



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Universidad Nacional de Colombia

Sede Medellín, Facultad de Ciencias

Estadística

Practica 1

Autores:

Juan Esteban Restrepo
Juan Manuel Saldarriaga
Josue Gonzales Otálvaro
David Esteban Cartagena Mejia

Docente:

Juan Carlos Salazar

2024-1S

Diseño de Experimentos

7 de abril de 2024

Tabla de contenidos

Punto 1	2
solucion	2
Punto 3	4
Estadístico de Prueba: Kruskal-Wallis	4
Punto cuatro	5
Punto 5	15
Pendientes del grupo 1	16
Pendientes del grupo 2	17
Pendientes del grupo 3	17
Pendientes del grupo 4	18
Pendientes del grupo 5	18
Pendientes del grupo 6	18
Pendientes del grupo 7	19
Pendientes del grupo 8	19
Pendientes del grupo 9	19
Raro esto no esta dando – Kendall {SuppDists}	20
Apendice de codigo	22
Bibliografía	28

Listado de Figuras

Listado de Tablas

1	Temperaturas registradas ciudad	2
2	Rangos	3
9	Rangos de las variable	20

Punto 1

Se desea ver si la temperatura en la ciudad 1 es superior a la temperatura en la ciudad 2, las temperaturas tomadas en las dos ciudades, en el verano, son las siguientes:

Tabla 1: Temperaturas registradas ciudad

Ciudad	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ciudad 1	83	89	89	90	91	91	92	94	96
Ciudad 2	77	78	79	80	81	81	81	82	

Use $\alpha = 0.05$

solucion

Sea

- x : Temperatura¹ de la ciudad 1
- y : Temperatura² de la ciudad 2

A continuacion se plantea el siguiente juego de hipotesis

$$\begin{cases} H_0 : E(x) \leq E(y) \\ H_1 : E(x) > E(y) \end{cases}$$

Equivalente a:

- H_0 : la temperatura en la ciudad 1 es inferior a la temperatura en la ciudad 2
- H_1 : la temperatura en la ciudad 1 es superior a la temperatura en la ciudad 2

Supongamos que las mediciones de temperatura se realizaron de forma aleatoria, garantizando así la independencia en la selección de la muestra. Observemos que también se cumple la independencia entre las temperaturas registradas en ambas ciudades, ya que la medición en una ciudad no debería influir en la otra. Además, es importante destacar que la temperatura se mide en una escala de intervalo. Por tanto es valido aplicar el test Mann-Whitney

En el contexto de la prueba de Mann-Whitney, los puntajes se ordenan y clasifican siguiendo un método específico para su análisis comparativo entre dos grupos independientes.

¹no se indico las unidades en que fueron reportadas las temperaturas

²no se indico las unidades en que fueron reportadas las temperaturas

Tabla 2: Rangos

Tr	tem	R
c2	77	1.0
c2	78	2.0
c2	79	3.0
c2	80	4.0
c2	81	6.0
c2	81	6.0
c2	81	6.0
c2	82	8.0
c1	83	9.0
c1	89	10.5
c1	89	10.5
c1	90	12.0
c1	91	13.5
c1	91	13.5
c1	92	15.0
c1	94	16.0
c1	96	17.0

Al asignar los rangos a cada una de las diferentes temperaturas en Tabla 2 se observo que existen 3 grupos de empates en medida de la temperatura.

$$n = 9 \quad m = 8 \quad N = m + n = 17$$

$$T = \sum_{i=1}^9 R_i(x) = 117 \quad \sum_{i=1}^{17} R_i^2 = 1580$$

Veamos que tenemos una muestra pequeña a demas existe una cantidad considerable de empates con respecto al total de datos de los que se dispone, por lo cual lo mas adecuado es el uso del factor de correccion al estadistico

$$T_1 = \frac{T - n \left(\frac{N+1}{2} \right) - 0.5}{\frac{nm}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{17} R_i^2 - \frac{nm(N+1)^2}{4(N-1)}}$$

Remplazando los valores obtenemos que

$$T_1 = \frac{117 - 9 \left(\frac{17+1}{2} \right) - 0.5}{\sqrt{\frac{9*8}{17(17-1)} * 1580 - \frac{9*8(17+1)^2}{4(17-1)}}} = 4.6426$$

Ahora calculemos el valor p el cual correponde a

$$P(Z > 4.6426) = 1.7202601 \times 10^{-6}$$

Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data: c1 and c2

W = 72, p-value = 0.0003033

alternative hypothesis: true location shift is greater than 0

Como el valor $P < 0,05$, Rechazamos H_0 , y concluimos que los datos muestran que la temperatura de la ciudad 1 es mayor a la temperatura de la ciudad 2

Punto 3

H_0 : No existe diferencia en los niveles de asertividad entre los diferentes órdenes de nacimiento.

H_1 : Existe al menos una diferencia en los niveles de asertividad entre los diferentes órdenes de nacimiento.

Dado que los datos no se distribuyen de manera normal y solo podemos asumir una escala ordinal, se necesita una prueba no paramétrica. La prueba de Kruskal-Wallis es la más adecuada aquí, ya que es un equivalente no paramétrico de la ANOVA de un solo factor y puede utilizarse para comparar más de dos grupos independientes sin la necesidad de normalidad.

Estadístico de Prueba: Kruskal-Wallis

La prueba de Kruskal-Wallis evalúa si las medianas de los grupos son diferentes, basándose en los rangos de todas las observaciones. Es especialmente útil cuando las suposiciones de homogeneidad de varianzas o la normalidad de los grupos no se cumplen.

