

Ejercicios propuestos: Temas 1 y 2 (Parte II)

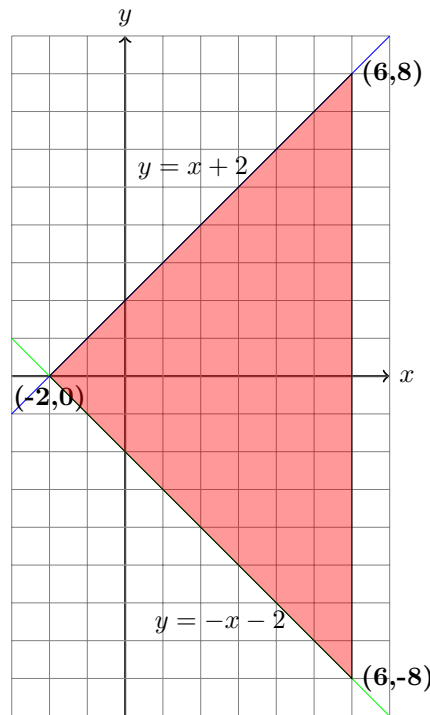
David Cabezas Berrido

Ejercicio 2

Sea (X, Y) un vector continuo con la función de densidad conjunta que se muestra a continuación

$$f(x, y) = \frac{1}{64}, \quad -2 < x < 6, \quad -2 - x < y < x + 2$$

Obtener la función de densidad de y condicionada a un valor x_0 , así como la función de densidad de x condicionada a un valor y_0 . A través de estas funciones de densidad condicionadas, calcular $P(Y > 1.34|X = 1.97)$ y $P(X < 1.97|Y = 1.34)$.



Marginales:

$$f_1(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy = \int_{-x-2}^{x+2} \frac{1}{64} dy = \frac{1}{64}(x+2 - (-x-2)) = \frac{1}{64}(2x+4) \quad x \in]-2, 6[$$
$$f_2(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx = \begin{cases} \int_{-y-2}^6 \frac{1}{64} dx = \frac{1}{64}(6 - (-y-2)) = \frac{1}{64}(y+8) & y \in]-8, 0[\\ \int_{y-2}^6 \frac{1}{64} dx = \frac{1}{64}(6 - (y-2)) = \frac{1}{64}(-y+8) & y \in]0, 8[\end{cases}$$

Condicionadas:

$$x_0 \in]-2, 6[$$

$$f(y/x = x_0) = \frac{f(x_0, y)}{f_1(x_0)} = \frac{\frac{1}{64}}{\frac{1}{64}(2x_0 + 4)} = \frac{1}{2x_0 + 4} \quad y \in]-2 - x_0, x_0 + 2[$$

$$y_0 \in]-8, 8[$$

$$f(x/y = y_0) = \frac{f(x, y_0)}{f_2(y_0)} = \begin{cases} \frac{\frac{1}{64}}{\frac{1}{64}(y_0 + 8)} = \frac{1}{y_0 + 8} & y_0 \in]-8, 0[, \quad x \in]-y_0 - 2, 6[\\ \frac{\frac{1}{64}}{\frac{1}{64}(-y_0 + 8)} = \frac{1}{-y_0 + 8} & y_0 \in]0, 8[, \quad x \in]y_0 - 2, 6[\end{cases}$$