

# Funções

Douglas Cardoso

6/12/2021

## Domínio

### Par ordenado

O primeiro representa a abscissa e o segundo, a ordenada.

$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow a = c \text{ e } b = d$$

### Produto cartesiano

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ e } y \in B\}$$

Lê-se a notação  $A \times B$  como “A cartesiano B” ou “produto cartesiano de A por B”.

Exemplos:

1º) Se  $A = \{1, 2, 3\}$  e  $B = \{1, 2\}$  temos,

$$A \times B = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$$

e

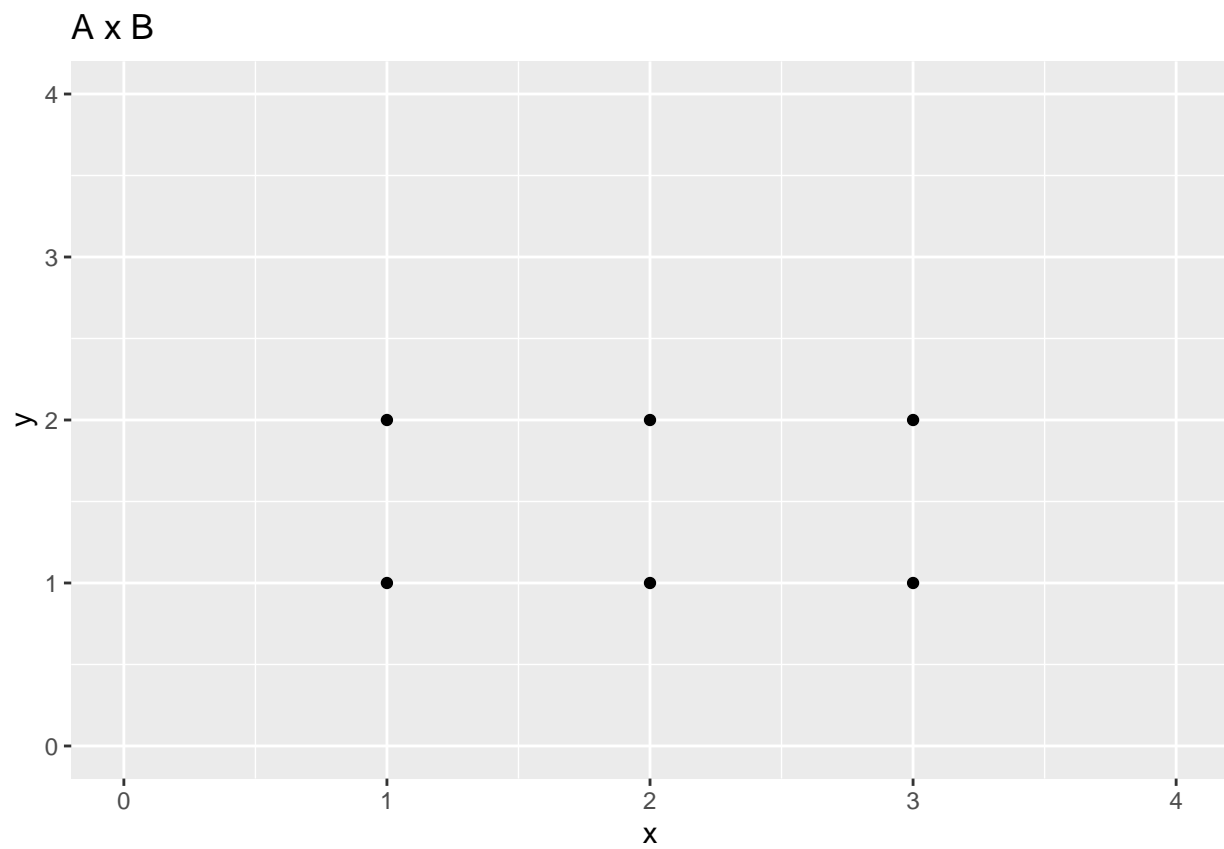
$$B \times A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$$

Como fica o plano cartesiano do produto cartesiano de A por B e de B por A?