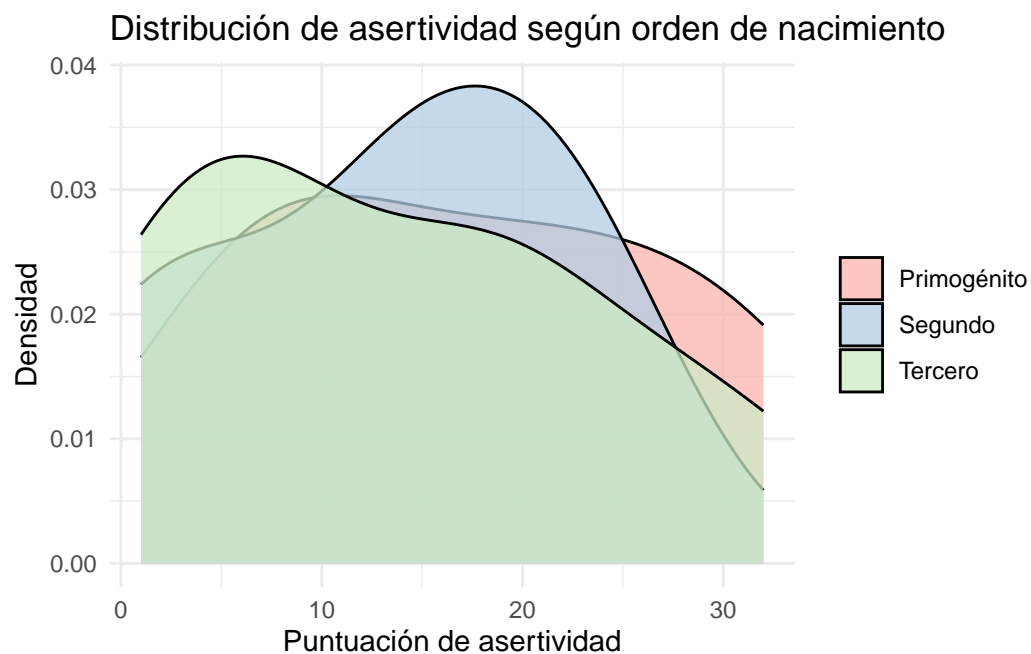
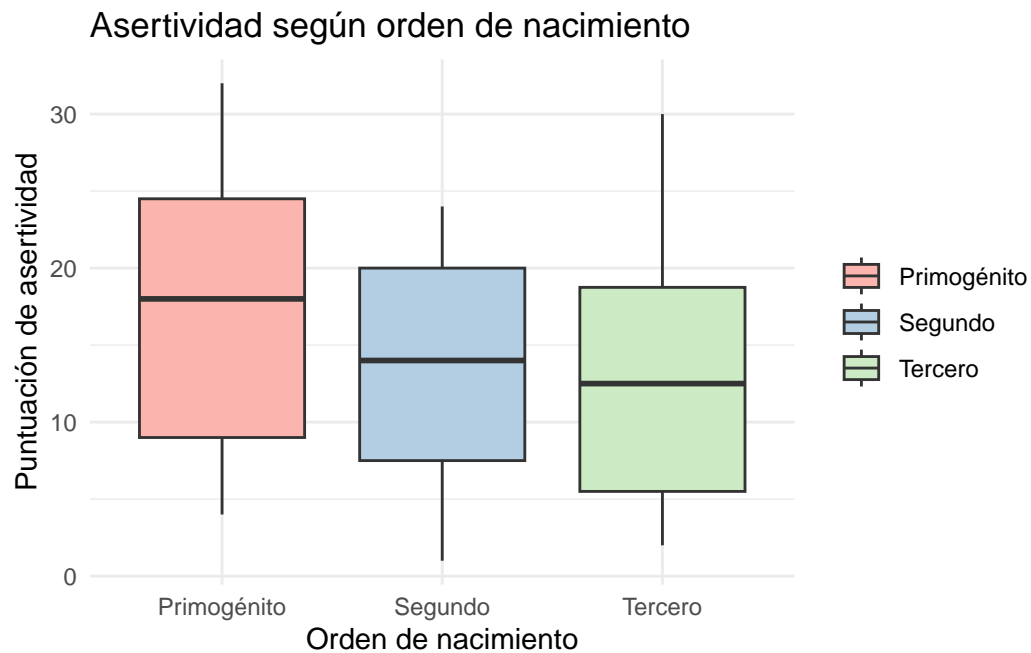
[1] 0.692517

Kruskal-Wallis rank sum test

data: asertividad by orden_nacimiento

Kruskal-Wallis chi-squared = 0.69461, df = 2, p-value = 0.7066

No hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula. No se observan diferencias significativas e



Punto cuatro

Una pareja de esposos salieron a jugar bolos y guardaron sus resultados para ver si existía una relación entre dichos resultados Use ρ de Pearson, el τ de kendall y el ρ de spearman para realizar una prueba de independencia entre los puntajes.

Esposo	147	158	131	142	183	151	196	129	155	158
Esposa	122	128	125	123	115	120	108	143	124	123

• **Coefficiente de correlación de Pearson (ρ de Pearson)**

El coeficiente de correlación de Pearson mide la relación lineal entre dos variables cuantitativas. Evalúa tanto la dirección como la magnitud de esta relación, asignando un valor entre -1 y 1. Un valor de 1 indica una correlación positiva perfecta, donde las variables se mueven juntas en la misma dirección. Un valor de -1 muestra una correlación negativa perfecta, significando que las variables se mueven en direcciones opuestas. Un valor de 0 sugiere que no existe una relación lineal entre las variables.

Se puede calcular de la siguiente forma:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n \bar{X} \bar{Y}}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \bar{X}^2 \right]^{1/2} \left[\sum_{i=1}^n Y_i^2 - n \bar{Y}^2 \right]^{1/2}}}$$

Donde:

- X : Puntaje del esposo.
- Y : Puntaje de la esposa.
- n : Número total de pares.
- \bar{X} : Promedio de los puntajes del esposo.
- \bar{Y} : Promedio de los puntajes de la esposa.
- $\bar{X} \times \bar{Y}$: El producto de los promedios de los puntajes del esposo y de la esposa.

Debido a la cantidad de datos, procederemos a calcular cada componente y desglosar la ecuación por partes para una mejor comprensión.

$$n = 10$$

$$\bar{X} = \frac{147 + 158 + 131 + 142 + 183 + 151 + 196 + 129 + 155 + 158}{10} = 155$$

$$\bar{Y} = \frac{122 + 128 + 125 + 123 + 115 + 120 + 108 + 143 + 124 + 123}{10} = 123.1$$

$$\bar{X} \times \bar{Y} = 155 * 123.1 = 19080.5$$

$$\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n \overline{X} \overline{Y} = [147 \cdot 122 - 10 \cdot 19080.5] + [158 \cdot 128 - 10 \cdot 19080.5] + [131 \cdot 125 - 10 \cdot 19080.5] + [142 \cdot 123 - 10 \cdot 19080.5] + [183 \cdot 115 - 10 \cdot 19080.5] +$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n X_i^2 - n \overline{X}^2 &= [147^2 - 10 \cdot 155^2] + [158^2 - 10 \cdot 155^2] + [131^2 - 10 \cdot 155^2] + \\ &[142^2 - 10 \cdot 155^2] + [183^2 - 10 \cdot 155^2] + [151^2 - 10 \cdot 155^2] + \\ &[196^2 - 10 \cdot 155^2] + [129^2 - 10 \cdot 155^2] + [155^2 - 10 \cdot 155^2] + \\ &[158^2 - 10 \cdot 155^2] = 63.11894 \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i^2 - n \overline{Y}^2 = [122^2 - 10 \cdot 123.1^2] + [128^2 - 10 \cdot 123.1^2] + [125^2 - 10 \cdot 123.1^2] + [123^2 - 10 \cdot 123.1^2] + [115^2 - 10 \cdot 123.1^2] + [120^2 - 10 \cdot 123.1^2] +$$

