

Ejercicios de Lógica Matemática

Ejercicio I: Dadas las proposiciones:

p : Jorge ingresa a la Universidad

q : Jorge estudia Ingeniería

r : Jorge estudia Medicina

s : Jorge estudia Arquitectura

$r(d)$: Jorge estudia medicina durante el día d

a) Simbolizar mediante los conectivos lógicos, las siguientes proposiciones:

1. Jorge ingresa a la Universidad si y sólo si él estudia Ingeniería o Medicina
2. Jorge no estudia Medicina ni Arquitectura, pero ingresa a la Universidad
3. No es cierto que Jorge estudia Medicina pero no Ingeniería si ingresa a la Universidad.
4. Cualquier día, Jorge estudia Medicina durante el día.
5. Existe un día durante el cual Jorge no estudia Medicina.

b) Traducir a lenguaje común las siguientes proposiciones:

1. $p \Rightarrow (q \wedge \neg r)$
2. $\neg s \Rightarrow (\neg p)$

Ejercicio II: Determinar si las siguientes proposiciones son tautologías, contradicciones o contingencias:

1. $p \Rightarrow (\neg p \vee q)$
2. $(p \wedge \neg q) \Leftrightarrow [\neg(p \vee q) \Rightarrow \neg p]$
3. $[(p \Rightarrow \neg q) \wedge \neg(q \vee r)] \Leftrightarrow \neg r$

Ejercicio III: Considerando que p es V, q es F y r es V, determine el valor de verdad de las proposiciones:

1. $p \Rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
2. $(p \wedge q) \Leftrightarrow [\neg(p \vee \neg q) \Rightarrow p]$
3. $[(\neg p \Rightarrow \neg q) \wedge \neg(q \vee r)] \Leftrightarrow r$
4. $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg r] \Leftrightarrow [(p \vee \neg q) \wedge \neg r]$

Ejercicio IV: Sabiendo que la proposición siguiente es verdadera (V), determinar el valor de verdad de p , q y r :

$$\neg [(\neg p \vee q) \vee (r \Rightarrow q)] \wedge [(\neg p \vee q) \Rightarrow (q \wedge \neg p)]$$

Ejercicio V: Decir si los enunciados son proposiciones, predicados o ninguno de los dos. Además dar el valor de verdad de las proposiciones, y la variable de los predicados.

- | | |
|---|---|
| 1/ Hay sol. | 6/ Es un animal que vuela. |
| 2/ ¿Te gustan las matemáticas? | 7/ $\forall x, x^2 \geq 2$ |
| 3/ Todos los hombres son mamíferos. | 8/ $\forall x, x^2 - 2y = 10$ |
| 4/ $\exists x, \forall y, xy - 2x + 3y$ | 9/ $\exists ABCD$, ABCD es un rectángulo |
| 5/ Lucy y Carlos | 10/ Existe un país libre de opresión. |

Ejercicio VI: Simplificar la proposición. $(\neg(\neg(P) \vee Q) \Leftrightarrow ((R \Rightarrow (\neg S)) \wedge P))$

Ejercicio VII: Dar el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

1. $(5+2 = 10) \wedge ((3^2 = 6) \vee (2-1 = 1))$
2. Si las aves son animales y si la cotorra es un ave, entonces la cotorra es un animal.
3. Todos los hombres vuelan \Rightarrow todos los animales comen.
4. $(5^2 = 15) \vee (\text{La República Dominicana es un país del Caribe}) \Leftrightarrow 8 - 6 = 2$
5. $\forall x \in \mathbb{R}, (x < 2) \wedge (x > -2) \Rightarrow x^2 < 4$
6. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$
7. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, xy = y$
8. $\forall P, \forall Q, P \Rightarrow Q \simeq \neg P \vee Q$
9. $\forall x \in \mathbb{R}, x > 0 \vee x < 0$
10. $\exists ABC, ABC$ es un triángulo equilátero.

Ejercicio VIII: Demostrar que $\neg(P \vee Q) \vee (P \wedge Q) \simeq P \Leftrightarrow Q$

Ejercicio IX: Sean P, Q y R tres proposiciones, si se sabe que R es falso, qué podemos decir de la proposición: $\neg(P \wedge R) \Rightarrow \neg R \vee Q$

Ejercicio X: Escribir la fórmula proposicional correspondiente a las siguientes frases. Escribir literalmente las proposiciones (o predicados) atómicas, y matemáticamente la fórmula proposicional molecular (o el predicado molecular).

1. *Si Pedro va al trabajo temprano, entonces su sueldo crece, luego su esposa está feliz y la familia entera puede ir de vacaciones a la playa.*
2. *x es un número par solo si $x+1$ y $x-1$ son números impares.*
3. *Julia está cansada porque estudia y trabaja*
4. *María y Luis viven juntos y comparten los gastos comunes si ellos se casaron.*
5. *Todos los reales tienen un inverso.*

Ejercicio XI: Escribir la negación de las siguientes proposiciones.

1. $(8+4 \neq 3) \vee (4 = 2^2)$
2. No es verdad que Mario se casa con Julia, pero él se casa con Patricia
3. $3 + 5 = 8 \wedge 5 = \sqrt{25} \Rightarrow 3 + \sqrt{25} = 8$
4. Si hay sol hoy, no habrá sol mañana.
5. Todos los números pares son divisibles entre 2
6. Existen hombres de mucho valor y de sabiduría
7. $\neg(P \vee \neg R) \Rightarrow \neg Q \wedge R$
8. $\neg(P \wedge R) \vee Q$

Ejercicio XII: Escribir la recíproca y la contrapuesta de las siguientes proposiciones:

1. Si ABC es un triángulo con tres lados del mismo tamaño entonces ABC es equilátero.
2. Si Arnold quiere ser doctor, entonces debe estudiar medicina y no divertirse mucho.
3. Si yo no como saludable o si yo fumo o tomo, entonces yo puedo enfermarme más fácilmente.