

Lista de Treinamento 1

Douglas Cardoso

9/11/2021

Q1 - Realize as seguintes operações no R e entenda o resultado:

- (i) -26.4
- (ii) 9.2116×10^4
- (iii) -1.2854921×10^6
- (iv) 626.4335633
- (v) 2.0928796×10^7
- (vi) $-\infty$
- (vii) $-8.7305268 \times 10^{-4}$
- (viii) 240.6666666666667-2.222222222222222i

Q2 - Crie os seguintes vetores e matrizes no R:

```
# (i)
v <- c(-3, 4, 0.5, 12, 45)

# (ii)
u <- c(-0.1, -0.34, 93, 2, 1, 0, 4)

# (iii)
t <- c(8, -0.9, 10, 3, -1)

# (iv)
p <- c(3, 4, -3, -4, 0, 1)

# (v)
X <- matrix(
  data = c(4, 2, -1, 13, -0.9, 5, 4, 2),
  ncol = 4, nrow = 2, byrow = TRUE)

# (vi)
Z <- matrix(
  data = c(4, 2, 8, -1, -3, -7, 6, 0.4, -9, 10, 11, 12),
  ncol = 3, nrow = 4, byrow = TRUE)

# (vii)
W <- matrix(
  data = c(-2, 8, 10, 0, -1, 3, 8, 12, 31, -8, 0.4, 32, 10, -2, -2,
           0.9, -66, 12, 98, 0, 9, -7, 0.22, 4, -33),
  ncol = 5, nrow = 5, byrow = TRUE)

# (viii)
```

```
K <- matrix(
  data = c(-2, 6, -1, 0, 14, 10, 0.5, -44),
  ncol = 2, nrow = 4, byrow = TRUE)

# (ix)
G <- matrix(
  data = c(-3, 8, 0.3, 19, 13, -17, 0.1, 0.2, -0.3),
  ncol = 3, nrow = 3, byrow = TRUE)
```

Q3 - Com base nas variáveis criadas na questão 2, realize as seguintes operações, elemento a elemento:

- (i) $t \times v$

```
t * v
```

```
## [1] -24.0 -3.6  5.0 36.0 -45.0
```

- (ii) u/u

```
u/u
```

```
## [1]  1  1  1  1  1 NaN  1
```

- (iii) $t \times p - v$

```
(t * p) - v
```

```
## Warning in t * p: longer object length is not a multiple of shorter object
## length
```

```
## Warning in (t * p) - v: longer object length is not a multiple of shorter object
## length
```

```
## [1] 27.0 -7.6 -30.5 -24.0 -45.0 11.0
```

- (iv) $X \times Z$

```
X * Z
```

```
## Error in X * Z: non-conformable arrays
```

- (v) W^2

```
W^2
```

```
##      [,1] [,2]      [,3] [,4] [,5]
## [1,]  4.00  64 100.0000    0    1
## [2,]  9.00  64 144.0000  961   64
## [3,]  0.16 1024 100.0000    4    4
## [4,]  0.81 4356 144.0000 9604    0
## [5,] 81.00  49  0.0484   16 1089
```

- (vi) $Z \times Z$

```
Z * Z
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]   16  4.00  64
## [2,]    1  9.00  49
## [3,]   36  0.16  81
## [4,]  100 121.00 144
```

Q4 - Com base nas variáveis criadas na questão 2, realize as operações vetoriais/matriciais abaixo. Em caso de não realização da operação, entenda a motivação do erro. Além disso, os subscritos “T” e “-1” indicam matriz/vetor transposta e inversa, respectivamente. I_n indica a matriz identidade de ordem n . Em caso de erro, entenda a motivação para tal.

- (i) $v \times u$

```
v * u
```

```
## Warning in v * u: longer object length is not a multiple of shorter object
## length
```

```
## [1] 0.30 -1.36 46.50 24.00 45.00 0.00 16.00
```

- (ii) $v \times v$ (produto interno)

```
v %*% v
```

```
##           [,1]
## [1,] 2194.25
```

- (iii) $v \times p^T$

```
v * t(p)
```

```
## Warning in v * t(p): longer object length is not a multiple of shorter object
## length
```

```
##           [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
## [1,]    -9    16 -1.5  -48     0    -3
```

- (iv) $X \times X^T$

```
X * t(X)
```

```
## Error in X * t(X): non-conformable arrays
```

- (v) $Z \times G$

```
Z * G
```

```
## Error in Z * G: non-conformable arrays
```

- (vi) $G^{-1}G$

```
solve(G) %*% G
```

```
##           [,1]           [,2]           [,3]
## [1,] 1.000000e+00 1.110223e-16 0.000000e+00
## [2,] -8.326673e-17 1.000000e+00 5.551115e-17
## [3,] 0.000000e+00 0.000000e+00 1.000000e+00
```

- (vii) $K^{-1}G$

```
solve(K) %*% G
```

```
## Error in solve.default(K): 'a' (4 x 2) must be square
```