$$\frac{-1372}{[63.11894] \cdot [26.99815]} = -0.8051196$$

Implementación en R

[1] -0.8051197

El coeficiente de Pearson de -0.805 indica una fuerte correlación negativa entre los puntajes de bolos del esposo y de la esposa. En términos prácticos, esto significa que, en general, cuando el puntaje del esposo aumenta, el puntaje de la esposa tiende a disminuir, y viceversa. Sin embargo, es importante recordar que Pearson mide relaciones lineales, por lo que este coeficiente está particularmente enfocado en cómo una variable aumenta o disminuye de manera lineal en relación con la otra.

Coeficiente ρ de Spearman

La correlación de Spearman evalúa cómo se relacionan dos variables basándose en el orden de sus valores, no en su magnitud real. Asigna rangos y utiliza estas posiciones para calcular la asociación, identificando tanto relaciones lineales como no lineales. La muestra de tamaño n , cada observación se representa como un par (X_i, Y_i) . Se asigna un rango $R(X_i)$ a cada X_i , y $R(Y_i)$ a cada Y_i , en función de su posición relativa dentro de los conjuntos de valores de X y Y respectivamente. Para datos no numéricos, los rangos se otorgan basados en categorías de calidad. En caso de empates, se asigna el promedio de rangos correspondiente, un procedimiento alineado con el test de Mann-Whitney.

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n R(x_i)R(y_i) - n \left(\frac{n+1}{2}\right)^2}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n R^2(x_i) - n \left(\frac{n+1}{2}\right)^2\right) \left(\sum_{i=1}^n R^2(y_i) - n \left(\frac{n+1}{2}\right)^2\right)}}$$

Como se puede ver en la tabla de datos, los datos del esposo muestran resultados iguales, debido a que el número 158 aparece en dos ocasiones. Se creó una tabla para ordenar los rangos y manejar la duplicidad del número 158 en las posiciones 7 y 8.

x	y	R(x)	R(y)	R(x)R(y)
147	122	4.0	4.0	16.00
158	128	7.5	9.0	67.50
131	125	3.0	8.0	16.00
142	123	3.0	5.5	16.50
183	115	9.0	2.0	18.00
151	120	5.0	3.0	15.00
196	108	10.0	1.0	10.00
129	143	1.0	10.0	10.00
155	124	6.0	7.0	42.00
158	123	7.5	5.5	41.25

En situaciones donde el valor 158 se presenta múltiples veces, procedemos a reemplazarlo por el promedio de los rangos que debería ocupar, resultando en 7.5 a partir del cálculo $\frac{7+8}{2}$. Así, sustituimos 158 por 7.5 en los lugares que corresponden.

$$\sum_{i=0}^n R^2(X_i) = 4.0^2 + 7.5^2 + 2.0^2 + 3.0^2 + 9.0^2 + 5.0^2 + 10.0^2 + 1.0^2 + 6.0^2 + 7.5^2 = 384.5$$

$$\sum_{i=0}^n R^2(y_i) = 4.0^2 + 9.0^2 + 8.0^2 + 5.5^2 + 2.0^2 + 3.0^2 + 1.0^2 + 10.0^2 + 7.0^2 + 5.5^2 = 384.5$$

$$\sum_{i=0}^n R(x_i)R(y_i) = 16.00 + 67.50 + 16.00 + 16.50 + 18.00 + 15.00 + 10.00 + 10.00 + 42.00 + 41.25 = 252.25$$

$$\frac{252.25 - 10 \left(\frac{10+1}{2} \right)^2}{\sqrt{(384.5 - 10 \left(\frac{10+1}{2} \right)^2) \cdot (384.5 - 10 \left(\frac{10+1}{2} \right)^2)}} = -0.6128049$$

Implementación en R

[1] -0.6128049

El coeficiente ρ de Spearman de -0.613 indica una correlación negativa moderada a fuerte, similar a la de Pearson pero basada en rangos en lugar de valores exactos. Al igual que Kendall, Spearman es más robusto ante datos no normales o la presencia de valores atípicos. Este coeficiente sugiere que, en términos de rangos, existe una tendencia negativa moderada a fuerte entre los puntajes de bolos de la pareja.

Coeficiente τ de Kendall.

El coeficiente τ de Kendall cuantifica la correlación entre dos series de datos examinando la concordancia y la discordancia en el ordenamiento de sus valores. Se obtiene mediante la diferencia entre los números de pares concordantes y discordantes, lo que refleja tanto la intensidad como la dirección de la relación entre las variables.

Cuando se presentan empates, el criterio de comparación es el siguiente: si $X_i = X_j$, la comparación entre estos pares se omite. En cambio, si $Y_i = Y_j$ pero al mismo tiempo $X_i \neq X_j$, entonces dicho par se considera como parcialmente concordante y parcia

$$\tau = \frac{N_c - N_d}{N_c + N'_d}$$

Donde N_c representa el número de pares concordantes y N_d el número de pares discordantes.

Se considera que hay concordancia si $\frac{Y_j - Y_i}{X_j - X_i} > 0$, y discordancia si $\frac{Y_j - Y_i}{X_j - X_i} < 0$. En el caso de que $\frac{Y_j - Y_i}{X_j - X_i} = 0$, el par se clasifica como mitad concordante y mitad discordante. Si $X_i = X_j$, entonces no se realiza ninguna comparación entre los pares. Finalmente, para facilitar el cálculo de N_c (número de coincidencias) y N_d (número de discrepancias), es beneficioso ordenar primero las observaciones (X_i, Y_i) por los valores ascendentes de X y, después, hacer lo mismo con los valores ascendentes de Y . Este procedimiento simplifica la comparación descendente de cada valor de Y . De acuerdo con esta metodología, definimos las reglas siguientes: se asigna un signo + indicando concordancia si $\frac{Y_j - Y_i}{X_j - X_i} > 0$. Si $\frac{Y_j - Y_i}{X_j - X_i} < 0$, entonces se asigna un signo - para señalar discordancia. Cuando $\frac{Y_j - Y_i}{X_j - X_i} = 0$, lo cual indica igualdad perfecta, se asigna un signo 0 que refleja una concordancia y discordancia a partes iguales, añadiendo 0.5 tanto a la cuenta de concordancia como a la de discordancia.

