$



Doboru wartości rezystora *R2* można dokonać dla założonej dobroci układu

$$R_2 = R_1\left(1 - \frac{1}{2Q}\right)$$

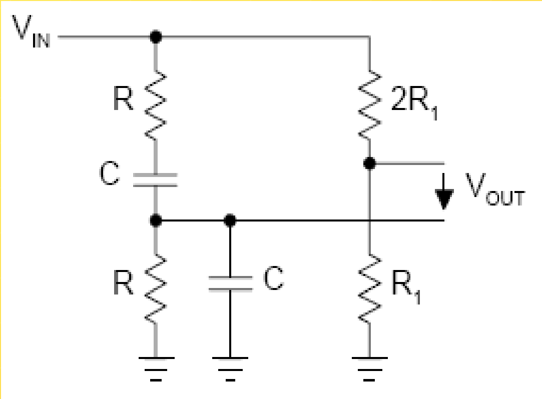
lub dla założonego wzmocnienia dla częstotliwości środkowej

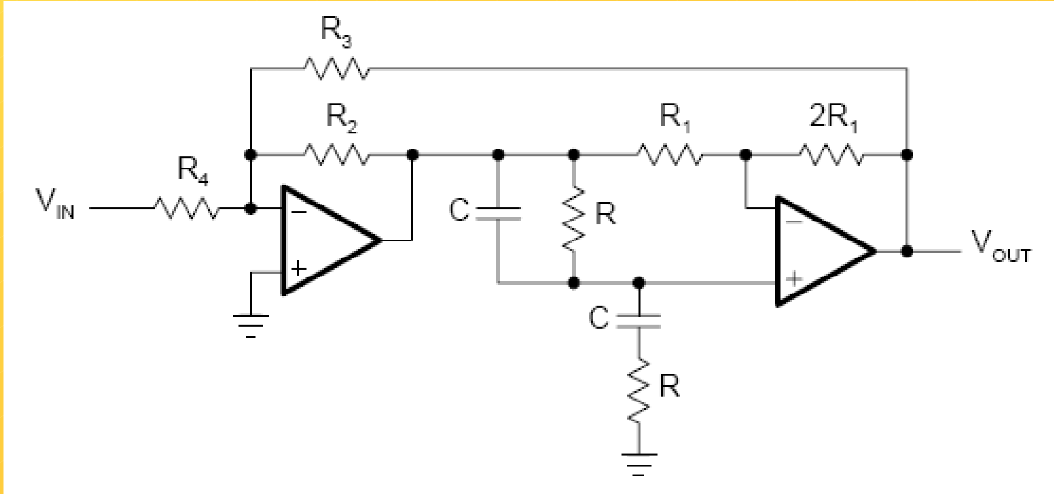
$$R_2 = (A_0 - 1)R_1$$

Wartość rezystora *R1* należy wyznaczyć z zależności:

$$G = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Rozwiązania układowe – filtr pasmowozaporowy Wiena-Robinsona





Częstotliwość środkowa:

$$f_m = \frac{1}{2\pi RC}$$

Wzmocnienie dla pasma przenoszenia:

$$A_0 = -\frac{\beta}{1+\alpha}$$

Dobroć filtru:

$$Q = \frac{1+\alpha}{3}$$

$$A(s) = -\frac{\frac{\beta}{1+\alpha}\left(1+s^2\right)}{1+\frac{3}{1+\alpha}\cdot s+s^2}$$

$$\beta = \frac{R_2}{R_4} \qquad \alpha = \frac{R_2}{R_3}$$

W odróżnieniu do filtru 2-T, filtr Wiena-Robinsona umożliwia niezależną regulację pasma przenoszenia, wzmocnienia w paśmie przenoszenia oraz dobroci.

Gdy regulacja częstotliwości środkowej dokonana elementami *R* i *C* jest niewystarczająca, filtr można dostroić zmieniając wartość *2R*$_2$.

Rozwiązania układowe – filtr pasmowozaporowy Wiena-Robinsona

Wartość częstotliwości środkowej zależy od wartości rezystancji *R* oraz wartości pojemności *C*. Przy ustalonej wartości częstotliwości środkowej oraz pojemności, rezystancja jest równa:

