Parte 4: Inferencias y Silogismos

A partir de unas premisas verdaderas, se puede llegar a una(s) conclusión(es) verdadera(s) usando un razonamiento deductivo, es decir haciendo inferencias que respectan la lógica matemática.

I Inferencias básicas

Las **inferencias** siguientes son las más sencillas y se entienden usando el sentido de los conectores. Se pueden demostrar a partir de las tablas de verdad de las proposiciones: en azul son las premisas, en verde es la conclusión y en amarillo la fila por la cual todas las premisas son verdaderas, lo que permite inferir de manera deductiva que la conclusión es verdadera. La barra de inferencia se puede leer: ***Si*** *(premisas)* ***entonces*** *(conclusión).*

1/ $$\frac{\neg\neg P}{P}$$

P	¬P	¬¬P
V	F	V
F	V	F

Ejemplos: *1/* ***Si*** *no es verdadero que Luis no tiene hijos* ***entonces*** *Luis tiene hijos.*

2/ ***Si*** $\neg\,(x \neq 4)$ ***entonces*** $x = 4$

2/ $$\frac{\begin{matrix}P\\ Q\end{matrix}}{P \wedge Q}$$

P	Q	P ∧ Q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Ejemplos: *1/* ***Si*** *María baila* ***y si*** *María canta* ***entonces*** *María baila y canta.*

2/ ***Si*** *x es par* ***y*** *x es primo* ***entonces*** *x = 2 (porque 2 es el único número par y primo)*

3/ $$\frac{P \wedge Q}{P}$$ *(y también Q)*

P	Q	P ∧ Q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Ejemplos: *1/ **Si** la cotorra vuela y pone huevos **entonces** la cotorra vuela.*

*2/ **Si** 3+2 = 5 **y** 1+1 = 2 **entonces** 3+2 = 5*

4/

$$\begin{array}{c} P \veebar Q \\ P \\ \hline \neg Q \end{array}$$

P	Q	P ⊻ Q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Ejemplos: *1/ **Si** Pedro viene hoy o mañana pero no ambos **y si** Pedro viene hoy **entonces** Pedro no vendrá mañana.*

*2/ **Si** x es par o x es impar **y si** x es par **entonces** x no es impar.*

5/

$$\begin{array}{c} P \vee Q \\ \neg P \\ \hline Q \end{array}$$

P	Q	P V Q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Ejemplos: *1/ **Si** Pedro viene hoy o mañana **y si** Pedro no viene hoy **entonces** Pedro vendrá mañana.*

*2/ **Si** x es divisible entre 2 o entre 3 **y si** x no es divisible entre 2 **entonces** x es divisible entre 3.*

6/

$$\begin{array}{c} P \vee Q \\ P \Rightarrow R \\ Q \Rightarrow R \\ \hline R \end{array}$$

P	Q	R	P V Q	P ⇒ R	Q ⇒ R
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F
F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	V	V

Ejemplo: *x es par* ∨ *x es impar*

$$\begin{array}{c} x \text{ es par} \Rightarrow x \in \mathbb{Z} \\ x \text{ es impar} \Rightarrow x \in \mathbb{Z} \\ \hline x \in \mathbb{Z} \end{array}$$

7/ $P \vee Q$ Para demostrar esta inferencia

$P \Rightarrow R$ hay que construir la tabla de verdad

$Q \Rightarrow S$ que tiene 16 filas (porque hay 4 proposiciones).

$$\frac{\begin{array}{c} P \vee Q \\ P \Rightarrow R \\ Q \Rightarrow S \end{array}}{R \vee S}$$

Ejemplo: *La abuela o la tía de Marco cuidan a Marco esta tarde. Si la abuela de Marco lo cuida entonces ella le comprará un regalito. Si la tía de Marco lo cuida entonces ella le comprará un helado. Luego Marco va a recibir un regalito o un helado.*

II Silogismos proposicionales

1/ Definición:

Un **silogismo** es una forma de razonamiento deductivo que consta de 2 premisas y de una conclusión que se infiere a partir de las dos premisas usando las reglas de la lógica matemática. Así, si las dos premisas son verdaderas entonces la conclusión será verdadera.

Ejemplos: *1/ Todos los peces nadan*

El tiburón es un pez

El tiburón nada

2/

$$\frac{\begin{array}{c} x^2 = 9 \\ x < 0 \end{array}}{x = -3}$$

Los dos **silogismos proposicionales** siguientes son muy usados en las demostraciones y argumentaciones, por eso tienen un nombre especial. El primero usa la implicación y el segundo la contrapuesta.

2/ Modus Ponens o MP

$$\frac{\begin{array}{c} P \Rightarrow Q \\ P \end{array}}{Q}$$

P	Q	P ⇒ Q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Ejemplos*:*

1/ Si es lunes entonces yo trabajo

hoy es lunes

---

hoy yo trabajo.

2/ ABCD cuadrado ⇒ ABCD paralelogramo

ABCD es un cuadrado

ABCD es un paralelogramo.

3/ Modus Tollens o MT

$$\begin{array}{c} P \Rightarrow Q \\ \neg Q \\ \hline \neg P \end{array}$$

P	Q	P ⇒ Q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Ejemplos:

1/ es adolescente ⇒ no toma alcohol

Toma alcohol

No es adolescente.

2/ x divisible entre 4 ⇒ x divisible entre 2

x no es divisible entre 2

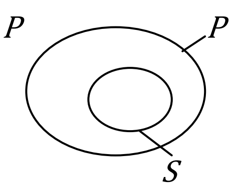
x no es divisible entre 4.

