

## Задачи четвертого семинара.

**Ех. 1.** Найдите число ребер в полном графе  $K_n$ .

**Ех. 2.** Докажите, что граф содержит клику на  $n$  элементах тогда и только тогда, когда его дополнение содержит независимое множество на  $n$  элементах.

**Ех. 3.** Дерево имеет 2019 вершин. Верно ли, что в нем найдется путь длины 3?

**Ех. 4.** Существует ли дерево на 9 вершинах, в котором две вершины имеют степень 5?

**Ех. 5.** Докажите, что в любом связном графе найдется остовное дерево.

**Ех. 6.** Докажите, что любое дерево двураскрашиваемо? Сколько у дерева есть правильных раскрасок в два цвета?

**Ех. 7.** Докажите, что если в графе есть клика размером  $n$ , то его вершины нельзя правильно раскрасить в  $n - 1$  цвет.

**Ех. 8.** Имеется связный граф. Докажите, что в нем можно выбрать одну вершину так, что после ее удаления вместе со всеми выходящими ребрами, граф останется связным.

## Задачи четвертого семинара.

**Ех. 1.** Найдите число ребер в полном графе  $K_n$ .

**Ех. 2.** Докажите, что граф содержит клику на  $n$  элементах тогда и только тогда, когда его дополнение содержит независимое множество на  $n$  элементах.

**Ех. 3.** Дерево имеет 2019 вершин. Верно ли, что в нем найдется путь длины 3?

**Ех. 4.** Существует ли дерево на 9 вершинах, в котором две вершины имеют степень 5?

**Ех. 5.** Докажите, что в любом связном графе найдется остовное дерево.

**Ех. 6.** Докажите, что любое дерево двураскрашиваемо? Сколько у дерева есть правильных раскрасок в два цвета?

**Ех. 7.** Докажите, что если в графе есть клика размером  $n$ , то его вершины нельзя правильно раскрасить в  $n - 1$  цвет.

**Ех. 8.** Имеется связный граф. Докажите, что в нем можно выбрать одну вершину так, что после ее удаления вместе со всеми выходящими ребрами, граф останется связным.