Ejercicios Teoría de los Conjuntos

<u>Ejercicio I:</u> Completar las siguientes oraciones:

1. Dos conjuntos A y B son ………………………… si y sólo si $A \cap B = \emptyset$.

2. Si A es un conjunto definido por una proposición lógica P: $A = \{x/\ P(x)\}$, entonces se dice que A es definido por ……………………………………….

3. A es un …………………………….. de B si y sólo si $A \subset B$.

4. $\{x\ /\ x \in A \wedge x \in B\}$ es la …………………………….de A y B y se escribe ……………...

5. Sea U el conjunto universal, la definición por comprensión del complemento de A se puede escribir de la manera siguiente: A^c = ...…………………………………………………………………………….…………

6. Una relación R es un orden total si R es ……………………………………………………………………

7. Sea R una relación de equivalencia sobre U, la clase de equivalencia de x se escribe por comprensión de la manera siguiente: $\{ y \in U/\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \}$.

8. Si existe una biyección $f : \mathbb{N} \to A$, entonces se dice que A es …………………………………

9. Card $\mathcal{P}(A)$ = …………………

10. Sea $f: A \to B$ una función que verifica: $(\forall b \in B, \exists a \in A, f(a) = b)$, entonces f es …………………………

<u>Ejercicio II:</u> Rodear **V** si la afirmación es verdadera, y **F** si la afirmación es falsa.

V F 1/ Si Card (A) = 4 y Card (B) = 5 entonces Card (AxB) = 9

V F 2/ $A \Delta B = \{x \in U \ /\ x \in A \vee x \in B\}$

V F 3/ Si $A = \{x\ /\ P(x)\}$ y $B = \{x\ /\ Q(x)\}$, entonces $A - B = \{x \in U/\ P(x) \wedge \neg Q(x)\}$

V F 4/ Una relación de equivalencia es siempre conexa.

V F 5/ $\{x \in \mathbb{R}\ /\ x \geq -4\} = [-4, +\infty[$

V F 6/ Si f es una función biyectiva entonces f es inyectiva**.**

V F 7/ Si $A \subset B$ y $B \subset A$ entonces $A = B$.

V F 8/ Sea A un conjunto, entonces $\emptyset \in A$.

V F 9/ $(1, 5, -6) \in \mathbb{Z}^4$

<u>Ejercicio III:</u> Sean U, A y B los conjuntos definidos de la manera siguiente:

$U = \{ n \in \mathbb{N}/\ 0 < n \leq 9 \}$, $A = \{ n \in U/\ \ n\ par \}$, $B = \{ n \in U/\ \ n \geq 5 \}$

1/ Escribir por extensión los conjuntos U, A y B:

U = ……………………………………………………………………..……………………………………

A = …………………………………………………………………………….……………..…………………

B = ……………………………………………………………………………………………..……………………

2/ Completar con el símbolo adecuado ($\in, \notin, \subset, \not\subset, etc.$), las proposiciones siguientes:

6 …. A	0 … U	A … B	B … U
4 …. B	Ø … A	{ 3 } … B	A ∩ B … U

3/ Escribir por comprensión los conjuntos siguientes:

$A \cup B = \{ n \in U/\ \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \}$

$A - B = \{ n \in U/\ \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \}$

$B^c = \{ n \in U/\ \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \}$

4/ Dibujar el diagrama de Venn representando A, B y U.

5/ Escribir por extensión los conjuntos siguientes:

A ∪ B = ………

B - A = ………

$A^c \cap$ (B-{ 8 }) = ……………………………………………………………………………………………………

$A^c \Delta$ B = ………

6/ Escribir el conjunto potencia de C = { 1, 5, 7,9}:

$\mathscr{P}$(C) = ……

………

<u>Ejercicio IV:</u> Sean W = { 0, 1, 2 } y U = W², y sean A y B los subconjuntos de U definidos por comprensión de la manera siguiente:

A = $\{ (x, y) \in U /\ x = 0 \}$, B = $\{ (x, y) \in U /\ x + y = 2\}$

Escribir por extensión los conjuntos U, A y B:

U = ………

A = ………

B = ………

<u>Ejercicio V:</u> Sean U = $\{ a, b, c , d , e \}$, A = $\{ a, b, c \}$ y $B = \{ d , e \}$ y sea R la relación definida por:

R = $\{ (a, a), (b, b), (c, c), (d, e), (e, d), (a, b), (b, c), (a, c)\}$.

