Ejercicios sobre la distribución T^2 de Hotelling

David Cabezas Berrido

1 Contraste sobre μ para Σ desconocida

Tenemos los datos de 20 individuos, la Altura (pulgadas) y el Peso (libras). Suponiendo que siguen una distribución $N_2(\mu, \Sigma)$ con Σ matriz definida no negativa, queremos contrastar las hipótesis:

$$H_0 : \quad \mu = \begin{pmatrix} 70 \\ 170 \end{pmatrix} = \mu_0; \qquad H_1 : \quad \mu \neq \begin{pmatrix} 70 \\ 170 \end{pmatrix} = \mu_0$$

En el caso de que la matriz Σ sea desconocida.

Obtenemos los siguientes estadísticos muestrales básicos:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 71.45 \\ 164.7 \end{pmatrix} \qquad S_n = \begin{pmatrix} 14.576 & 128.88 \\ 128.88 & 1441.2653 \end{pmatrix} \qquad r_{12} = 0.889$$

Introducimos estos datos en R:

```
mu0=matrix(c(70,170), nrow=2, ncol=1) # Valor de mu para la hipótesis nula
x=matrix(c(71.45, 164.7), nrow = 2, ncol = 1) # Vector de medias muestral
# Matriz de cuasi-covarianzas muestral
Sn=matrix(c(14.576,128.88,128.88,1441.2653),nrow=2,ncol=2)
p=2
N=20
n=N-1
r12=0.889 # Coeficiente de correlación muestral
```

Calculamos el valor del estadístico de contraste:

```
> # Estadístico de contraste para Sigma desconocida:
> t=20*t(x-mu0)%*%solve(Sn)%*%(x-mu0)
> t
         [,1]
[1,] 24.65119
```

$$t = N(\bar{x} - \mu_0)' S_n^{-1} (\bar{x} - \mu_0) = 24.65119$$

Valores de comparación teóricos bajo H_0 a distintos niveles de significación:

```
f01=qf(0.1, 2, 18, lower.tail = FALSE)*38/18 # alpha=0.1
f005=qf(0.05, 2, 18, lower.tail = FALSE)*38/18 # alpha=0.05
f001=qf(0.01, 2, 18, lower.tail = FALSE)*38/18 # alpha=0.01
```

```
> f01
[1] 5.539444
> f005
[1] 7.504065
> f001
[1] 12.69391
```

$$\frac{38}{18}F_{2,28;0.1} = 5.539444; \qquad \frac{38}{18}F_{2,28;0.05} = 7.504065; \qquad \frac{38}{18}F_{2,28;0.01} = 12.69391$$

Para los tres niveles de significación se tiene $24.65119 = t > \frac{38}{18}F_{2,28;\alpha}$, por lo que en los tres casos rechazaríamos la hipótesis nula.

2 Regiones de confianza en torno a μ_0 para distintos valores del nivel de confianza

2.1 Caso de Σ conocida

2.2 Caso de Σ desconocida