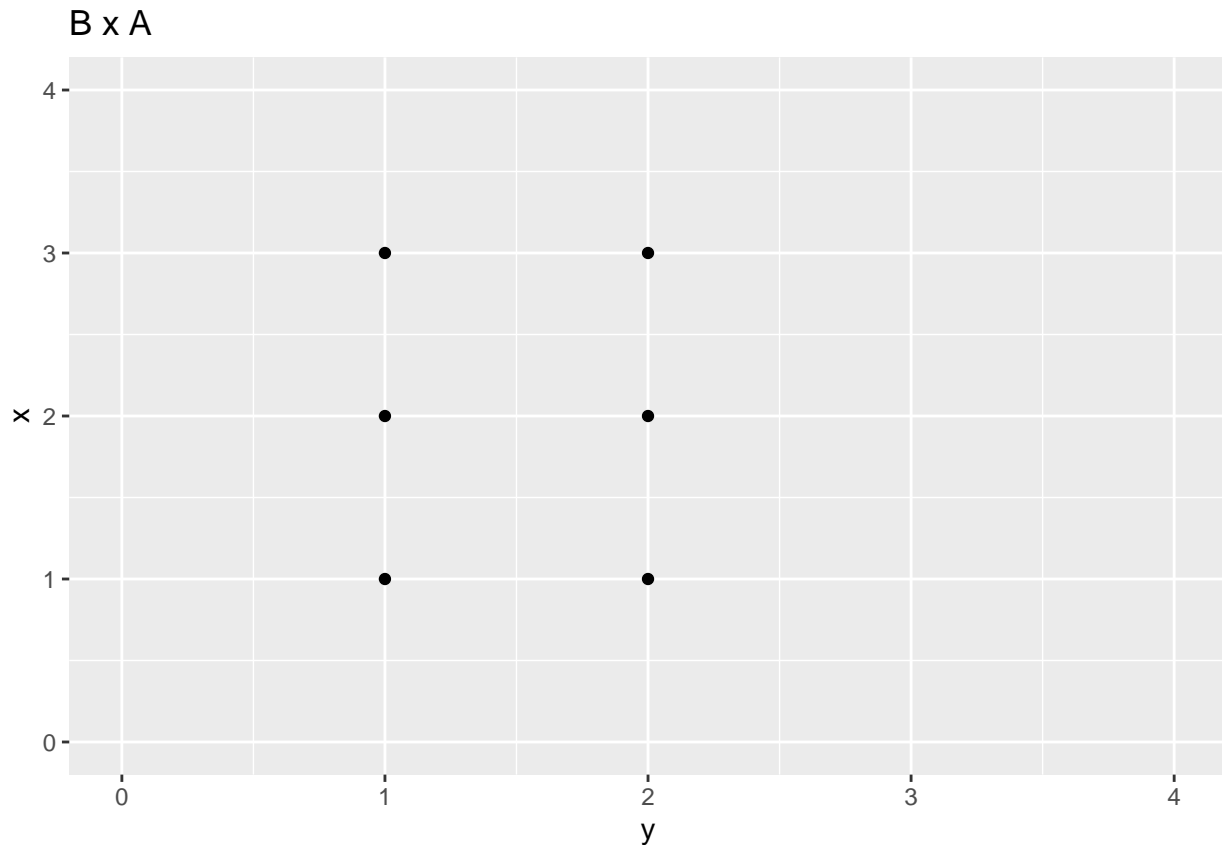
```
A = c(1,2,3)
B = c(1,2)

# expand grid
cartesian_prod <- unique(expand.grid(x = A, y = B))

# A x B
ggplot(cartesian_prod, aes(x = x, y = y)) +
  geom_point() +
  xlim(c(0, 4)) + ylim(c(0, 4)) + ggtitle('A x B')
```



```
# B x A
ggplot(cartesian_prod, aes(x = y, y = x)) +
  geom_point() +
  xlim(c(0, 4)) + ylim(c(0, 4)) + ggtitle('B x A')
```



Exemplo utilizando condicionais:

Se  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 3\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 5\}$ , então:

$$A \times B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 3 \text{ e } 1 \leq y \leq 5\}$$

e

$$B \times A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 5 \text{ e } 1 \leq y \leq 3\}$$