Par (129,143)

$$\begin{array}{l} \frac{129 - 131}{143 - 125} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{129 - 142}{143 - 123} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{129 - 147}{143 - 122} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{129 - 151}{143 - 120} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{129 - 155}{143 - 124} = \frac{-}{+} = - \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{129 - 158}{143 - 123} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{129 - 158}{143 - 128} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{129 - 183}{143 - 115} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{129 - 196}{143 - 108} = \frac{-}{+} = - \end{array}$$

Concordancias=0 Discordancias=9

Par (131,125)

$$\begin{array}{l} \frac{131 - 142}{125 - 125} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{131 - 1123}{125 - 123} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{131 - 147}{125 - 122} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{131 - 151}{125 - 120} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{131 - 155}{125 - 124} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{131 - 158}{125 - 123} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{131 - 158}{125 - 128} = \frac{-}{-} = + \\ \frac{131 - 183}{125 - 115} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{131 - 196}{125 - 108} = \frac{-}{+} = - \end{array}$$

Concordancias=1 Discordancias=7

Par (142,123)

$$\begin{array}{l} \frac{142 - 147}{123 - 122} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{142 - 151}{123 - 120} = \frac{-}{+} = - \\ \frac{142 - 155}{123 - 124} = \frac{-}{-} = + \\ \frac{142 - 158}{123 - 123} = \frac{-}{0} = 0 \\ \frac{142 - 158}{123 - 128} = \frac{-}{-} = + \\ \frac{142 - 183}{123 - 115} = \frac{-}{+} = - \end{array}$$

$$\frac{142 - 196}{123 - 108} = \frac{-}{+} = -$$

Concordancias=2.5 Discordancias=4.5

Par(147,122)

$$\frac{147 - 151}{122 - 120} = \frac{-}{+} = -$$

$$\frac{147 - 155}{122 - 124} = \frac{-}{-} = +$$

$$\frac{147 - 158}{122 - 123} = \frac{-}{-} = +$$

$$\frac{147 - 158}{122 - 128} = \frac{-}{-} = +$$

$$\frac{147 - 183}{122 - 115} = \frac{-}{+} = -$$

$$\frac{147 - 196}{122 - 108} = \frac{-}{+} = -$$

Concordancias=3 Discordancias=3

Par(151,120)

$$\frac{151 - 155}{120 - 124} = \frac{-}{-} = +$$

$$\frac{151 - 158}{120 - 123} = \frac{-}{-} = +$$

$$\frac{151 - 158}{120 - 128} = \frac{-}{-} = +$$

$$\frac{151 - 183}{120 - 115} = \frac{-}{+} = -$$

$$\frac{151 - 196}{120 - 108} = \frac{-}{+} = -$$

Concordancias=3 Discordancias=2

Par(155,124)

$$\frac{155 - 158}{124 - 123} = \frac{-}{+} = -$$

$$\frac{155 - 158}{124 - 128} = \frac{-}{-} = +$$

$$\frac{155 - 183}{124 - 115} = \frac{-}{+} = -$$

$$\frac{155 - 196}{124 - 108} = \frac{-}{+} = -$$

Concordancias=1 Discordancias=3

Par(158,123)

$$\frac{158 - 158}{123 - 128} = \frac{0}{-} = 0$$

$$\frac{158 - 183}{123 - 115} = \frac{-}{+} = -$$

$$\frac{158 - 196}{123 - 108} = \frac{-}{+} = -$$

Concordancias=0.5 Discordancias=2.5

Par(158,128)

$$\frac{158 - 183}{128 - 115} = \frac{-}{+} = -$$

$$\frac{158 - 196}{128 - 108} = \frac{-}{+} = -$$

Concordancias=0 Discordancias=2

Par(183,115)

$$\frac{183 - 196}{115 - 108} = \frac{-}{+} = -$$

Concordancias=0 Discordancias=1

Par(196,108)

Como es el último por ende ambas son cero.

Concordancias=0 Discordancias=0

Tenemos que:

$X_i Y_i$	Pares Concordantes	Pares Discordantes
(129, 143)	0	9
(131, 125)	1	7
(142, 123)	2.5	4.5
(147, 122)	3	3
(151, 120)	3	2
(155, 124)	1	3
(158, 123)	0.5	2.5
(158, 128)	0	2
(183, 115)	0	1
(196, 108)	0	0

$$\tau = \frac{N_c - N_d}{N_c + N_d} = \frac{11 - 34}{11 + 34} = -0,5111111$$

Implementación en R

[1] -0.5227273

El cálculo manual del coeficiente de Tau de Kendall difiere ligeramente del obtenido con R, sin embargo, ambos indican una correlación negativa de intensidad moderada de -0.523 también sugiere una correlación negativa, aunque no tan fuerte como la indicada por Pearson. Kendall mide la concordancia en los ordenamientos de los datos entre dos variables, lo que significa que puntajes más altos de un miembro de la pareja tienden a asociarse con puntajes más bajos del otro miembro, pero con menos énfasis en la linealidad de esa relación. Este coeficiente es útil para entender las tendencias generales en los datos que pueden no ser estrictamente lineales.

Conclusión

Los tres coeficientes muestran una tendencia negativa en la relación entre los puntajes de bolos de la pareja, sugiriendo que no hay una dependencia directa en el sentido de que puntajes altos de uno impliquen puntajes altos del otro; de hecho, la tendencia es lo contrario. Esto podría interpretarse como que cuando uno de los dos tiene un buen día en el juego, el otro tiende a no tenerlo, aunque la interpretación exacta podría variar dependiendo de otros factores no considerados en este análisis.

Prueba de Independencia

Se llevarán a cabo pruebas de hipótesis utilizando las correlaciones de Pearson, Spearman y Kendall para determinar si existe independencia entre los puntajes de bolos de una pareja de esposos.

