

Задачи пятого семинара.

Еж. 1. В некоторой группе людей у каждого человека есть один враг и один друг. Докажите, что этих людей можно разбить на две компании так, что в каждой компании не будет ни друзей, ни врагов.

Еж. 2. В двух делегациях вместе 22 человека. При встрече члены одной делегации обменивались рукопожатиями с членами другой делегации. Всего было сделано 121 рукопожатие. Докажите, что в делегациях одинаковое число членов.

Еж. 3. Из шахматной доски 8×8 вырезали семь клеток. Докажите, что на оставшуюся доску можно поставить 8 ладей так, чтобы они не били друг друга.

Еж. 4. В стране 101 город. Города соединены дорогами с односторонним движением так, что два города соединены не более чем одной дорогой. Из любого города выходит ровно 40 дорог. Докажите, что из любого города в любой другой можно попасть, проехав не более трех дорог.

Еж. 5. В классе 30 человек. Каждому нравятся ровно k учеников из класса. При каком минимальном k можно утверждать, что обязательно найдутся два человека, которые нравятся друг другу?

Еж. 6. Докажите, что на ребрах любого связного графа можно так расставить стрелки, что найдется вершина, из которой можно было бы добраться по стрелкам в любую другую.

Задачи пятого семинара.

Еж. 1. В некоторой группе людей у каждого человека есть один враг и один друг. Докажите, что этих людей можно разбить на две компании так, что в каждой компании не будет ни друзей, ни врагов.

Еж. 2. В двух делегациях вместе 22 человека. При встрече члены одной делегации обменивались рукопожатиями с членами другой делегации. Всего было сделано 121 рукопожатие. Докажите, что в делегациях одинаковое число членов.

Еж. 3. Из шахматной доски 8×8 вырезали семь клеток. Докажите, что на оставшуюся доску можно поставить 8 ладей так, чтобы они не били друг друга.

Еж. 4. В стране 101 город. Города соединены дорогами с односторонним движением так, что два города соединены не более чем одной дорогой. Из любого города выходит ровно 40 дорог. Докажите, что из любого города в любой другой можно попасть, проехав не более трех дорог.

Еж. 5. В классе 30 человек. Каждому нравятся ровно k учеников из класса. При каком минимальном k можно утверждать, что обязательно найдутся два человека, которые нравятся друг другу?

Еж. 6. Докажите, что на ребрах любого связного графа можно так расставить стрелки, что найдется вершина, из которой можно было бы добраться по стрелкам в любую другую.