Задание на восьмую неделю. Комбинаторика-2

Ex. 1. Робот ходит по координатной плоскости. На каждом шаге он может увеличить одну координату на 1 или обе координаты на 2. Сколько есть способов переместить Робота из точки (0,0) в точку (4,5)?

- **Ex. 2.** В магазине продается 10 видов пирожных. Сколькими способами можно купить 100 пирожных (порядок покупки не важен)?
- **Ex. 3.** Сколько различных слов (не обязательно осмысленных) можно получить, переставляя буквы в словах
 - а) «ЛИНИЯ»; b) «ОБОРОНОСПОСОБНОСТЬ».
- **Ex. 4. а)** Как связаны между собой C_n^k и C_n^{k+1} ? **6)** Какое из слагаемых в разложении $(1+2)^n$ по формуле Бинома Ньютона будет наибольшим?
- Ех. 5. Дайте комбинаторное доказательство тождеств:

$$\mathbf{a)} \begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ k \end{pmatrix} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k}; \mathbf{b)} \begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix} = \binom{n-2}{m} + 2\binom{n-2}{m-1} + \binom{n-2}{m-2}.$$

Ех. 6. Приведите комбинаторное доказательство равенства

$$\sum_{0 \leqslant k \leqslant (n+1)/2} {n-k+1 \choose k} = F_{n+2}.$$

Ex. 7. Сколько существует последовательностей из нулей и единиц длины 16, в которых никакие три единицы не стоят рядом?

Бонусная задача. Решите в целых числах уравнения:

a)
$$x^2 - xy - y^2 = 1$$
;
b) $x^2 - xy - y^2 = -1$.

Задание на восьмую неделю. Комбинаторика-2

Ex. 1. Робот ходит по координатной плоскости. На каждом шаге он может увеличить одну координату на 1 или обе координаты на 2. Сколько есть способов переместить Робота из точки (0,0) в точку (4,5)?

- **Ex. 2.** В магазине продается 10 видов пирожных. Сколькими способами можно купить 100 пирожных (порядок покупки не важен)?
- **Ex. 3.** Сколько различных слов (не обязательно осмысленных) можно получить, переставляя буквы в словах
 - а) «ЛИНИЯ»; b) «ОБОРОНОСПОСОБНОСТЬ».
- **Ex. 4. а)** Как связаны между собой C_n^k и C_n^{k+1} ? **6)** Какое из слагаемых в разложении $(1+2)^n$ по формуле Бинома Ньютона будет наибольшим?
- Ех. 5. Дайте комбинаторное доказательство тождеств:

$$\mathbf{a)} \begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ k \end{pmatrix} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k}; \mathbf{b)} \begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix} = \binom{n-2}{m} + 2\binom{n-2}{m-1} + \binom{n-2}{m-2}.$$

Ех. 6. Приведите комбинаторное доказательство равенства

$$\sum_{0 \leqslant k \leqslant (n+1)/2} {n-k+1 \choose k} = F_{n+2}.$$

Ex. 7. Сколько существует последовательностей из нулей и единиц длины 16, в которых никакие три единицы не стоят рядом?

Бонусная задача. Решите в целых числах уравнения:

a)
$$x^2 - xy - y^2 = 1$$
;
b) $x^2 - xy - y^2 = -1$.