

---

## Лекция 8

# Комбинаторика II. Биномиальные коэффициенты

---

Лекция была прочитана близко к изложению во второй главе [1].

### План:

1. Количество путей по узлам клеток (вправо и вверх) из  $(0,0)$  в  $(i,j)$  есть  $\binom{i+j}{i}$ .
2. Треугольник Паскаля и его свойства
  - симметрия
  - возрастание биномиальных коэффициентов к середине
  - оценка  $\binom{2n}{n} > \frac{2^{2n}}{2n+1}$ .
3. Бином Ньютона и биномиальные коэффициенты
  - рекуррентное соотношение
  - сумма биномиальных коэффициентов и её комбинаторный смысл
  - знакопеременная сумма биномиальных коэффициентов
4. Комбинаторные доказательства
  - рекуррентное соотношение на биномиальные коэффициенты в треугольнике Паскаля;
  - задача о командире и солдатах:  $n \times 2^{n-1} = \sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$ ;
  - $\sum_{k=1}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$ ;
5. Метод точек и перегородок

- Число решений уравнения  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$  в неотрицательных целых числах есть  $\binom{n+k-1}{k-1}$  (Формула Муавра).

6. Числа Фибоначчи

7\*. Числа Каталана (доказательство явной формулы)

---