1. Moyenne d'une série statistique

Définition. – La moyenne pondérée de la série statistique

Valeur	x_1	x_2	...	x_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_p

est le réel $\bar{x}$ tel que :

$$\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \ldots + n_p \times x_p}{N},$$

où N est l'effectif total.

Exemple. – Le tableau ci-dessous donne la répartition des magasins d'une enseigne de prêt-à-porter en fonction de leur nombre d'employés.

Nombre d'employés	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	2	10	48	90	54	14	4

1. *Interpréter la valeur 90 présente dans le tableau.*

   ....

   ....

2. *Déterminer la moyenne de cette série statistique (on donnera la valeur exacte puis une valeur arrondie à 0,01 près).*

   ....

   ....

Propriété. – On peut calculer la moyenne $\bar{x}$ à partir de la distribution des fréquences :

Valeur	x_1	x_2	...	x_p
Effectif	f_1	f_2	...	f_p

$$\bar{x} = n_1 \times f_1 + n_2 \times f_2 + \ldots + n_p \times f_p.$$

Exemple. – On a soumis une liste de 10 questions à un groupe de candidats à un jeu télévisé. Voici les résultats :

Réponses justes	4	5	6	7	8	9	10
Fréquence	0,05	0	0,175	0,35	0,275	0,125	0,025

1. *Interpréter la valeur 0,175 présente dans le tableau précédent.*

   ....

   ....

2. *Déterminer le nombre moyen de bonnes réponses données.*

   ....

   ....

Remarque. – La moyenne permet de résumer une série statistique à l'aide d'un seul nombre mais elle ne donne aucune information sur la répartition des valeurs.

Proposition (linéarité de la moyenne). –

- Si on multiplie toutes les valeurs d'une série statistique par un nombre a, alors la moyenne de cette série est multipliée par a.
- Si on ajoute un même nombre b à toutes les valeurs d'une série statistique, alors la moyenne de cette série augmente de b.

Exemple. – Dans la classe de Seconde 3, la moyenne au dernier devoir commun de mathématiques est catastrophique : 6,25/20 ! Dans la classe de Seconde 1, les élèves sont bien meilleurs et la moyenne de cette classe est 12,25/20.
Le professeur de la Seconde 3 décide alors de multiplier toutes les notes par 2, tandis que le professeur de la Seconde 1 décide d'ajouter 1 point à chaque élève. Après modification des notes, quelle classe aura la meilleure moyenne ?

....
....
....
....

2. Variance et écart-type

Définition. – Avec les notations du paragraphe 1., la variance V de la série statistique est calculée grâce à :

$$V = \frac{n_1 \times x_1^2 + n_2 \times x_2^2 + \ldots + n_p \times x_p^2}{N} - \bar{x}^2.$$

L'écart-type de la série statistique est le nombre σ défini par :

$$\sigma = \sqrt{V}.$$

Exemple. – On a relevé l'âge des participants à une compétition inter académique de judo. On a obtenu les résultats ci-dessous :

Âge	15	16	17	18
Nombre de judokas	24	29	35	22

Déterminer l'écart-type de cette série à 0,01 près.

....
....
....
....
....
....
....
....