

Funções

Douglas Cardoso

6/12/2021

Domínio

Par ordenado

O primeiro representa a abscissa e o segundo, a ordenada.

$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow a = c \text{ e } b = d$$

Produto cartesiano

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ e } y \in B\}$$

Lê-se a notação $A \times B$ como “A cartesiano B” ou “produto cartesiano de A por B”.

Exemplos:

1º) Se $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{1, 2\}$ temos,

$$A \times B = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$$

e

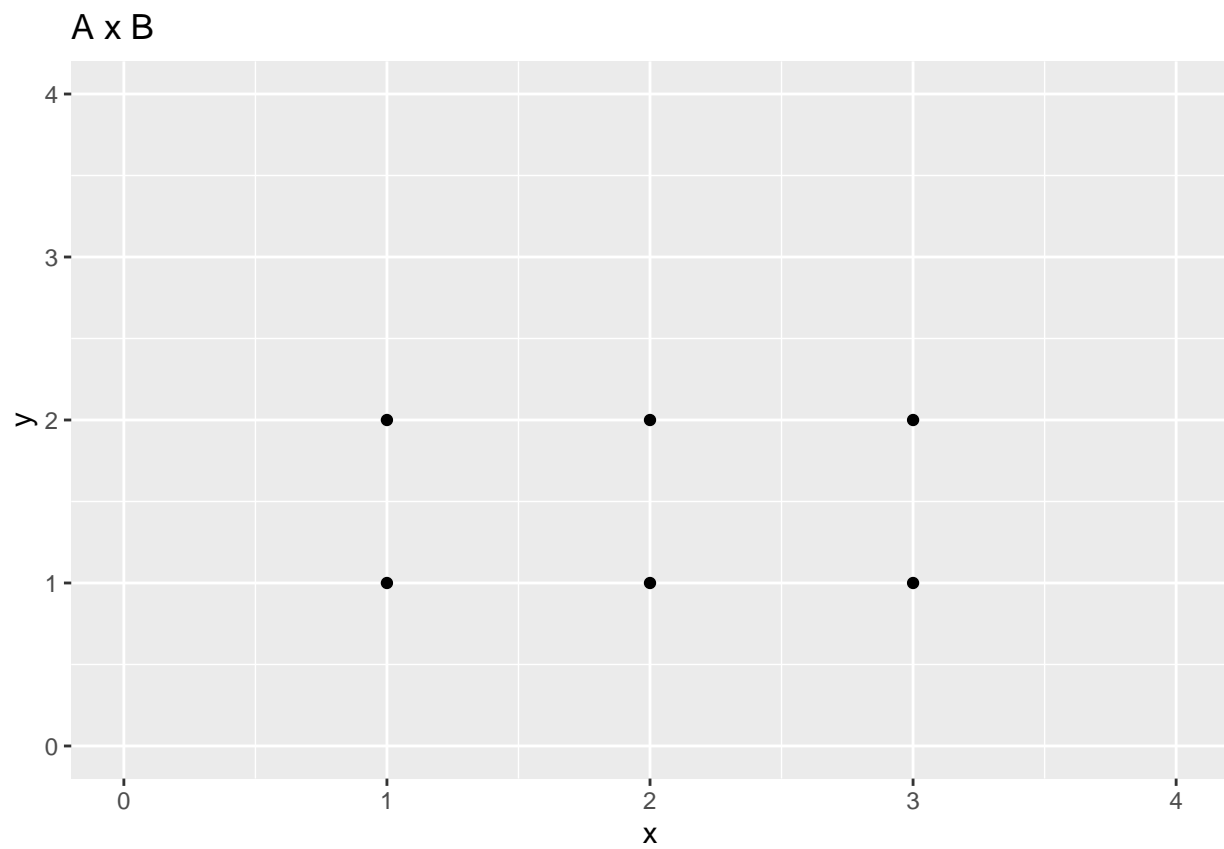
$$B \times A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$$

Como fica o plano cartesiano do produto cartesiano de A por B e de B por A?

