Задачи второго семинара.

Ex. 1. Юниверсум — натуральные числа ($U = \mathbb{N}$). Опишите неформально на русском языке множества:

(а) $\{1, 3, 5, \ldots\}$;

(б) $\{n | | \exists k \in \mathbb{N}\colon n = 2k + 1\}$;

(в) $\{n | | (\exists m\colon n = 2m) \wedge (\exists k\colon n = 3k)\}$.

Ex. 2. Множество A задано формулой ($U = \mathbb{N}$):

$A = \{n | | \exists k \in \mathbb{N}\colon n = k^2\}$. Верно ли, что $A = \{1, 4, 9\}$?

Ex. 3. Докажите, что для любых множеств A, B, C выполняются равенства

(а) $A \backslash (A \backslash B) = A \cap B$;

(б) $B \cup (A \backslash B) = A \cup B$.

Ex. 4. Докажите равенство для любых A_i, B_i

$$(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) \backslash (B_1 \cup B_2 \cup \ldots \cup B_n) = \\ = (A_1 \backslash B_1) \cap (A_2 \backslash B_2) \cap \ldots \cap (A_n \backslash B_n).$$

Ex. 5. Пусть A, B, C, D — такие отрезки прямой, что $A \triangle B = C \triangle D$ (симметрические разности равны). Верно ли, что выполняется включение $A \cap B \subseteq C$?

Ex. 6. Известно, что истинны утверждения $A \vee (B \wedge \neg C)$ и $\neg A \wedge (B \vee C)$. Какие из утверждений A, B, C истинны, а какие ложны?

Ex. 7. Докажите, что если ab не делится на n, то a не делится на n и b не делится на n, $a, b, n \in \mathbb{N}$.

Ex. 8. Какое из утверждений сильнее:

$$\text{а) } \forall x \exists y\colon P(x, y) \quad \text{или} \quad \text{б) } \exists y \forall x\colon P(x, y)?$$

Ex. 9. Докажите, что 1 можно представить в виде суммы 2019 различных обыкновенных дробей с числителем 1 и положительными знаменателями.

Задачи второго семинара.

Ex. 1. Юниверсум — натуральные числа ($U = \mathbb{N}$). Опишите неформально на русском языке множества:

(а) $\{1, 3, 5, \ldots\}$;

(б) $\{n \| \exists k \in \mathbb{N} \colon n = 2k + 1\}$;

(в) $\{n \| (\exists m \colon n = 2m) \wedge (\exists k \colon n = 3k)\}$.

Ex. 2. Множество A задано формулой ($U = \mathbb{N}$):

$A = \{n \| \exists k \in \mathbb{N} \colon n = k^2\}$. Верно ли, что $A = \{1, 4, 9\}$?

Ex. 3. Докажите, что для любых множеств A, B, C выполняются равенства

(а) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$;

(б) $B \cup (A \setminus B) = A \cup B$.

Ex. 4. Докажите равенство для любых A_i, B_i

$$(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) \setminus (B_1 \cup B_2 \cup \ldots \cup B_n) = \\ = (A_1 \setminus B_1) \cap (A_2 \setminus B_2) \cap \ldots \cap (A_n \setminus B_n).$$

Ex. 5. Пусть A, B, C, D — такие отрезки прямой, что $A \triangle B = C \triangle D$ (симметрические разности равны). Верно ли, что выполняется включение $A \cap B \subseteq C$?

Ex. 6. Известно, что истинны утверждения $A \vee (B \wedge \neg C)$ и $\neg A \wedge (B \vee C)$. Какие из утверждений A, B, C истинны, а какие ложны?

Ex. 7. Докажите, что если ab не делится на n, то a не делится на n и b не делится на n, $a, b, n \in \mathbb{N}$.

Ex. 8. Какое из утверждений сильнее:

$$\text{а) } \forall x \exists y \colon P(x, y) \quad \text{или} \quad \text{б) } \exists y \forall x \colon P(x, y)?$$

Ex. 9. Докажите, что 1 можно представить в виде суммы 2019 различных обыкновенных дробей с числителем 1 и положительными знаменателями.