

Параллельные алгоритмы: MPI. Уравнение теплопроводности

Николай Игоревич Хохлов

МФТИ, Долгопрудный

5 апреля 2017 г.

Одномерный случай

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, x \in [0, 1], u(x, 0) = f(x), u(0, t) = u_l, u(1, t) = u_r.$$

Дискретизация

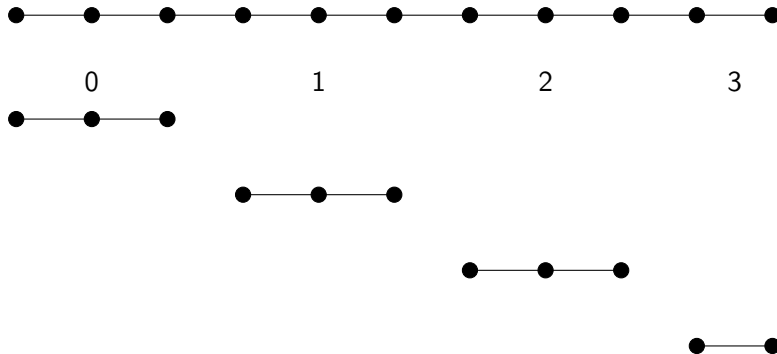
$$u_m^{n+1} = u_m^n + \frac{\tau}{h^2}(u_{m-1}^n - 2u_m^n + u_{m+1}^n).$$

- явная схема;
- храниться два временных слоя u^n и u^{n+1} ;
- $u(x, T)$ —?.

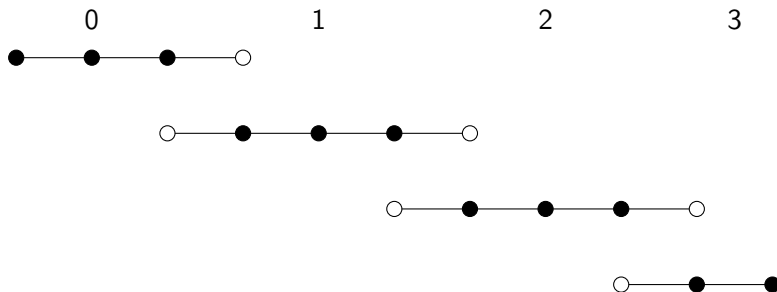
Algorithm 1 Последовательный алгоритм численного интегрирования

```
for  $n = 0 \dots N$  do
  for  $m = 0 \dots M$  do
     $u_m^{n+1} = u_m^n + \frac{\tau}{h^2}(u_{m-1}^n - 2u_m^n + u_{m+1}^n)$ 
  end for
   $u^n = u^{n+1}$ 
end for
save  $u^n$ 
```

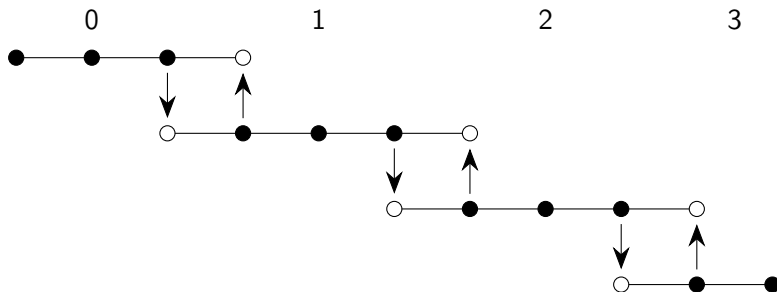
Декомпозиция по данным



Приграничные узлы



Обмен данными



- каждый процесс имеет свою часть расчетной области, на которой ведет расчет;
- при расчете узлов на границе области требуется часть данных от соседних процессов;
- перекрытие областей в один узел;
- обмен данными на каждом шаге интегрирования по времени.

Algorithm 2 Алгоритм

for $n = 0, 1, \dots, N$ do

Отправить внутренние узлы соседним процессам.

Принять в приграничные узлы от соседних процессов.

Сделать один шаг интегрирования.

end for

Algorithm 3 Последовательный алгоритм численного интегрирования

for $n = 0 \dots N$ do

Отправить внутренние узлы соседним процессам.

Принять в приграничные узлы от соседних процессов.

for $m = s_k \dots f_k$ do

$$u_m^{n+1} = u_m^n + \frac{\tau}{h^2} (u_{m-1}^n - 2u_m^n + u_{m+1}^n)$$

end for

$$u^n = u^{n+1}$$

end for

Собрать данные от всех процессов.

save u^n

Задача 2

- Реализовать задачу решения одномерного уравнения теплопроводности.
- Отметка за задачу 1.5 балла.