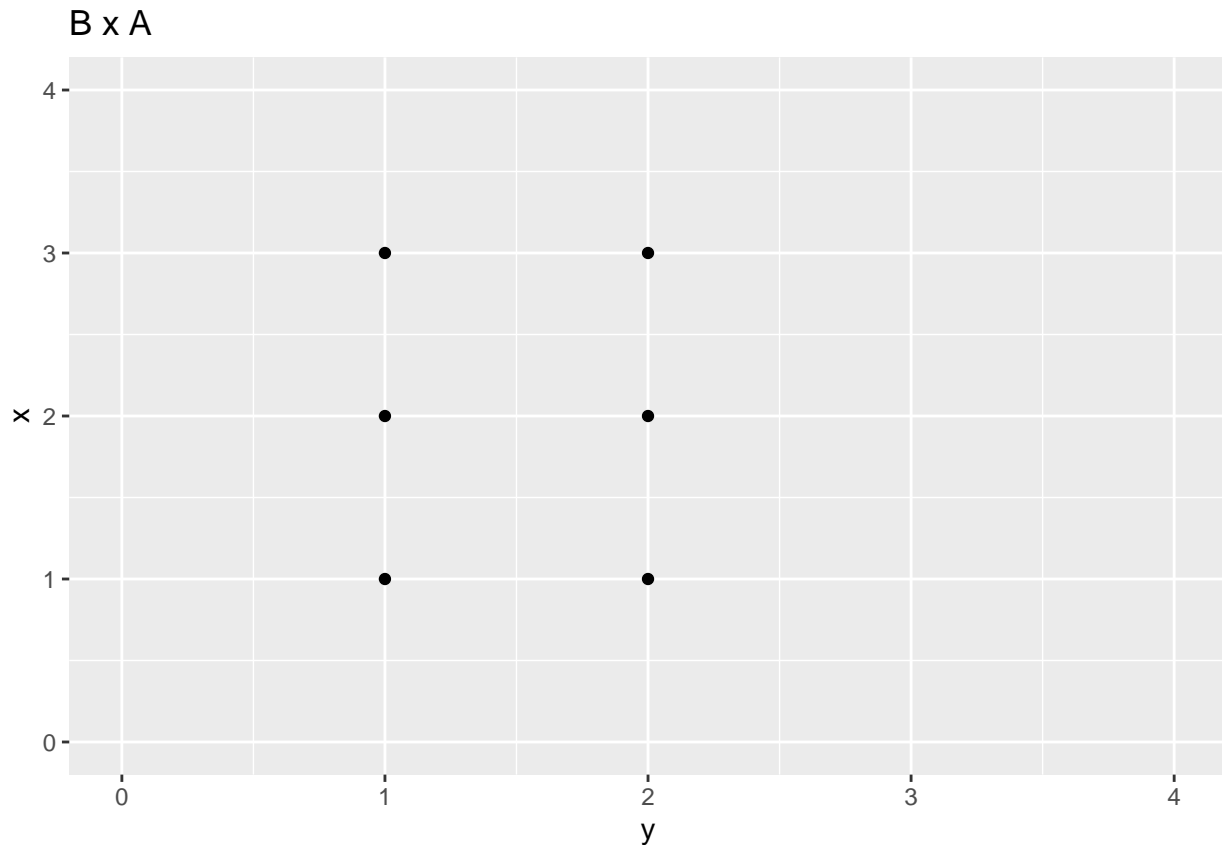
```
A = c(1,2,3)
B = c(1,2)

# expand grid
cartesian_prod <- unique(expand.grid(x = A, y = B))

# A x B
ggplot(cartesian_prod, aes(x = x, y = y)) +
  geom_point() +
  xlim(c(0, 4)) + ylim(c(0, 4)) + ggtitle('A x B')
```



```
# B x A
ggplot(cartesian_prod, aes(x = y, y = x)) +
  geom_point() +
  xlim(c(0, 4)) + ylim(c(0, 4)) + ggtitle('B x A')
```



Exemplo utilizando condicionais:

Se $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 3\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 5\}$, então:

$$A \times B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 3 \text{ e } 1 \leq y \leq 5\}$$

e

$$B \times A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 5 \text{ e } 1 \leq y \leq 3\}$$

