Démarche statistique Premiers pas avec R

David Causeur Agrocampus Ouest IRMAR CNRS UMR 6625

http://math.agrocampus-ouest.fr/infoglueDeliverLive/membres/david.causeur

Objectifs d'apprentissage

A la fin de ce module, vous serez capables :

- d'aborder les problèmes les plus courants d'analyse de données;
- d'argumenter le choix de procédures d'analyse;
- d'évaluer les performances d'une règle de décision statistique;
- de mettre en œuvre une démarche d'analyse de données avec R.

Evaluation (voir aussi document distribué)

- Deux courts contrôles continus des connaissances 50%
- Etude de cas 50%

- R couvre un large panel de domaines d'application;
- R est libre ;
- Connaître R est très souvent exigé dans les offres d'emploi;

Ressources

- Télécharger
- Télécharger Studio

Plan

- 1 Effet à l'échelle d'une population
- 2 Décider à partir de données
- Comparaison de groupes
 Analyse de variance à un facteur
 Estimation des paramètres d'effet
 Test de Fisher
 Le cas particulier de la comparaison de 2 groupes
 Décrire un effet groupe
 Test avec des données appariées
- 4 Effet linéaire



La principale problématique en analyse de données :

'y-a-t'il un effet de ceci sur cela?'

- le groupe sanguin influence-t'il la susceptibilité à la COVID 19?
- L'augmentation de la dose d'un médicament modifie-t'elle la tension artérielle?
- La concentration en azote dans le sol a-t'elle un impact sur le rendement des cultures?
- Le genre du consommateur est-il un déterminant de sa propension à acheter un produit?

La principale problématique en analyse de données :

'y-a-t'il un effet de ceci sur cela?'

Example illustratif: Le pourcentage de viande maigre (**LMP** pour Lean Meat Percentage) d'un porc détermine sa valeur commerciale. Il est mesuré *indirectement* par des épaisseurs de tissus gras et maigres.

- Dans quelle mesure les épaisseurs de tissus prédisent-elles le LMP?
- Les épaisseurs de tissus dépendent-elles du type génétique?

On identifie deux types de variables :

- la variable réponse Y,
- la variable explicative X.

... les variations de Y pouvant dépendre des variations de X

'X a un effet sur Y'

peut être formulé mathématiquement par

'la distribution de Y parmi les individus ayant la même valeur x de X dépend de la valeur x'.

On identifie deux types de variables :

- la variable réponse Y,
- la variable explicative X.

... les variations de Y pouvant dépendre des variations de X

'Le type génétique a un effet sur l'épaisseur de gras'

peut être formulé mathématiquement par

'les distributions de l'épaisseur de gras diffèrent selon le type génétique'.

Données

Données : observations $(x_i, y_i)_{i=1,...,n}$ de X et Y, avec $n \ge 2$

Échantillon: ensemble des n individus pour lesquels on dispose des observations $(x_i, y_i)_{i=1,...,n}$, où $n \ge 2$ est la **taille d'échantillon**.

Importation de données dans R

Statistique inférentielle : méthodologie statistique visant à décider pour une population à partir d'un échantillon.

... suppose que l'échantillon est représentatif d'une population plus large.

Description statistique

L'analyse exploratoire des données vise à décrire un effet par la synthèse orientée de données :

- par des représentations graphiques
- par des résumés statistiques

... permet de construire des hypothèses de travail sur la nature d'un effet.

Nature des variables

La distribution d'une variable aléatoire dépend de sa nature,

- soit quantitative/numérique : mesurée sur une échelle continue ou discrète (LMP, épaisseurs tissulaires, ...)
- soit qualitative/catégorielle : qui définit des sous-groupes de la population (sexe, type génétique, ...)

... parfois ambigu ... par exemple pour le nombre d'enfants.

Plan

- 1 Effet à l'échelle d'une population
- 2 Décider à partir de données
- Comparaison de groupes
 Analyse de variance à un facteur
 Estimation des paramètres d'effet
 Test de Fisher
 Le cas particulier de la comparaison de 2 groupes
 Décrire un effet groupe
- 4 Effet linéaire

L'effet de X sur Y est **significatif** si l'analyse des données conclut à l'existence de cet effet à l'échelle de la population.

Erreurs de decision

Deux types d'erreurs inhérentes à la prise de décision :

- Type I : déclarer un effet significatif alors qu'il n'existe pas à l'echelle de la population.
- Type II : déclarer un effet non-significatif alors qu'il existe à l'echelle de la population.

On dit aussi:

- Type I: faux positif.
- Type II : faux négatif.

Erreurs de décision

Les deux types d'erreur sont antagonistes :

- Règle de décision libérale : l'effet est déclaré significatif même s'il est peu évident
 - ... le risque de l'erreur de type I est alors grand et le risque de l'erreur de type II est faible.
- Règle de décision conservative : l'effet n'est déclaré significatif que s'il est très évident
 - ... le risque de l'erreur de type I est alors faible et le risque de l'erreur de type II est grand.

Règle de décision conservative

Objectif principal : faible risque de l'erreur de type I

Deux hypothèses asymétriques :

H₀: l'effet n'existe pas à l'échelle de la population
 H₁: l'effet existe à l'échelle de la population

H₀, **hypothèse nulle**, n'est rejetée que s'il est évident que les observations ne sont pas en cohérence avec elle.