Prueba de Independencia de Pearson

```
Pearson's product-moment correlation

data:  esposo and esposa
t = -3.8394, df = 8, p-value = 0.004951
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -0.9521021 -0.3559160
sample estimates:
      cor
-0.8051197
```

$H_0 : \rho = 0$ Los puntajes son independientes,

$H_1 : \rho \neq 0$ Los puntajes no son independientes,

$p\text{-valor} = 0.004951 < 0.05$ Rechazamos H_0 ,

Prueba de Independencia de Spearman

Spearman's rank correlation rho

```
data:  esposo and esposa
S = 266.11, p-value = 0.05961
alternative hypothesis: true rho is not equal to 0
sample estimates:
      rho
-0.6128049
```

$H_0 : \rho_s = 0$ Los puntajes son independientes,

$H_1 : \rho_s \neq 0$ Los puntajes no son independientes,

$p\text{-valor} = 0.05961 > 0.05$ No rechazamos H_0 ,

Prueba de Independencia de Kendall

Kendall's rank correlation tau

```
data:  esposo and esposa
z = -2.0737, p-value = 0.03811
alternative hypothesis: true tau is not equal to 0
sample estimates:
      tau
-0.5227273
```

$H_0 : \tau = 0$ Los puntajes son independientes,

$H_1 : \tau \neq 0$ Los puntajes no son independientes,

$p\text{-valor} = 0.03811 < 0.05$ Rechazamos H_0 ,

Al llevar a cabo los análisis de correlación mediante las metodologías de Pearson, Spearman y Kendall, se han obtenido resultados que nos permiten establecer distintas inferencias sobre la relación entre las puntuaciones de los individuos en estudio. El test de Pearson resultó en un p-valor de 0.004951, indicando con claridad la existencia de una correlación lineal negativa significativa y justificando el rechazo de la hipótesis nula de independencia. Por el contrario, el método de Spearman generó un p-valor de 0.05961, que supera el nivel de significación establecido de 0.05, lo cual significa que no hay evidencia suficiente para descartar la hipótesis nula y, por ende, no se puede afirmar la presencia de una relación monótona significativa. En el caso del test de Kendall, el p-valor obtenido fue de 0.03811, que está por debajo del umbral de significancia y sugiere una correlación negativa significativa en términos de rango. Estos hallazgos indican que, según los tests de Pearson y Kendall, las puntuaciones no son independientes y comparten una relación negativa. No obstante, la ausencia de evidencia significativa en la prueba de Spearman para un nivel de confianza del 95% nos insta a considerar la posibilidad de que la naturaleza de los datos o la sensibilidad inherente a cada test puedan influir en la interpretación de la relación entre las variables.

Punto 5

Cada vez que un carro tanqueaba, un dispositivo llevó el control de la cantidad de gasolina en galones puestos en el tanque, y la distancia en millas recorridas, los resultados fueron:

Millas	142	116	194	250	88	157	255	154	43	208
Galones	11.1	5.7	14.2	15.8	7.5	12.5	17.4	8.8	3.4	15.2

- a) Suponga que la EPA estima que el millaje de este carro es 18 millas por galón. Pruebe la hipótesis de que esta cifra se aplica a este carro en particular.

Veamos que en este caso en particular, se determina por variable independiente la cantidad de gasolina, y por variable dependiente la cantidad de millas recorridas

A continuacion determinara si la tasa de consumo de gasolina de este auto es de 18 millas por galón, lo cual es equivalente a probar si la pendiente de la recta de regresión del Consumo de Gasolina respecto a las millas recorridas es dicha cantidad, para lo cual se plantea el siguiente juego de hipotesis:

$$\begin{cases} H_0 : \beta \geq 18 \\ H_1 : \beta < 18 \end{cases}$$

Para calcular dicho valor se procedera a calcular el coeficiente de Spearman entre la variable Galones y los residuos muestrales $u = \text{Millas} - 18x$

A continuacion se calculara el dichas diferencias

x_i	$R(x_i)$	u_i	$R(u_i)$
11.1	5	-57.8	5
5.7	2	13.4	10
14.2	7	-61.6	3
15.8	9	-34.4	7
7.5	3	-47.0	6
12.5	6	-68.0	1
17.4	10	-58.2	4
8.8	4	-4.4	9
3.4	1	-18.2	8
15.2	8	-65.6	2

Con dichos resultados a continuacion se mostraran resultados importantes para el el calculo del coeficiente de Spearman:

$$\sum_{i=1}^{10} R(x_i)R(u_i) = 253, \sum_{i=1}^{10} R(u_i)^2 = 385, \sum_{i=1}^{10} R(x_i)^2 = 385, n\left(\frac{n+1}{2}\right)^2 = 302.5$$

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n R(x_i)R(y_i) - n\left(\frac{n+1}{2}\right)^2}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n R^2(x_i) - n\left(\frac{n+1}{2}\right)^2\right)\left(\sum_{i=1}^n R^2(y_i) - n\left(\frac{n+1}{2}\right)^2\right)}} = \frac{253 - 302.5}{\sqrt{(385 - 302.5)(385 - 302.5)}} = \frac{-49.5}{\sqrt{(82.5)(82.5)}} = -0.6$$

Luego con ρ ya calculado se procede a calcular, a evaluar el juego de hipotesis

Después de obtener el coeficiente de correlación ρ , se procede a realizar una evaluación del juego de hipótesis, mediante el criterio del valor p

$$\text{valor} - p = p(z < \rho\sqrt{9})$$

EL calculo del valor-p es 0.0359303, por tanto es valido afirmar que la tasa de consumo de Gasolina propuesto por la EPA no es consistente con este automovil.

- b) Encuentre un intervalo de confianza del 95 % para la pendiente de la recta obtenida en el numeral anterior. Hagalo a mano.