- (viii) $v^T \times W$

```
t(v) * W
```

```
## Error in t(v) * W: non-conformable arrays
```

- (ix) $W \times W^{-1} - I_5$

```
W * solve(W) - (W %*% solve(W))
```

```
##           [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]
## [1,] -3.9514245  51.911882 -66.687558 -5.551115e-16  1.213639e+00
## [2,] -0.5684364  -6.067948   8.344017  6.503758e+00 -9.373956e-01
## [3,]  0.2355196  63.599465 -21.785257  1.311720e+00  7.473705e-01
## [4,] -0.1919326  48.153367   9.408524  2.364231e+01  1.776357e-15
## [5,]  3.7866174 -12.802402  -0.414715 -2.407256e+00  1.128192e+01
```

- $(x) (X \times K)^{-1}$

```
solve(X * K)
```

```
## Error in X * K: non-conformable arrays
```

Q5 - Com base nas variáveis criadas na questão 2, pede-se:

- i) calcule o determinante das matrizes W , K e G

```
det(W)
```

```
## [1] -112616.7
```

```
det(K)
```

```
## Error in determinant.matrix(x, logarithm = TRUE, ...): 'x' must be a square matrix
```

```
det(G)
```

```
## [1] 34.25
```

- ii) crie uma variável que guarde os elementos da segunda e terceira linhas de Z para todas as colunas

```
(secthirdlines <- Z[2:3, ])
```

```
##           [,1] [,2] [,3]
## [1,]    -1 -3.0  -7
## [2,]     6  0.4  -9
```

- iii) crie uma variável que guarde o elemento da terceira linha e quarta coluna de W

```
(thirdfourthdlines <- W[3:4, ])
```

```
##           [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
## [1,]    0.4   32   10  -2  -2
## [2,]    0.9  -66   12  98   0
```

- iv) crie uma variável que guarde os elementos de W que são divisíveis por 4.

```
(divisible_by_four <- W[W %% 4 == 0])
```

```
## [1]  8  8 32 12 12  0  4 -8  0
```

```
# purrr::keep(W, ~ .x %% 4 == 0)
```

- v) crie uma variável que guarde o resto da divisão dos elementos de G por 2.

```
(rest_division_by_two <- G %% 2)
```

```
##           [,1] [,2] [,3]
## [1,]    1.0  0.0  0.3
## [2,]    1.0  1.0  1.0
## [3,]    0.1  0.2  1.7
```

vi) crie uma variável que guarde o inteiro da divisão dos elementos de Z por 4.

```
(int_division_by_four <- Z %/% 4)
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,]    1    0    2
## [2,]   -1   -1   -2
## [3,]    1    0   -3
## [4,]    2    2    3
```

Q6 - Considere o seguinte sistema linear de equações:

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 4x_4 = -10 \\ 2x_1 + 3x_2 + 10x_3 - x_4 = 11 \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 + x_4 = -2 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 + 10x_4 = 13 \end{cases}$$

Sabemos que qualquer sistema linear pode ser representado em sua forma matricial: $Ax = b$, em que A é a matriz dos coeficientes associados às incógnitas (x_1, x_2, x_3, x_4) , de ordem 4×4 , x o vetor das incógnitas, de ordem 4×1 , e b o vetor dos componentes exógenos, também de ordem 4×1 , ou seja, os elementos à direita da igualdade. Dessa forma, sua solução do sistema, \hat{x} , pode ser obtida pela resolução da expressão $\hat{x} = A^{-1}b$, em que A^{-1} é a matriz inversa de A . Note que o sistema é possível e determinado, SPD, i.e., tem solução e essa solução é única, se o determinante de A é diferente de zero (A possui inversa). Pede-se:

i) construa a matriz A e o vetor b ;

```
(A <- matrix(
  data = c(4, -2, 6, -4,
           2, 3, 10, -1,
           2, -3, 7, 1,
           2, 4, -1, 10),
  ncol = 4, nrow = 4, byrow = TRUE))
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]    4   -2    6   -4
## [2,]    2    3   10   -1
## [3,]    2   -3    7    1
## [4,]    2    4   -1   10
```

```
(b <- matrix(
  data = c(-10, 11, -2, 3),
  ncol = 1, nrow = 4, byrow = TRUE))
```

```
##      [,1]
## [1,]  -10
## [2,]   11
## [3,]   -2
## [4,]    3
```

ii) verifique se o sistema é SPD;

```
det(A) != 0
```

```
## [1] TRUE
```

iii) escreva o código para determinar a solução do sistema em sua forma matricial;

```
(x_hat <- solve(A) %*% b)
```

```
##           [,1]  
## [1,] -3.1876248  
## [2,]  1.6606786  
## [3,]  1.2794411  
## [4,]  0.4011976
```

iv) verifique se a solução satisfaz o sistema, ou seja, se $A\hat{x} = b$

```
(A %*% x_hat & b)
```

```
##           [,1]  
## [1,] TRUE  
## [2,] TRUE  
## [3,] TRUE  
## [4,] TRUE
```