The null hypothesis is never proved or established, but is possibly disproved, in the course of experimentation (R.A. Fisher, 'The Design of Experiments', 1935).

Règle de décision conservative

Test de H₀ : règle de rejet ou non de H₀ à partir des données.

- **Statistique de test** *T*. Elle mesure l'effet : plus l'effet est évident, plus la valeur de *T* est grande.
- Distribution de T sous H₀.
 Supposez que P_{H₀}(T ≥ 2) ≤ 0.05, alors observer que T = 3 doit conduire à rejeter H₀.
- p-value du test : la probabilité, calculée sous l'hypothèse nulle, que la statistique de test soit plus grande que la valeur observée de T.

Si la **p-value** est plus petite qu'un seuil α (le plus souvent α = 0.05), alors l'effet est significatif **au seuil** α .

 α : seuil ou niveau du test.

Trois clés pour un test statistique

Rendez-vous en terre inconnue : vous prenez un vol pour une destination inconnue, les yeux bandés.

- Votre hypothèse (H₀): la destination finale est la Bretagne;
- A votre arrivée, vous évaluez la température extérieure (statistique de test) à 40°;
- Cette observation, T = 40°, est-elle en cohérence avec votre hypothèse (test de l'hypothèse nulle)?
- Vous savez aussi que la probabilité que la température excède 40° en Bretagne est très faible (distribution de T sous l'hypothèse nulle).
- Votre conclusion : rejet de l'hypothèse nulle.

Plan

- Effet à l'échelle d'une population
- Décider à partir de données
- 3 Effet 'groupe'

Comparaison de groupes
Analyse de variance à un facteur
Estimation des paramètres d'effet
Test de Fisher
Le cas particulier de la comparaison de 2 groupes
Décrire un effet groupe
Test avec des données appariées

4 Effet linéaire

Description de différences entre groupes

'X a un effet sur Y'

peut être reformulé par

'la distribution de Y parmi les individus d'un même groupe diffère selon le groupe'.

Description statistique d'un effet groupe dans R

Description de différences entre groupes

Moyenne et **médiane** sont des indicateurs de la position d'une série x_1, \ldots, x_n sur l'axe réel.

La **moyenne** de (x_1, \ldots, x_n) est définie par :

$$\bar{X} = \frac{X_1 + \ldots + X_n}{n}.$$

La médiane est définie de manière moins explicite :

médiane
$$(x) \in [x_{(n/2)}; x_{(n/2+1)}]$$
 si n est pair, médiane $(x) = x_{((n+1)/2)}$ si n est impair,

où $(x_{(1)}, \ldots, x_{(n)})$ est la série triée par ordre croissant.

Moyenne et médiane dans R

Effet 'groupe'

Description de différences entre groupes

Le **quantile** d'ordre α de (x_1, \dots, x_n) est défini par :

$$q_{\alpha}(x) \in [x_{(i)}; x_{(i+1)}], \text{ si } \alpha < 0.5$$

 $q_{\alpha}(x) \in]x_{(i-1)}; x_{(i)}], \text{ si } \alpha > 0.5$

où i est le plus petit entier entre 1 et n tel que plus de $100\alpha\%$ d'éléments de la série sont inféreurs à $x_{(i)}$

Quantiles dans R

Effet 'groupe'

Description de différences entre groupes

L'écart-type est défini par :

$$s_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}.$$

Plus s_x est grand, plus la série est dispersée autour de \bar{x} .

Variance s_x^2 : *presque* la moyenne des carrés des écarts $x_i - \bar{x}$.

Pourquoi divise-t'on par n-1 et pas par n?

... $x_i - \bar{x}$ contient (n-1) écarts linéairement indépendants.

On dit que $(x_1 - \bar{x}, \dots, x_n - \bar{x})$ a n - 1 degrés de liberté.

Ecart-type dans R

Description de différences entre groupes

Boîte de dispersion dans R

Une **boîte de dispersion** résume la répartition de valeurs numériques par les éléments graphiques suivants :

- la boîte, dont la limite inférieure est q_{0.25} et la limite supérieure est $q_{0.75}$. Un segment tracé dans la boîte localise la médiane :
- la moustache inférieure, qui s'étend jusqu'à la plus petite valeur moins éloignée que 1.5 × IQR de la médiane:
- la moustache supérieure, qui s'étend jusqu'à la plus grande valeur moins éloignée que $1.5 \times IQR$ de la médiane:
- des points isolés pour chaque valeur en dehors des limites des moustaches.

Description de différences entre groupes

On en déduit que les types génétiques se différencient essentiellement par leur épaisseur moyenne de gras dorsal.

... peut-être $P_0 > P_{25} \approx P_{50}$?

Plan

- 1 Effet à l'échelle d'une population
- 2 Décider à partir de données
- Comparaison de groupes
 Analyse de variance à un facteur
 Estimation des paramètres d'effet
 Test de Fisher
 Le cas particulier de la comparaison de 2 groupes
 Décrire un effet groupe
- 4 Effet linéaire