A continuacion se procedera a encontrar cada pendiente

Pendientes del grupo 1

$$\frac{142 - 116}{11.1 - 5.7} = 4.815$$

$$\frac{142 - 194}{11.1 - 14.2} = 16.774$$

$$\frac{142 - 250}{11.1 - 15.8} = 22.979$$

$$\frac{142 - 88}{11.1 - 7.5} = 15$$

$$\frac{142 - 157}{11.1 - 12.5} = 10.714$$

$$\frac{142 - 255}{11.1 - 17.4} = 17.937$$

$$\frac{142 - 154}{11.1 - 8.8} = -5.2174$$

$$\frac{142 - 43}{11.1 - 3.4} = 12.857$$

$$\frac{142 - 208}{11.1 - 15.2} = 16.098$$

Pendientes del grupo 2

$$\frac{116 - 194}{5.7 - 14.2} = 9.176$$

$$\frac{116 - 250}{5.7 - 15.8} = 13.267$$

$$\frac{116 - 88}{5.7 - 7.5} = -15.556$$

$$\frac{116 - 157}{5.7 - 12.5} = 6.029$$

$$\frac{116 - 255}{5.7 - 17.4} = 11.88$$

$$\frac{116 - 154}{5.7 - 8.8} = 12.258$$

$$\frac{116 - 43}{5.7 - 3.4} = 31.7391$$

$$\frac{116 - 208}{5.7 - 15.2} = 9.684$$

Pendientes del grupo 3

$$\frac{194 - 250}{14.2 - 15.8} = 35$$

$$\frac{194 - 88}{14.2 - 7.5} = 15.821$$

$$\frac{194 - 157}{14.2 - 12.5} = 21.765$$

$$\frac{194 - 255}{14.2 - 17.4} = 19.063$$

$$\frac{194 - 154}{14.2 - 8.8} = 7.407$$

$$\frac{194 - 43}{14.2 - 3.4} = 13.981$$

$$\frac{194 - 208}{14.2 - 15.2} = 14$$

Pendientes del grupo 4

$$\frac{250 - 88}{15.8 - 7.5} = 19.518$$

$$\frac{250 - 157}{15.8 - 12.5} = 28.182$$

$$\frac{250 - 255}{15.8 - 17.4} = 3.125$$

$$\frac{250 - 154}{15.8 - 8.8} = 13.714$$

$$\frac{250 - 43}{15.8 - 3.4} = 16.694$$

$$\frac{250 - 208}{15.8 - 15.2} = 70$$

Pendientes del grupo 5

$$\frac{88 - 157}{7.5 - 12.5} = 13.8$$

$$\frac{88 - 255}{7.5 - 17.4} = 16.869$$

$$\frac{88 - 154}{7.5 - 8.8} = 50.769$$

$$\frac{88 - 43}{7.5 - 3.4} = 10.976$$

$$\frac{88 - 208}{7.5 - 15.2} = 15.584$$

Pendientes del grupo 6

$$\frac{157 - 255}{12.5 - 17.4} = 20$$

$$\frac{157 - 154}{12.5 - 8.8} = 0.811$$

$$\frac{157 - 43}{12.5 - 3.4} = 12.527$$

$$\frac{157 - 208}{12.5 - 15.2} = 18.889$$

Pendientes del grupo 7

$$\frac{255 - 154}{17.4 - 8.8} = 11.744$$

$$\frac{255 - 43}{17.4 - 3.4} = 15.143$$

$$\frac{255 - 208}{17.4 - 15.2} = 21.364$$

Pendientes del grupo 8

$$\frac{154 - 43}{8.8 - 3.4} = 20.556$$

$$\frac{154 - 208}{8.8 - 15.2} = 8.438$$

Pendientes del grupo 9

$$\frac{43 - 208}{3.4 - 15.2} = 13.983$$

Pareja	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
P2 = (116, 5.7)	4.8148								
P3 = (194, 14.2)	16.7742	9.1765							
P4 = (250, 15.8)	22.9787	13.2673	35.0000						
P5 = (88, 7.5)	15.0000	-	15.8209	19.5181					
		15.5556							
P6 = (157, 12.5)	10.7143	6.0294	21.7647	28.1818	13.8000				
P7 = (255, 17.4)	17.9365	11.8803	19.0625	3.1250	16.8687	20.0000			
P8 = (154, 8.8)	-	12.2581	7.4074	13.7143	50.7692	0.8108	11.7442		
	5.2174								
P9 = (43, 3.4)	12.8571	31.7391	13.9815	16.6935	10.9756	12.5275	15.1429	20.5556	
P10 = (208, 15.2)	16.0976	9.6842	14.0000	70.0000	15.5844	18.8889	21.3636	8.4375	13.9831

Veamos que segun tabla A.11 del libro de, cuando $n=10$, el valor de dicho de $W_{0.975} = 21$

$N = 10C2 = 45$, luego

$$r = \frac{1}{2}(N - W_{0.975}) = 0.5(45 - 21) = 12$$

$$s = N + 1 - r = 45 + 1 - 12 = 34$$

Raro esto no esta dando – Kendall {SuppDists}

Un IC al 95% esta dado por: $[S^{(12)}, S^{(34)}] = [10.975, 19.062]$

[1]	-15.5555556	-5.2173913	0.8108108	3.1250000	4.8148148	6.0294118
[7]	7.4074074	8.4375000	9.1764706	9.6842105	10.7142857	10.9756098
[13]	11.7441860	11.8803419	12.2580645	12.5274725	12.8571429	13.2673267
[19]	13.7142857	13.8000000	13.9814815	13.9830508	14.0000000	15.0000000
[25]	15.1428571	15.5844156	15.8208955	16.0975610	16.6935484	16.7741935
[31]	16.8686869	17.9365079	18.8888889	19.0625000	19.5180723	20.0000000
[37]	20.5555556	21.3636364	21.7647059	22.9787234	28.1818182	31.7391304
[43]	35.0000000	50.7692308	70.0000000			

c) Ajuste una recta de regresión lineal usando el método de mínimos cuadrados.

Para aplicar la regresión lineal por mínimos cuadrados, se hará uso de la función `lm` del paquete `stats`, del software estadístico R, para encontrar el ajuste de estos datos

Call:

```
lm(formula = df.5$Millas ~ df.5$Galones)
```

Coefficients:

```
(Intercept)  df.5$Galones
      5.875         13.873
```

d) Obtenga una recta de regresión monótona como la vista en clase. Hagalo a mano y luego usando software.

A continuación se procede a calcular cada la regresión monótona

Tabla 9: Rangos de las variables

x	y	$R(X_i)$	$R(Y_i)$
11.1	142	5	4
5.7	116	2	3
14.2	194	7	7
15.8	250	9	9
7.5	88	3	2
12.5	157	6	6
17.4	255	10	10
8.8	154	4	5

x	y	$R(X_i)$	$R(Y_i)$
3.4	43	1	1
15.2	208	8	8

Veamos que en Tabla 9 se encuentran los rangos de la variable Galones de gasolina(x) y de Millas recorridas(y) con las cuales se procede a estimar el intercepto y la pendiente de la recta de regresion monotona

$$b_2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} R(X_i)R(Y_i) - n((n+1)^2/4)}{\sum_{i=1}^{10} R(X_i)^2 - n((n+1)^2/4)} \quad a_2 = \frac{(1-b_2)(n+1)}{2}$$