<u>III Silogismos Categóricos</u>

1/ Definiciones

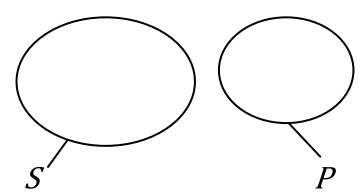
Una proposición es **categórica** cuando tiene una de las siguientes formas:

A: <u>Universal Afirmativa:</u> ***Todo S es P*** $S \subset P$



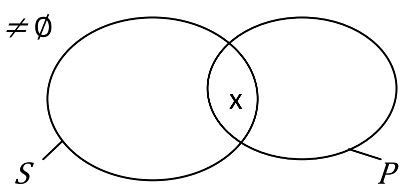
Ejemplo: *Todos los insectos son animales*

E: <u>Universal Negativa:</u> ***Ningún S es P*** o ***Todo S no es P*** $S \cap P = \emptyset$



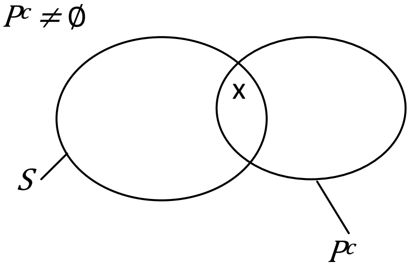
Ejemplo: *Ningún niño es mayor*

I: <u>Particular Afirmativa:</u> ***Algunos S son P*** $S \cap P \neq \emptyset$



Ejemplo: *Algunos mamíferos son ovíparos*

O: <u>Particular Negativa:</u> ***Algunos S no son P*** $S \cap P^c \neq \emptyset$



Ejemplo: *Algunas aves son animales que no vuelan*

2/ Cuadro lógico de Aristóteles o Cuadro de oposición de los juicios

Escribiendo las proposiciones categóricas con los cuantificadores, obtenemos:

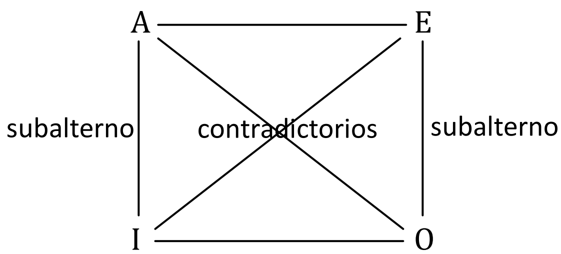
A: $\forall$ S, P(S) **I:** $\exists$ S, P(S)

E: $\forall$ S, $\neg$ P(S) **O:** $\exists$ S, $\neg$ P(S)

Así, con las propiedades de los cuantificadores podemos decir que **A ≃ ¬O** y **E ≃ ¬I.** Por eso se dice que A y O, y E y I son **contradictorios.**

Además, **A ⇒ I** y **E ⇒ O.** Por eso se dice que A y I, y E y O son **subalternos.** Por la contrapuesta esto es equivalente a decir que **¬I ⇒ ¬A** y **¬O ⇒ ¬E.**

Se puede resumir estas propiedades en el **cuadro de oposición de los juicios**:



De estas propiedades matemáticas, se puede deducir las inferencias básicas siguientes:

A	E	I	O
V	F	V	F
F	No se sabe	No se sabe	V
F	V	F	V
No se sabe	F	V	No se sabe
No se sabe	F	V	No se sabe
F	V	F	V
F	No se sabe	No se sabe	V
V	F	V	F

En cada fila, la premisa esta en azul y las conclusiones, cuando hay, están en verde.

Por ejemplo, en la primera fila, si **A** es verdadero entonces, **I** es verdadero, porque **A ⇒ I** y **O** es falso porque **A ≃ ¬O.** Luego **E** es falso porque **E ≃ ¬I.** En la segunda fila, si **A** es falso entonces, **O** es verdadero porque **A ≃ ¬O.** No se puede decidir el valor de verdad de las dos demás proposiciones que pueden ser verdaderas o falsas. Etc.

3/ Figuras silogísticas

Un **silogismo categórico** es un silogismo por el cual las premisas y la conclusión son proposiciones categóricas.

Ejemplos: *1/ Algunos gatos son negros*
Todos los gatos son animales
____
Algunos animales son negros

2/ Algunos mamíferos son animales que vuelan
Algunos animales son mamíferos
____
Algunos animales son animales que vuelan

3/ Ningún héroe es cobarde
Algunos soldados son cobardes
____
Algunos soldados no son héroes

En estos ejemplos podemos ver que hay tres términos que aparecen: dos en la conclusión, y uno común a las dos premisas. El sujeto de la conclusión, S, se llama **término menor**, el predicado de la conclusión, P, se llama **término mayor,** y el término común a las dos premisas, M, se llama **término medio.**

Los ejemplos arriba se pueden escribir de manera condensada de la manera siguiente:

Ejemplos: *1/ I :*	*M P*	*con*	*S : animales*
A:	*M S*		*P : negros*
I :	*S P*		*M : gatos*
2/ I:	*M P*	*con*	*S : animales*
I :	*S M*		*P : animales que vuelan*
I :	*S P*		*M : mamíferos*
3/ E :	*P M*	*con*	*S : soldados*
I :	*S M*		*P : héroe*
O:	*S P*		*M : cobarde*

El orden de los términos de las premisas permite definir cuatro **figuras silogísticas**:

$$\begin{array}{cccc} MP & MP & PM & PM \\ SM & MS & SM & MS \\ \hline SP & SP & SP & SP \end{array}$$

El ejemplo 1 es de la segunda forma, el ejemplo 2 de la primera forma y el ejemplo 3 de la tercera forma.