

CARACTÉRISER UN ENSEMBLE À L'AIDE D'UNE VALEUR ABSOLUE

Définition. – Soit x un nombre réel. On appelle **valeur absolue** de x le nombre noté $|x|$ défini par :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Exemples. – Donner la valeur absolue des nombres 5, -2 , $\pi - 5$ et $\frac{1}{7} - 0,1$.

.....
.....
.....

1

6

Définition. – On appelle **distance** entre deux réels a et b le nombre $|b - a|$ (qui est aussi égal à $|a - b|$). Sur une droite graduée, si A est le point d'abscisse a et B le point d'abscisse b , la distance entre a et b est égale à la distance AB .

Exemples. – Déterminer la distance entre 3 et -1 , puis la distance entre -15 et 12.

3

6

Proposition. – On retiendra les propriétés suivantes :

- La valeur absolue d'un nombre est **positive ou nulle**.
- Un nombre et son opposé ont **la même valeur absolue**.

2

6

Remarque. – La valeur absolue $|x|$ d'un réel x est donc la distance entre x et 0.

Exemples. – Après avoir traduit chacune des égalités et inégalités suivantes à l'aide d'une distance, représenter l'ensemble des réels x tels que :

1. $|x - 4| = 2$

2. $|x - 2| = 3$

3. $|x + 3| = 1$

4. $|x + 1| = 2$

5. $|x - 3| \leq 2$

6. $|x + 7| < 1$

7. $|x - 5| \geq 3$

8. $|x + 6| > 1$

4

6

Proposition. – On remarquera que l'intervalle $[a - r; a + r]$ est l'ensemble des réels x tels que $|x - a| \leq r$.

Exemples. – Compléter chacune des phrases suivantes :

1. L'intervalle $[2; 8]$ est l'ensemble des réels x tels que
.....
.....
2. L'intervalle $[2, 25; 6, 35]$ est l'ensemble des réels x tels que
.....
.....
3. Traduire à l'aide d'une valeur absolue la condition
 $y \in [7, 4; 7, 6]$.
.....
.....

Proposition. – On remarquera que l'intervalle $]a - r; a + r[$ est l'ensemble des réels x tels que $|x - a| < r$.

Exemples. – Compléter chacune des phrases suivantes :

1. L'intervalle $]20; 30[$ est l'ensemble des réels x tels que
.....
.....
2. L'intervalle $]2, 15; 10, 55[$ est l'ensemble des réels x tels que
.....
.....
3. Traduire à l'aide d'une valeur absolue la condition $y \in]18; 25[$.
.....
.....