Con lo cual se obtiene $y=21.0015 -3.667*x$

Se procede a encontrar la estimacion el rango estimado de y $(\widehat{R(y_i)}) = a_2 + b_2 X$

$$\widehat{R(Y_1)} = 21.0015 -3.667* R(X_1) = 2.666$$

$$\widehat{R(Y_2)} = 21.0015 -3.667* R(X_2) = 13.668$$

$$\widehat{R(Y_3)} = 21.0015 -3.667* R(X_3) = -4.667$$

$$\widehat{R(Y_4)} = 21.0015 -3.667* R(X_4) = -12.002$$

$$\widehat{R(Y_5)} = 21.0015 -3.667* R(X_5) = 10.001$$

$$\widehat{R(Y_6)} = 21.0015 -3.667* R(X_6) = -1$$

$$\widehat{R(Y_7)} = 21.0015 -3.667* R(X_7) = -15.669$$

$$\widehat{R(Y_8)} = 21.0015 -3.667* R(X_8) = 6.334$$

$$\widehat{R(Y_9)} = 21.0015 -3.667* R(X_9) = 17.334$$

$$\widehat{R(Y_{10})} = 21.0015 -3.667* R(X_{10}) = -8.334$$

En el siguiente paso es calacular el rango estimado de y $(\widehat{R(x_i)})$:

$$\widehat{R(x_i)} = \frac{R(y_i) - a_2}{b_2}$$

$$\widehat{R(x_1)} = \frac{4 - 21.0015}{-3.667} = 4.636$$

$$\widehat{R(x_2)} = \frac{3 - 21.0015}{-3.667} = 4.909$$

$$\widehat{R(x_3)} = \frac{7 - 21.0015}{-3.667} = 3.818$$

$$\widehat{R(x_4)} = \frac{9 - 21.0015}{-3.667} = 3.273$$

$$\widehat{R(x_5)} = \frac{2 - 21.0015}{-3.667} = 5.182$$

$$\widehat{R(x_6)} = \frac{6 - 21.0015}{-3.667} = 4.091$$

$$\widehat{R(x_7)} = \frac{10 - 21.0015}{-3.667} = 3$$

$$\widehat{R(x_8)} = \frac{5 - 21.0015}{-3.667} = 4.364$$

$$\widehat{R(x_9)} = \frac{1 - 21.0015}{-3.667} = 5.454$$

$$\widehat{R(x_{10})} = \frac{8 - 21.0015}{-3.667} = 3.546$$

- e) gráfique la funciones de los numerales anteriores en un mismo plano ¿Que puede concluir?
- f) Estime el millaje, para Galones=16.

Apendice de codigo

```
library(tidyverse)
library(knitr)
library(magrittr)
c1 <- c(83,89,89,90,91,91,92,94,96)
c2 <- c(77,78,79,80,81,81,81,82)
df.T <- data.frame(Tr=c(rep("c1", times=length(c1)),
                        rep("c2", times=length(c2))),
                  tem=c(c1, c2))
#asignación de rangos de menor a mayor, con promedio de iguales
R <- rank(df.T$tem, ties.method = "average")
#tabla con resultados
ranked <- cbind(df.T,R)
k <- arrange(ranked,R)

wilcox.test(c1,c2,correct = T,alternative = 'g')
library(dplyr)

# Datos de asertividad
primogenitos <- c(18, 8, 4, 21, 28, 32, 10)
segundos <- c(18, 12, 3, 24, 22, 1, 14)
terceros <- c(7, 19, 2, 30, 18, 5)

# Crear un dataframe combinado con todos los datos
```



```

datos <- data.frame(
  asertividad = c(primogenitos, segundos, terceros),
  orden_nacimiento = factor(c(rep("Primogénito", length(primogenitos)),
                                rep("Segundo", length(segundos)),
                                rep("Tercero", length(terceros))))
)
# Combinar todos los datos en un vector único
todos_los_datos <- c(primogenitos, segundos, terceros)

# Crear un vector de grupo correspondiente
grupo <- factor(c(rep("Primogénito", length(primogenitos)),
                  rep("Segundo", length(segundos)),
                  rep("Tercero", length(terceros))))

# Calcular los rangos de todas las observaciones
rangos <- rank(todos_los_datos)

# Calcular la suma de rangos para cada grupo
suma_rangos <- tapply(rangos, grupo, sum)

# Número total de observaciones
N <- length(todos_los_datos)

# Calcular el estadístico de Kruskal-Wallis
EP <- (12 / (N * (N + 1))) * sum(suma_rangos^2 / table(grupo)) - 3 * (N + 1)

# Mostrar el estadístico de prueba
EP

# Realizar la prueba de Kruskal-Wallis

kruskal_test <- kruskal.test(asertividad ~ orden_nacimiento, data = datos)

print(kruskal_test)

if(kruskal_test$p.value < 0.05) {
  cat("Hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula. Existen diferencias significativas")
} else {
  cat("No hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula. No se observan diferencias significativas")
}

library(ggplot2)

```

```

ggplot(datos, aes(x = orden_nacimiento, y = asertividad, fill = orden_nacimiento)) +
  geom_boxplot() +
  labs(title = "Asertividad según orden de nacimiento",
       x = "Orden de nacimiento",
       y = "Puntuación de asertividad") +
  theme_minimal() +
  scale_fill_brewer(palette = "Pastel1") +
  theme(legend.title = element_blank())

ggplot(datos, aes(x = asertividad, fill = orden_nacimiento)) +
  geom_density(alpha = 0.75) + # Ajusta la transparencia con 'alpha'
  labs(title = "Distribución de asertividad según orden de nacimiento",
       x = "Puntuación de asertividad",
       y = "Densidad") +
  theme_minimal() +
  scale_fill_brewer(palette = "Pastel1") +
  theme(legend.title = element_blank())

esposos <- c(147, 158, 131, 142, 183, 151, 196, 129, 155, 158)
esposas <- c(122, 128, 125, 123, 115, 120, 108, 143, 124, 123)
cor_pearson <- cor(esposos, esposas, method = "pearson")
cor_pearson
cor_spearman <- cor(esposos, esposas, method = "spearman")
cor_spearman
cor_kendall <- cor(esposos, esposas, method = "kendall")
cor_kendall
pearson <- cor.test(esposos, esposas, method="pearson")
print(pearson)
spearman <- cor.test(esposos, esposas, method="spearman")
print(spearman)
kendall <- cor.test(esposos, esposas, method="kendall")
print(kendall)
# dataframe
df.5 <- data.frame(
  Millas = c(142, 116, 194, 250, 88, 157, 255, 154, 43, 208),
  Galones = c(11.1, 5.7, 14.2, 15.8, 7.5, 12.5, 17.4, 8.8, 3.4, 15.2)
)
n <- length(df.5$Galones)
u <- df.5$Millas-18*df.5$Galones
Ru <- rank(u)
Rx <- rank(df.5$Galones)
k <- cbind(df.5$Galones,Rx,u,Ru) %>% kable(format = 'markdown')
j <- 1 ## pareja de comparacion

