Calculer avec des racines carrées

Définition. – Soit a un nombre réel positif ou nul. La racine carrée de a, notée $\sqrt{a}$, est l'unique nombre réel positif ou nul dont le carré vaut a.

Exemples. – On a ainsi :

$$\sqrt{16} = 4\,,\ \sqrt{0} = 0 \ \text{ et } \sqrt{1} = 1\,.$$

Proposition. – Quels que soient les réels a et b positifs :

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$$

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Exemples. – Compléter les lignes suivantes :

- $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
- $\sqrt{7} \times \sqrt{5} = \sqrt{7 \times 5} = \sqrt{35}$
- $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$

Proposition. – Quel que soit le réel a positif ou nul :

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

On a donc, pour tout réel a positif ou nul :

$$\sqrt{a^2} = |a|.$$

Proposition. – Quels que soient les réels a et b strictement positifs :

$$\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}.$$