1/ Dibujar el gráfico de R.

2/ Tachar las palabras que son falsas:

Sobre U, R es: reflexiva, antireflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva, conexa.

Sobre A, R es: reflexiva, antireflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva, conexa.

Sobre B, R es: reflexiva, antireflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva, conexa.

3/ Completar lo siguiente para que T sea una relación de equivalencia sobre U:

T = R ∪ {………………………………………………………………..}

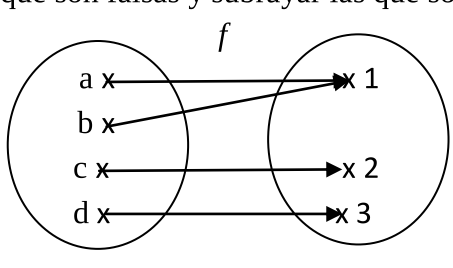
4/ ¿Cuál es la clase de equivalencia de *a* con esta relación T?

………………………………………………………………………………………………………

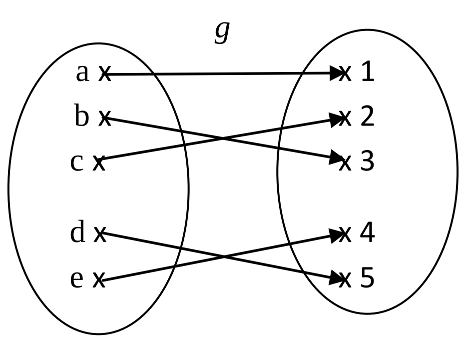
5/ ¿Cuál es el cardinalidad de la clase de equivalencia de *e* con esta relación T?

………………………………………………………………………………………………………

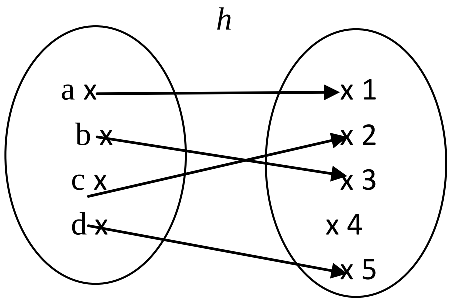
<u>Ejercicio VI:</u> Sean f y g dos funciones definidas gráficamente de las maneras siguientes. Tachar a la derecha las palabras que son falsas y subrayar las que son verdaderas.



f es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva



g es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva



h es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva

<u>Ejercicio VII:</u> Sea U = ℝ, y sean A y B dos subconjuntos de ℝ definidos por comprensión de la manera siguiente: A = $\{\, x \in U / \, x > 1 \,\}$ y B = $\{\, x \in U / -6 < x \leq 4\}$

1/ Escribir A y B por extensión:

A = ………………………………………… B = …………………………………………

2/ Hallar A ∩ B y A ∪ B por comprensión:

A ∩ B = …………………………………………… = ……………………………………………………………

A ∪ B = …………………………………………… = ……………………………………………………………

3/ Hallar A - B y A ∪ B por extensión:

A - B = …………………………………………… A ∪ B = ……………………………………………

4/ Hallar A' por comprensión y por extensión:

A' = …………………………………………………… A' = ……………………………………………………

<u>Ejercicio VIII:</u> Sean f y g las dos funciones definidas de la manera siguiente:

f: ℝ → ℝ y g : ℝ → ℝ$^{+}$

$x \to f(x) = 2x + 3$ $x \to g(x) = x^2$

1/ ¿Se pueden definir $f \circ g$ y $g \circ f$? Justificar su respuesta

……

……

2/ Si se puede, hallar $(f \circ g)(x)$ y/o $(g \circ f)(x)$.

……

……

2/ Demostrar que f es biyectiva y hallar su función inversa f^{-1}**.**

……

……

……

……

……

3/ ¿Es g inyectiva? sobreyectiva? biyectiva? Justificar sus respuestas.

……

……

……

……

……

<u>Ejercicio IX:</u> Demostrar que el subconjunto de ℕ constituido de todos los múltiplos de 5 es numerable.

……

……