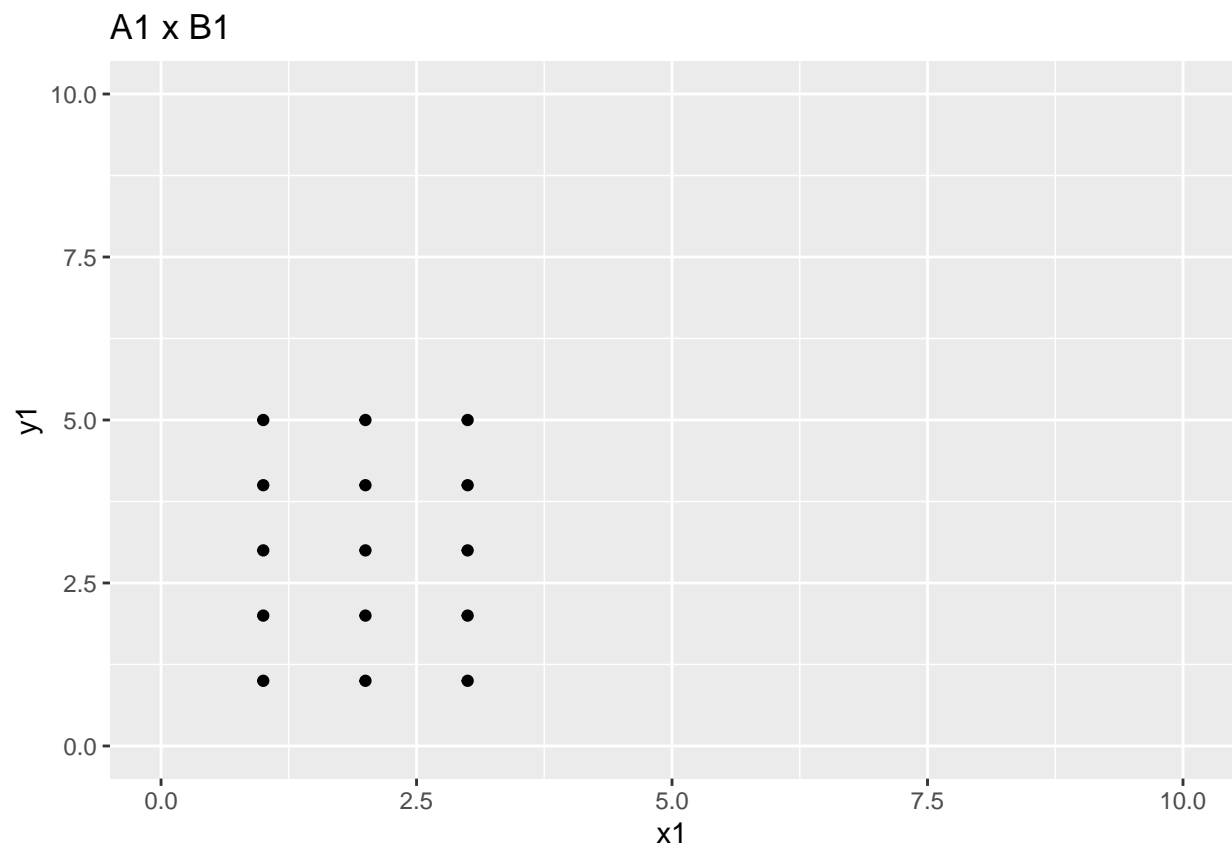
A representação gráfica fica assim:

```
x <- seq(0, 10, 1)

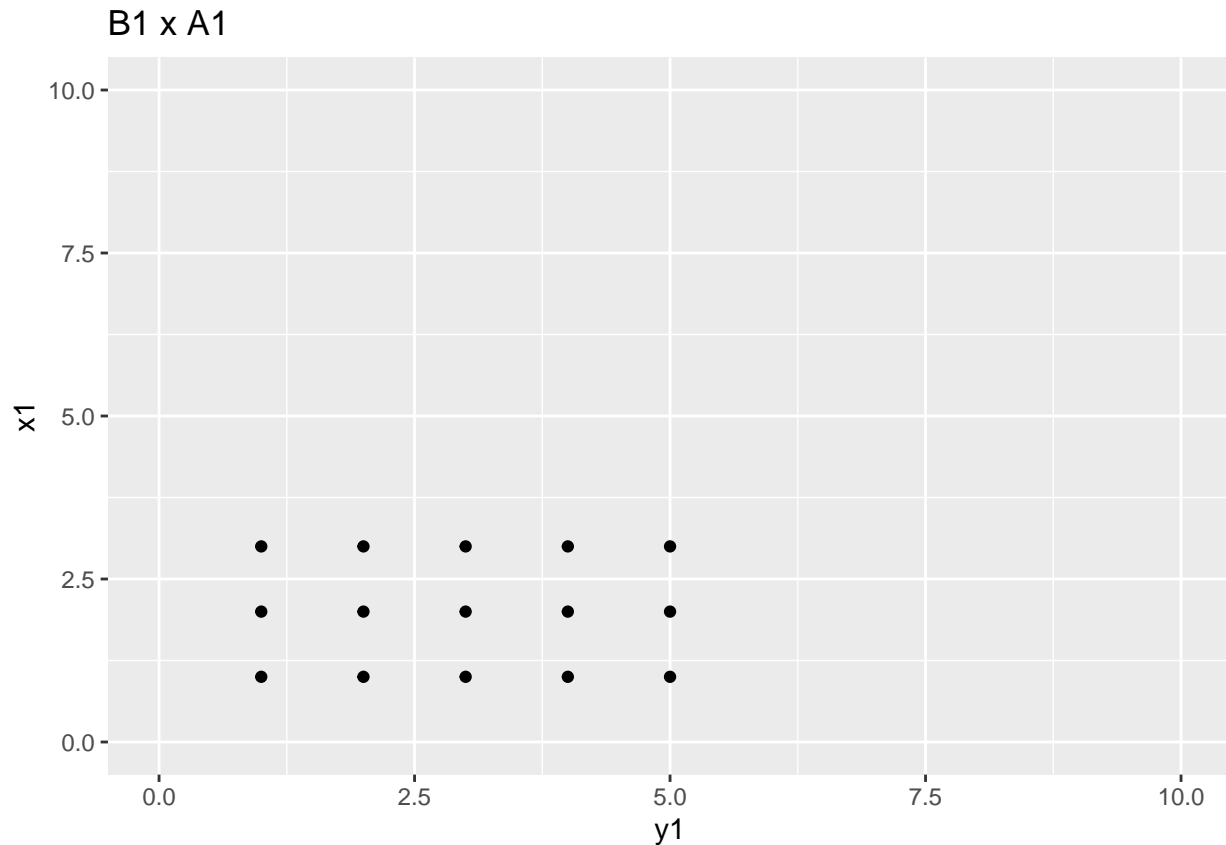
mask_A <- map_lgl(x, function(x){ 1 <= x & x <= 3})
mask_B <- map_lgl(x, function(x){ 1 <= x & x <= 5})

cartesian_prod1 <- unique(expand_grid(x1 = x[mask_A], y1 = x[mask_B]))

# A1 x B1 ----- cria um retângulo
ggplot(cartesian_prod1, aes(x = x1, y = y1)) +
  geom_point() +
  xlim(c(0, 10)) + ylim(c(0, 10)) + ggtitle('A1 x B1')
```



```
# A1 x B1 ----- cria um retângulo
ggplot(cartesian_prod1, aes(x = y1, y = x1)) +
  geom_point() +
  xlim(c(0, 10)) + ylim(c(0, 10)) + ggtitle('B1 x A1')
```



