

## TRABALLO DE ANÁLISE MATEMÁTICA. CURSO 2022/2022

MÉTODOS ITERATIVOS DE RESOLUCIÓN DE ECUACIONES:  
OBTENCIÓN DE GRÁFICOS FRACTAIS CO ORDEADOR

### 1. Instruccións

1. Cada grupo debe realizar unha memoria escrita sobre o traballo, os gráficos fractais propostos e unha presentación, tal e como se indica nas seguintes seccións.
2. O traballo será exposto por un dos membros do grupo elexido mediante sorteo na clase dos grupos reducidos do 15 ao 20 de decembro.
3. Os alumnos que se presenten como **NON ASISTENTES** exporán o traballo o mesmo día do exame final, na aula e hora que se indicará.
4. O día da exposición cada grupo debe subir a MOOVI a **memoria**, a **presentación**, os **ficheiros fonte co código Python** e as **imaxes fractais** que obtivo en formato gráfico nun **único arquivo comprimido ZIP**.
5. Valoraranse os distintos aspectos do traballo conforme á plantilla que se proporciona ó final das instrucións.

#### 1.1. Métodos iterativos para resolver ecuacións

Dada unha función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e unha raíz  $c$  de  $f$ , é dicir,  $f(c) = 0$ , supoñendo que  $x_0$  está “próximo” a  $c$ , e baixo certas condicións, satisfaise que a sucesión xerada polo método de Newton

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, n = 0, 1, 2, \dots$$

converxe á raíz  $c$ . O mesmo método pode aplicarse para aproximar raíces de funcións complexas  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  (o conxunto dos números complexos  $\mathbb{C}$  identifícase co plano  $\mathbb{R}^2$ ), sendo un problema moito máis complicado determinar para qué valores iniciais  $z_0 \in \mathbb{C}$  a sucesión converxe a unha raíz. De feito a fronteira entre as concas de atracción de cada raíz é un conxunto fractal e non se puido avanzar neste problema ata a aparición dos modernos ordenadores.

Ademais do método de Newton existen outros moitos métodos iterativos que sirven para aproximar as raíces dunha función complexa e que tamén dan lugar a bonitas imaxes fractais. Na memoria hai que describir os tres seguintes (ver [1]):

1. Método de Newton: para funcións dunha variable real  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  explicar a interpretación xeométrica do método de Newton e a deducción da súa fórmula.
2. Método de Halley (obtido polo astrónomo que deu nome ó famoso cometa): incluir información histórica, indicar a fórmula do método e a súa interpretación xeométrica.
3. Método de Chebyshev: indicar a fórmula do método e a súa interpretación xeométrica.

## 1.2. Obtención de gráficos fractais

Descargar o ficheiro “Newton.py” desde FAITIC. Este programa está escrito en *Python* e para a súa execución recoméndase instalar a distribución de código libre *Anaconda*, <https://www.anaconda.com/distribution/>

O programa “Newton.py” debe usarse (modificando as partes que sexan necesarias) para realizar o seguinte exercicio:

1. Elexir unha función  $f(z)$ , non necesariamente un polinomio, a que se lle aplicarán os distintos métodos. (Nota: cada grupo debe usar unha función distinta).
2. Obter o fractal asociado ó aplicarlle o método de Newton.
3. Obter o fractal asociado ó aplicarlle o método de Halley (Nota: crear un novo programa chamado “Halley.py” modificando a definición da función  $g(z)$  no programa para que se corresponda co método de Halley).
4. Obter o fractal asociado ó aplicarlle o método de Chebyshev (Nota: crear un novo programa chamado “Chebyshev.py” modificando a definición da función  $g(z)$  no programa para que se corresponda co método de Chebyshev).

