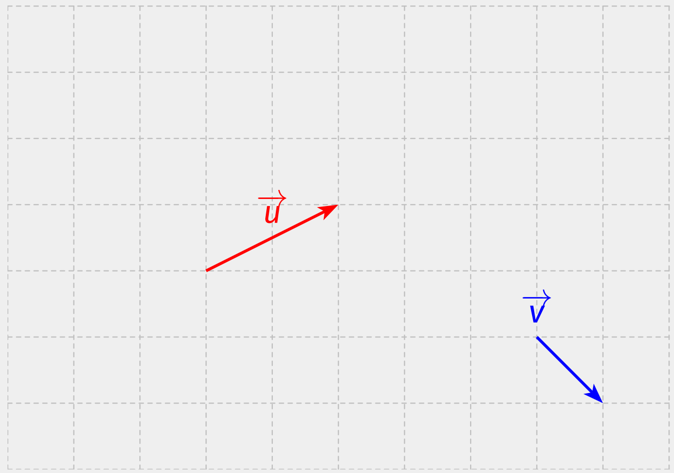
1. Produit d'un vecteur par un nombre (réel)

Définition. – Soient $\overrightarrow{u}$ un vecteur et k un nombre (réel).

- Si $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$ ou $k = 0$, alors le vecteur $k\overrightarrow{u}$ est le vecteur nul.
- Sinon, le vecteur $k\overrightarrow{u}$ est le vecteur ayant :
  - la même *direction* que $\overrightarrow{u}$;
  - le même sens que $\overrightarrow{u}$ si $k > 0$ (le sens contraire si $k < 0$);
  - une longueur égale à $|k|$ fois la longueur de $\overrightarrow{u}$.

Exemple. – Sur la figure ci-contre, deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont représentés. Représenter les vecteurs $2\overrightarrow{u}$ et $-3\overrightarrow{v}$.



Définition. – On dit que deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires lorsqu'on peut écrire l'un des deux comme produit de l'autre par un nombre réel.

Remarques. –

1. Quel que soit le vecteur $\overrightarrow{u}$, $0 \times \overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$. Le vecteur *nul* est donc colinéaire à tout vecteur $\overrightarrow{u}$.
2. Deux vecteurs non nuls colinéaires ont la même *direction*.

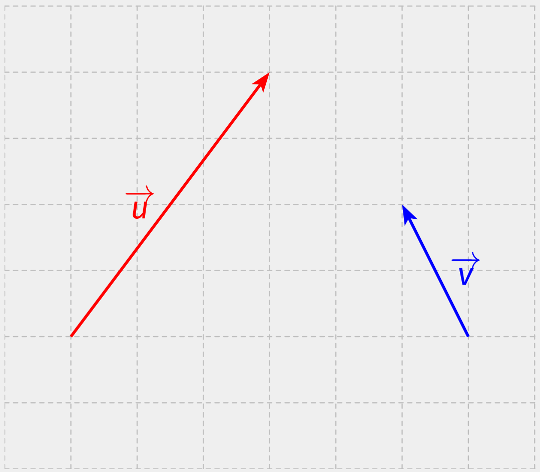
Exemples. – Dans l'exemple précédent, les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et .... sont colinéaires, ainsi que les vecteurs $\overrightarrow{v}$ et ....

2. Déterminant de deux vecteurs

Définition. – Dans une base, on considère les vecteurs $\overrightarrow{u}(x; y)$ et $\overrightarrow{v}(x'; y')$. Le déterminant de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ est le .... noté *det*$(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$ qu'on calcule à l'aide de la formule ci-dessous :

....

Exemple. – On considère les vecteurs $\overrightarrow{u}(3; 4)$ et $\overrightarrow{v}(-1; 2)$ représentés sur la figure suivante. Représenter le vecteur $\overrightarrow{w}(2; -4)$ puis calculer det$(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$ et det$(\overrightarrow{v}; \overrightarrow{w})$.



3. Vecteurs colinéaires

Proposition. – Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls. Les assertions suivantes sont équivalentes :

1. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires
2. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même direction
3. on peut écrire l'un des vecteurs comme produit de l'autre par un nombre (réel)
4. $det(\vec{u}\,;\vec{v}) = 0$

Exemples. – Utiliser l'équivalence entre l'assertion 1. ($\vec{u}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires) et l'assertion 2. ($det(\vec{u}\,;\vec{v}) = 0$) pour répondre aux questions suivantes :

1. *Dans une base, les vecteurs $\vec{u}(3;-1)$ et $\vec{v}(-2;5)$ sont-ils colinéaires ?*

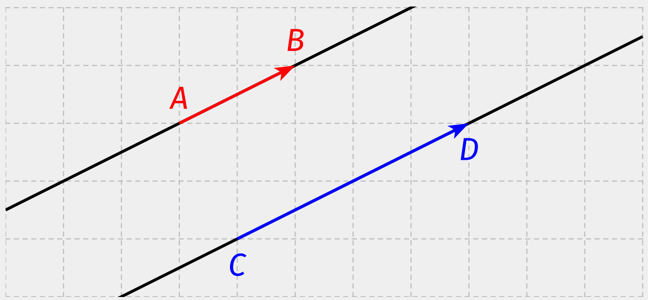
   ....
   ....
   ....
   ....

2. *Le plan est muni d'un repère orthonormé. On considère les points $A(1;2)$, $B(3;4)$, $C(-3;4)$ et $D(-2;5)$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont-ils colinéaires ?*

   ....
   ....
   ....
   ....

4. Vecteurs colinéaires et droites parallèles

Proposition. – Si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, alors les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



Exemple. – Dans un repère, on considère les points $A(1;3)$, $B(5;4)$, $C(-9;5)$, $D(-1;7)$ et $E(-12;4)$.

1. *Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.*

   ....

   ....

   ....

   ....

2. *Étudier la position relative des droites (AB) et (ED), c'est-à-dire répondre à la question « les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? ».*

   ....

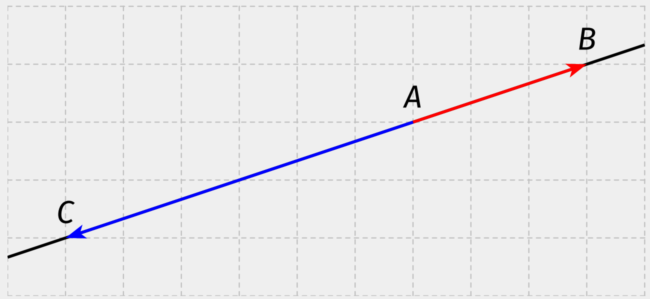
   ....

   ....

   ....

5. Vecteurs colinéaires et points alignés

Proposition. – Si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, alors les points A, B et C sont alignés.



Exemple. – Dans un repère, on considère les points $A(1;4)$, $B(11;6)$, $C(-4;3)$ et $D(5;5)$.

1. *Prouver que les points A, B et C sont alignés.*

   ....

   ....

   ....

   ....

2. *Les points A, B et D sont-ils alignés ?*

   ....

   ....

   ....

   ....