```

```

h <- numeric(9)
g <- numeric(9)
y <- numeric(9)
x <- numeric(9)
for (i in j+1:10){h[i] <- paste(df.5$Galones[j], '-', df.5$Galones[i])
                    g[i] <- paste(df.5$Millas[j], '-', df.5$Millas[i])
                    y[i] <- df.5$Millas[j]-df.5$Millas[i]
                    x[i] <- df.5$Galones[j]-df.5$Galones[i]
}

j <- 2 ## pareja de comparacion
h <- numeric(9)
g <- numeric(9)
y <- numeric(9)
x <- numeric(9)
for (i in j+1:10){h[i] <- paste(df.5$Galones[j], '-', df.5$Galones[i])
                    g[i] <- paste(df.5$Millas[j], '-', df.5$Millas[i])
                    y[i] <- df.5$Millas[j]-df.5$Millas[i]
                    x[i] <- df.5$Galones[j]-df.5$Galones[i]
}

j <- 3 ## pareja de comparacion
h <- numeric(9)
g <- numeric(9)
y <- numeric(9)
x <- numeric(9)
for (i in j+1:10){h[i] <- paste(df.5$Galones[j], '-', df.5$Galones[i])
                    g[i] <- paste(df.5$Millas[j], '-', df.5$Millas[i])
                    y[i] <- df.5$Millas[j]-df.5$Millas[i]
                    x[i] <- df.5$Galones[j]-df.5$Galones[i]
}

j <- 4 ## pareja de comparacion
h <- numeric(9)
g <- numeric(9)
y <- numeric(9)
x <- numeric(9)
for (i in j+1:10){h[i] <- paste(df.5$Galones[j], '-', df.5$Galones[i])
                    g[i] <- paste(df.5$Millas[j], '-', df.5$Millas[i])
                    y[i] <- df.5$Millas[j]-df.5$Millas[i]
                    x[i] <- df.5$Galones[j]-df.5$Galones[i]
}

j <- 5 ## pareja de comparacion

```

```

h <- numeric(9)
g <- numeric(9)
y <- numeric(9)
x <- numeric(9)
for (i in j+1:10){h[i] <- paste(df.5$Galones[j], '-', df.5$Galones[i])
                    g[i] <- paste(df.5$Millas[j], '-', df.5$Millas[i])
                    y[i] <- df.5$Millas[j]-df.5$Millas[i]
                    x[i] <- df.5$Galones[j]-df.5$Galones[i]
}

j <- 6 ## pareja de comparacion
h <- numeric(9)
g <- numeric(9)
y <- numeric(9)
x <- numeric(9)
for (i in j+1:10){h[i] <- paste(df.5$Galones[j], '-', df.5$Galones[i])
                    g[i] <- paste(df.5$Millas[j], '-', df.5$Millas[i])
                    y[i] <- df.5$Millas[j]-df.5$Millas[i]
                    x[i] <- df.5$Galones[j]-df.5$Galones[i]
}

j <- 7 ## pareja de comparacion
h <- numeric(9)
g <- numeric(9)
y <- numeric(9)
x <- numeric(9)
for (i in j+1:10){h[i] <- paste(df.5$Galones[j], '-', df.5$Galones[i])
                    g[i] <- paste(df.5$Millas[j], '-', df.5$Millas[i])
                    y[i] <- df.5$Millas[j]-df.5$Millas[i]
                    x[i] <- df.5$Galones[j]-df.5$Galones[i]
}

j <- 8 ## pareja de comparacion
h <- numeric(9)
g <- numeric(9)
y <- numeric(9)
x <- numeric(9)
for (i in j+1:10){h[i] <- paste(df.5$Galones[j], '-', df.5$Galones[i])
                    g[i] <- paste(df.5$Millas[j], '-', df.5$Millas[i])
                    y[i] <- df.5$Millas[j]-df.5$Millas[i]
                    x[i] <- df.5$Galones[j]-df.5$Galones[i]
}

j <- 9 ## pareja de comparacion

```

```

h <- numeric(9)
g <- numeric(9)
y <- numeric(9)
x <- numeric(9)
for (i in j+1:10){h[i] <- paste(df.5$Galones[j], '-',df.5$Galones[i])
                    g[i] <- paste(df.5$Millas[j], '-',df.5$Millas[i])
                    y[i] <- df.5$Millas[j]-df.5$Millas[i]
                    x[i] <- df.5$Galones[j]-df.5$Galones[i]
}

j <- 1 ## pareja de comparacion
comparar <- function(j){
y <- numeric(9)
x <- numeric(9)
for (i in seq(j+1,10,1)){
                    y[i] <- df.5$Millas[j]-df.5$Millas[i]
                    x[i] <- df.5$Galones[j]-df.5$Galones[i]
}

                    return(y/x)
}

c1 <- comparar(1)
c2 <- comparar(2)
c3 <- comparar(3)
c4 <- comparar(4)
c5 <- comparar(5)
c6 <- comparar(6)
c7 <- comparar(7)
c8 <- comparar(8)
c9 <- comparar(9)
k <- c(c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,c9)
k <- k[complete.cases(k)]
#cbind(c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,c9) %>% kable(format = 'markdown')
sort(k)
lm(df.5$Millas~df.5$Galones)
nd <- data.frame(x=df.5$Galones,y=df.5$Millas,
                  Rx=rank(df.5$Galones),Ry=rank(df.5$Millas))
n <- length(df.5$Millas)
b2 <- function(Rx,Ry,n){
numerator <- sum(Rx*Ry) - n * ((n + 1)^2 / 4)
denominator <- sum(Rx^2) - n * ((n + 1)^2 / 4)

# Calculate b2
b2 <- numerator / denominator
return(b2)

```

```

}
a2 <- function(b2,n){
  numerator <- (1-b2)*(n-1)

  a2 <- numerator /2
  return(a2)
}
lmp <- function(x,a2,b2){
  return(a2+b2*x)
}
lmp <- Vectorize(lmp)
b2 <- round(b2(nd$Rx,nd$Ryn,n),3)
a2 <- a2(b2,n)

```

Bibliografía