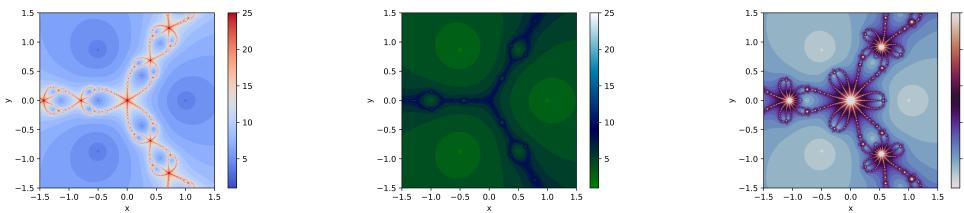


Figura 1: Exemplos de fractais asociados ós métodos de Newton, Halley e Chebyshev para a función  $f(z) = z^3 - 1$ .

### **1.3. Bibliografía**

Incluir todas as referencias bibliográficas (libros, artigos, webs,...) consultadas durante a realización do traballo.

## **Referencias**

- [1] J. L. Varona, Graphic and numerical comparison between iterative methods, *Math. Intelligencer* 24 (2002), no. 1, 37-46. (O artigo en formato pdf pode descargarse da páxina web do autor <http://www.unirioja.es/cu/jvarona/papers.html>)
- [2] J. L. Varona, Representación gráfica de fractales mediante un programa de cálculo simbólico, *Gac. R. Soc. Mat. Esp.* 6 (2003), 213-230. Disponible en <http://www.unirioja.es/cu/jvarona/downloads/FractalesGacetaConFormato.pdf>
- [3] Wikipedia, Método de Newton.

### **Para saber más sobre fractais e a Teoría do Caos:**

- [4] J. Gleick, *Caos: la creación de una ciencia*, Crítica, 2012. (Vista previa en Google Books).

## Traballo de Análise Matemática

<b>GRUPO:</b>	Apelidos, Nome		<b>Alumno que realiza a presentación:</b>
	1.		
	2.		
	3.		
	4.		
	5.		<b>NOTA FINAL:</b>
		<b>1 punto</b>	<b>0.5 puntos</b>
<b>EXPOSICIÓN (40%):</b>	<b>Duración</b>	Entre 5 e 8 minutos.	Entre 4-5 ou 8-9 minutos.
	<b>Estructura</b>	Presentación ben estructurada: trátanse tódolos temas requeridos con claridade.	Presentación pouco estructurada: falta algún dos temas requeridos ou non se explican con claridade.
	<b>Estilo</b>	Fala alto, mira a audiencia, desenvolve as ideas a partir de notas resumidas (non lee nin recita de memoria), a presentación é animada e amena.	A presentación ten polo menos dúas características mencionadas anteriormente.
	<b>Material</b>	Utiliza o material de maneira pedagóxica: tamaño de letra adecuado, transparencias con pouca letra, vínculo estreito entre transparencias e explicacións orais.	Utiliza o material de maneira pouco pedagóxica.
<b>MEMORIA ESCRITA (30%):</b>	<b>Presentación</b>	A memoria está ben organizada, é coherente e non presenta faltas de ortografía.	Falla algúnhha das características mencionadas anteriormente.
	<b>Corrección</b>	Os temas tratados son correctos e a información incluída é relevante.	A memoria contén algún erro ou información pouco relevante.
	<b>Completilude</b>	A memoria inclúe toda a información requerida.	A memoria non inclúe algunha da información requerida.
<b>FRACTAIS (30%):</b>	<b>Corrección</b>	As fórmulas usadas nos 3 métodos son correctas.	Hai polo menos 1 fórmula correcta distinta da do exemplo (Método de Newton).
	<b>Estética</b>	En todas as imaxes obtidas apréciase a estrutura fractal, son orixinais e atractivas estéticamente.	Nas imaxes obtidas apréciase a estrutura fractal pero non presentan orixinalidade ou atractivo estético.
	<b>Calidade</b>	As imaxes obtidas presentan gran nitidez e calidade.	As imaxes obtidas presentan nitidez e calidade media.
			<b>0 puntos</b>

Figura 2: Plantilla de valoración do Traballo