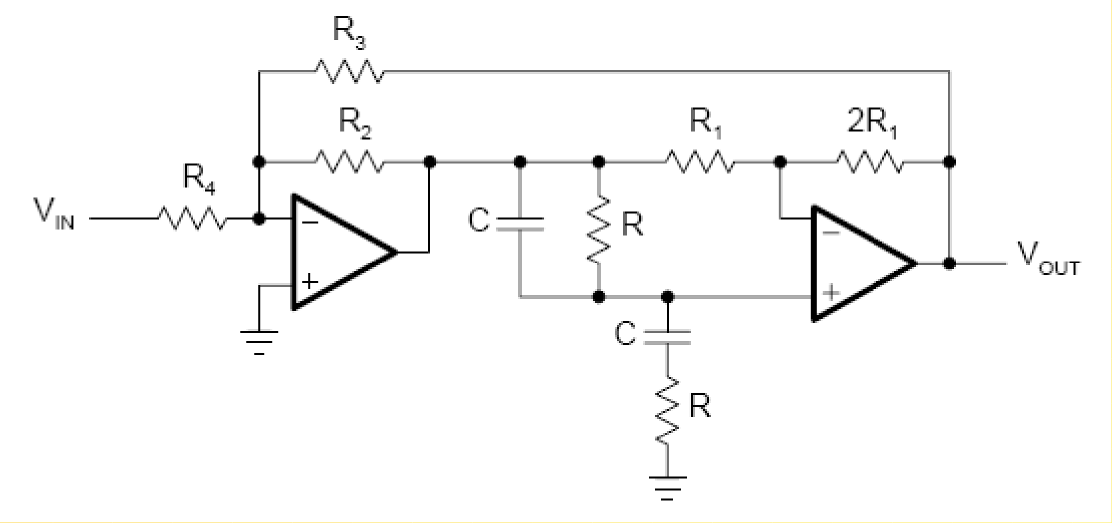
$$R = \frac{1}{2\pi f_m C}$$

$$\alpha = 3Q - 1$$

$$\beta = -A_0 \cdot 3Q$$

$$R_3 = \frac{R_2}{\alpha}$$

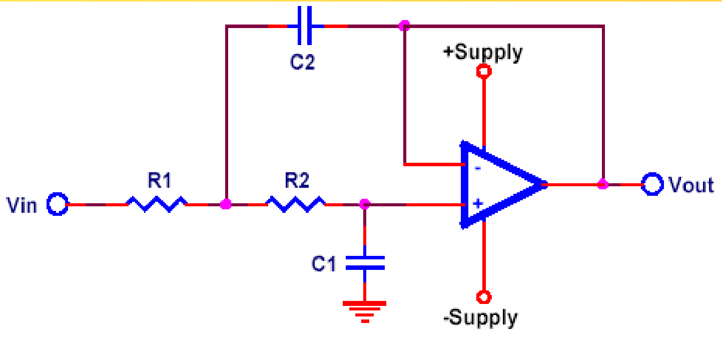
$$R_4 = \frac{R_2}{\beta}$$



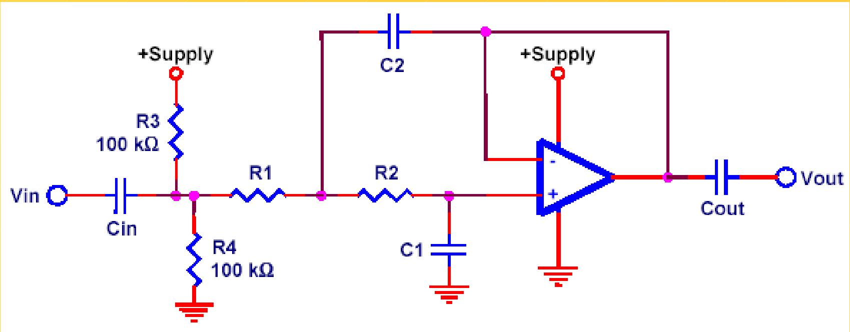
Wzmacniacze operacyjne – filtry aktywne

Rozwiązania układowe – ze względu na sposób zasilania układu

Dolnoprzepustowy

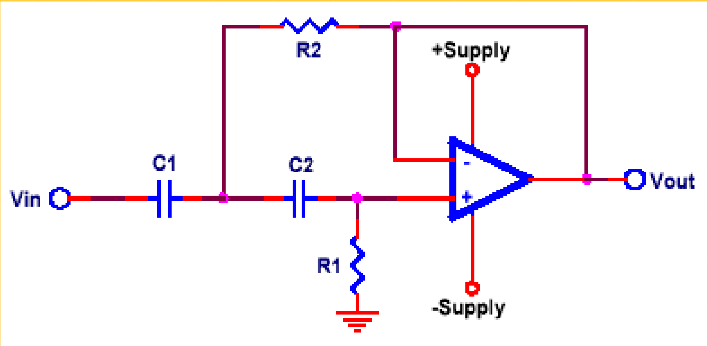


Zasilanie symetryczne