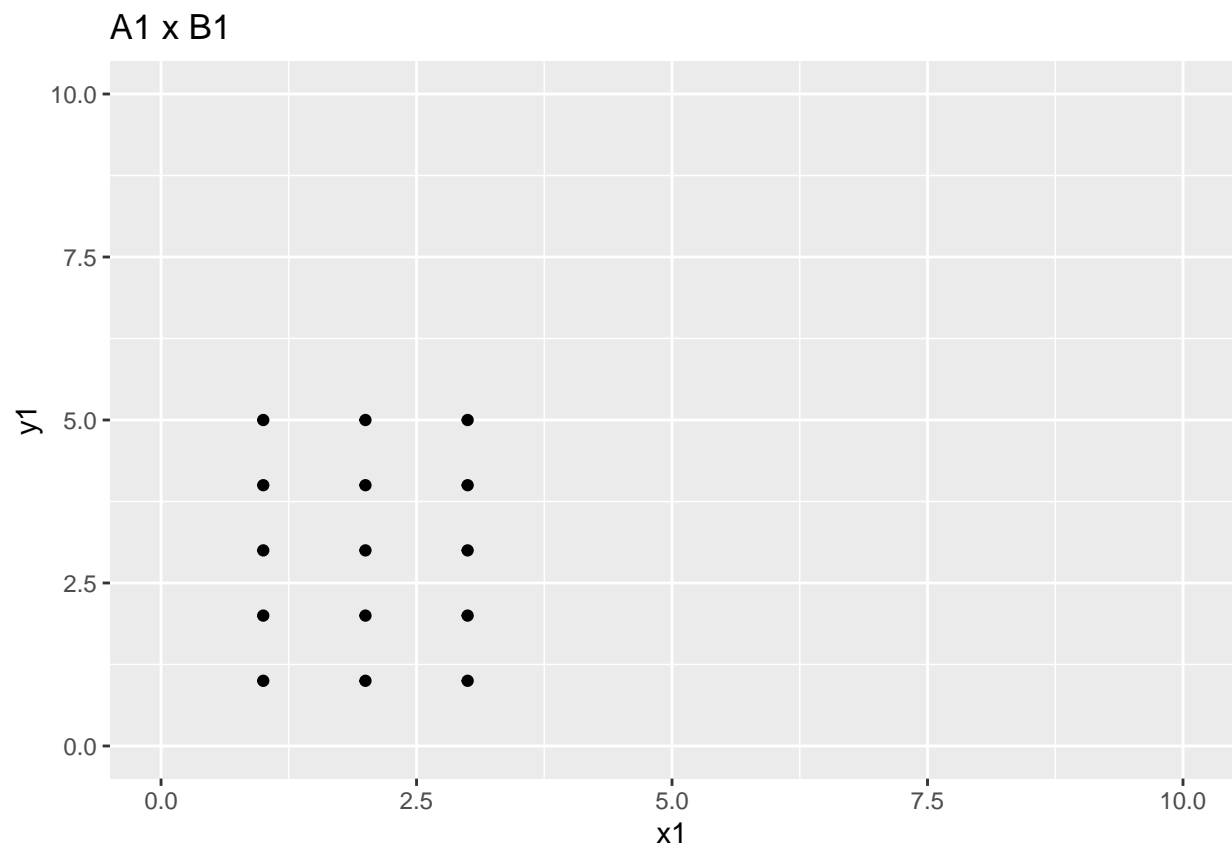
A representação gráfica fica assim:

```
x <- seq(0, 10, 1)

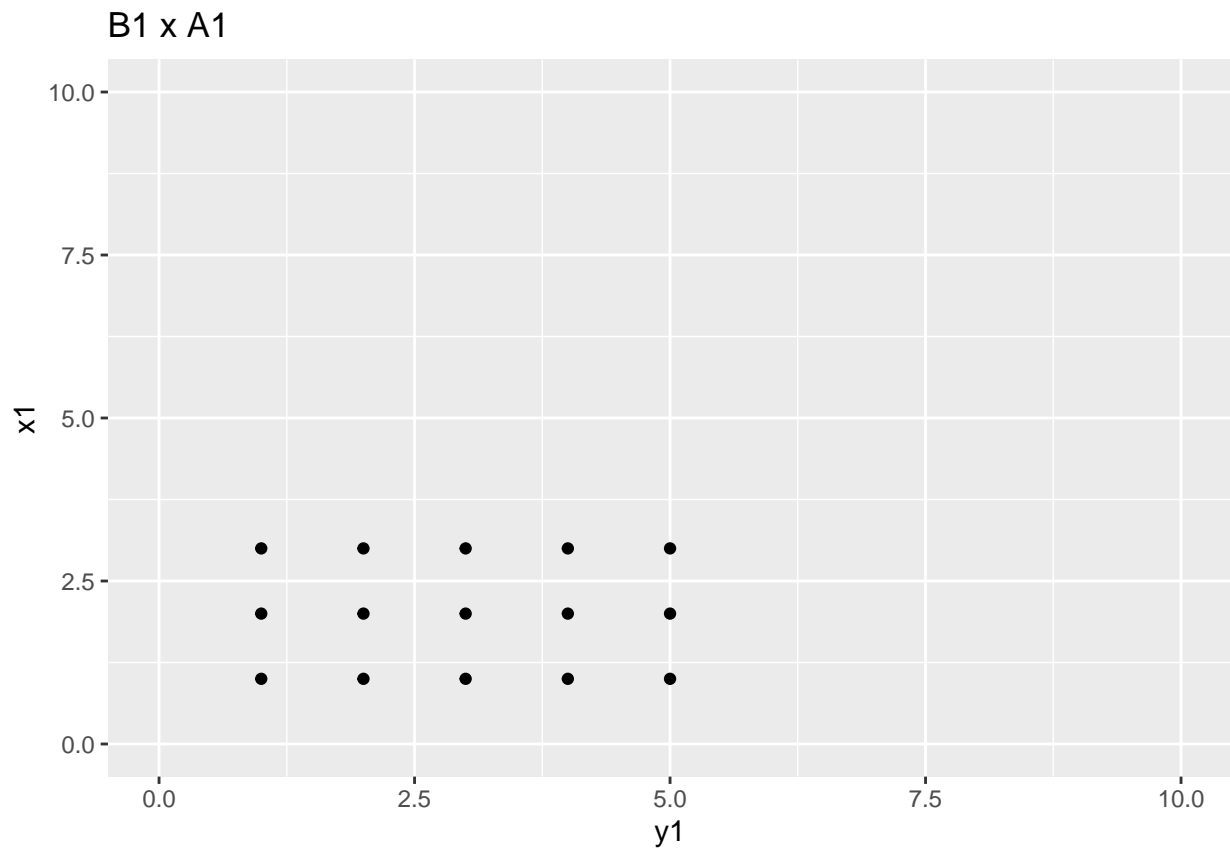
mask_A <- map_lgl(x, function(x){ 1 <= x & x <= 3})
mask_B <- map_lgl(x, function(x){ 1 <= x & x <= 5})

cartesian_prod1 <- unique(expand_grid(x1 = x[mask_A], y1 = x[mask_B]))

# A1 x B1 ----- cria um retângulo
ggplot(cartesian_prod1, aes(x = x1, y = y1)) +
  geom_point() +
  xlim(c(0, 10)) + ylim(c(0, 10)) + ggtitle('A1 x B1')
```



```
# A1 x B1 ----- cria um retângulo
ggplot(cartesian_prod1, aes(x = y1, y = x1)) +
  geom_point() +
  xlim(c(0, 10)) + ylim(c(0, 10)) + ggtitle('B1 x A1')
```



Exercício de produto cartesiano

Seja \mathbb{Z} o conjunto dos números inteiros. Sejam ainda os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x \leq 2\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$. Qual o número de elementos do conjunto $D = \{(x, y) \in A \times B \mid y \geq x + 4\}$?

Resolução

```
#A2 <-
```