db 的日常笔记

dbydd

2020 年 8 月 11 日

todos

倍角公式

目录

Chapter 1

数学

1 基本概念

1.1 六大基本初等函数

常数函数，幂函数，指数函数，对数函数，三角函数

1.2 二项式定理

$(x+y)^n = x^n + C_{n-1}^n(x^{n-1}y) + C_{n-2}^n(x^{n-2}y^2) + \ldots + y^n$

1.3 排列组合

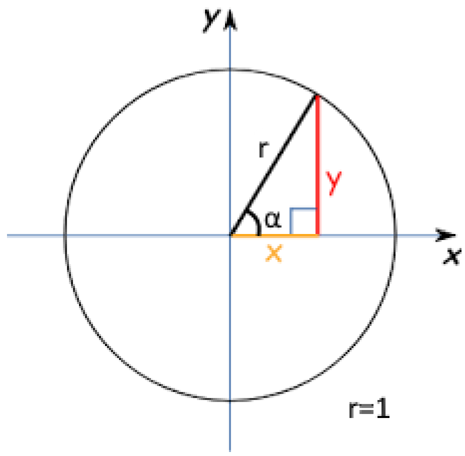
排列：$P_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$
组合：$C_m^n = \frac{P_m^n}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

1.4 零散的定义

1. 有界：$\exists \epsilon, f(x) < \epsilon \quad (-\infty < x < \infty)$

2 三角函数

三角函数一般由单位圆引出, 如下：



2.1 正三角函数

$\sin\alpha = \frac{y}{r}$
$\cos\alpha = \frac{x}{r}$
$\tan\alpha = \frac{y}{x}$

2.2 反三角函数

$\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}$
$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$
$\csc\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$

2.3 和差化积

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

2.4 积化和差

$\cos\alpha + \beta = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$
$\cos\alpha - \beta = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$
$\sin\alpha \pm \beta = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)]$
$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$
$\sin\alpha\sin\beta = -\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)]$

2.5 诱导公式

奇变偶不变，符号看象限。

2.5.1 第一组诱导公式

$\sin(2k\pi + \alpha) = \sin\alpha$

$\cos(2k\pi + \alpha) = \cos\alpha$

$\tan(2k\pi + \alpha) = \tan\alpha$

$\cot(2k\pi + \alpha) = \cot\alpha$

2.5.2 第二组诱导公式

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$

$\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$

2.5.3 第三组诱导公式

$\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$

$\tan(\pi + \alpha) = \tan\alpha$

$\cot(\pi + \alpha) = \cot\alpha$

2.5.4 第四组诱导公式

$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$

$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$

$\tan(\pi - \alpha) = -\tan\alpha$

$\cot(\pi - \alpha) = -\cot\alpha$

2.5.5 第五组诱导公式

$\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos\alpha$

$\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin\alpha$

$\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cot\alpha$

$\cot(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \tan\alpha$

2.5.6 第六组诱导公式

$$\sin(\tfrac{\pi}{2}+\alpha)=\cos\alpha$$
$$\cos(\tfrac{\pi}{2}+\alpha)=-\sin\alpha$$
$$\tan(\tfrac{\pi}{2}+\alpha)=-\cot\alpha$$
$$\cot(\tfrac{\pi}{2}+\alpha)=-\tan\alpha$$

2.5.7 杂项

$$a\sin\alpha+b\cos\alpha=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\alpha+\beta)$$

2.6 倍角公式

2.6.1 半倍角公式

$$\sin\tfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\tfrac{1-\cos\alpha}{2}}$$
$$\cos\tfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\tfrac{1+\cos\alpha}{2}}$$

2.7 三角恒等式

$$\csc^2 x-cot^2x=1$$
$$\sec^2 x-tan^2x=1$$
$$\sin^2 x+\cos^2 x=1$$
$$\tan x=\tfrac{\sin x}{\cos x}$$

3 极限

3.1 定理

1. 函数在一点极限存在的条件是左右极限存在且相等

3.2 重要极限

$$\lim_{x\to 0}\tfrac{\sin x}{x}=1\to\lim_{x\to 0}\sin x\to x$$
$$\lim_{x\to\infty}(1+\tfrac{1}{x})^x=e$$