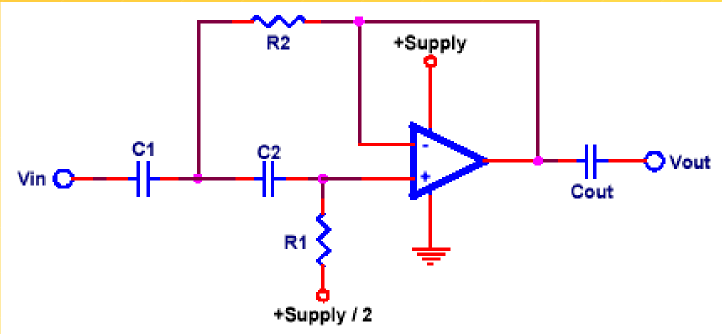


Układ zasilany napięciem pojedynczym

Górnoprzepustowy

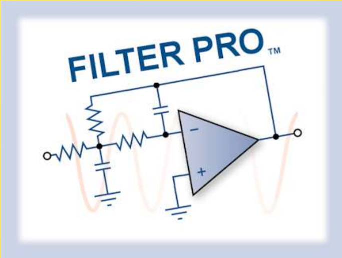


Zasilanie symetryczne

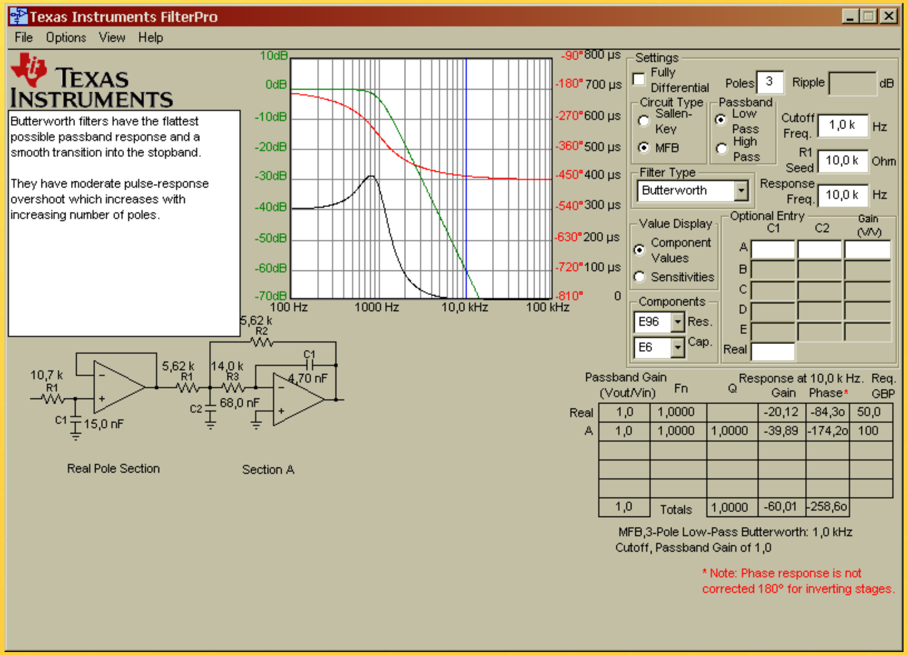


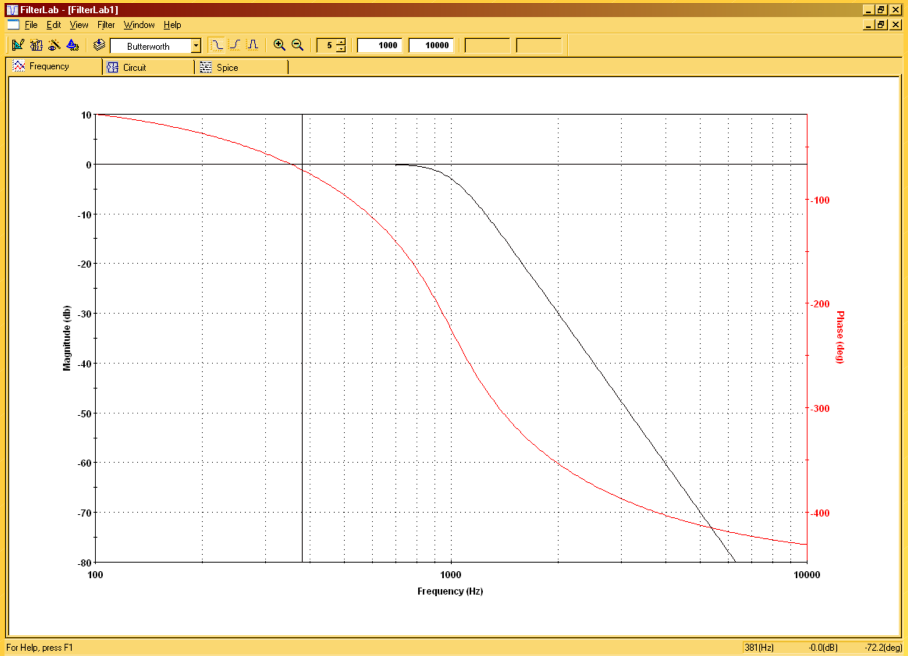
Układ zasilany napięciem pojedynczym

Programy wspomagające projektowanie filtrów



Texas Instruments





Microchip Technology

http://www.web-ee.com/Downloads/Filters/filter_design.htm
http://www.circuitsage.com/filter.html