### Exercício de produto cartesiano

Seja  $\mathbb{Z}$  o conjunto dos números inteiros. Sejam ainda os conjuntos  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x \leq 2\}$  e  $B = \{3, 4, 5\}$ . Qual o número de elementos do conjunto  $D = \{(x, y) \in A \times B \mid y \geq x + 4\}$ ?

### Resolução

```
x <- seq(-3, 10, 1) # conjunto dos números inteiros

mask_A1 <- map_lgl(x, ~ -1 < .x & .x <= 2)
mask_B1 <- c(3, 4, 5)

# produto cartesiano A1 x B1
unique(expand_grid(x2 = x[mask_A1], y2 = mask_B1)) %>%

# conjunto D
filter(
  map2_lgl(.x = x2, .y = y2, ~ .y >= .x + 4)) %>%

# número de elementos de D
summarise(n = n()) %>%
  dplyr::pull(n) ->
  n_elem

# mensagem-resposta -----
```

```
glue::glue('
  0 número de elementos no conjunto D é {n_elem}')
```

```
## 0 número de elementos no conjunto D é 3
```

### Visualização gráfica

```
unique(expand_grid(x2 = x[mask_A1], y2 = mask_B1)) %>%
  filter(
    map2_lgl(.x = x2, .y = y2, ~ .y >= .x + 4)) %>%

  # criando a coluna de coordenadas para plotar no grafico
  mutate(
    coordenadas = map2_chr(.x = x2,
                          .y = y2,
                          .f = ~ glue::glue('{.x}, {.y}')) %>%

  # o gráfico fica em formato de triângulo com três pontos
  ggplot(aes(x = x2, y = y2)) +
  geom_polygon(fill = 'darkblue') +
  geom_text(aes(label = coordenadas), vjust = c(1, -0.5, -0.5), hjust = c(0.5, 0.5, -.1), size = 3) +
  xlim(c(-3, 10)) + ylim(c(-3, 10)) + ggtitle('Conjunto D')
```

