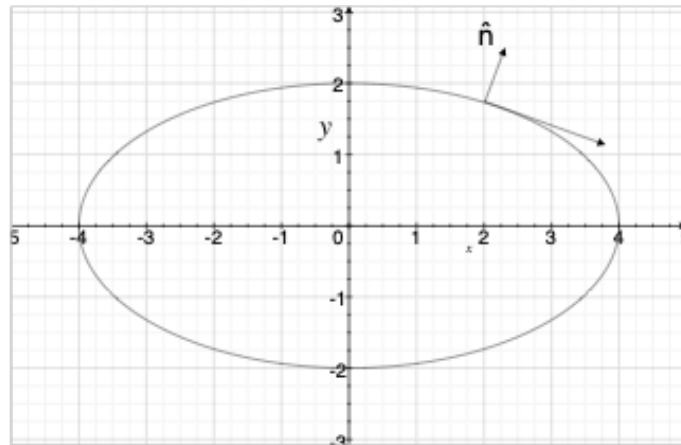


Devoir #8

A remettre jeudi 9 décembre

1. Calculez le flux du champ vectoriel $\mathbf{v} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ à travers une surface A qui est un disque de rayon $r = 1$ perpendiculaire à l'axe des x positionné à l'origine.
2. Vérifiez le théorème de la divergence en calculant $\int_V \nabla \cdot \mathbf{v} dV$ et $\int_S \hat{n} \cdot \mathbf{v} dA$ et en montrant qu'ils sont égaux:
 1. $\mathbf{v} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ pour le prisme rectangulaire $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 3$, $0 \leq z \leq 2$.
3. Si \mathcal{S} est une surface lisse, fermée, orientée qui limite le volume V , montrez que:
 1. $\int_{\mathcal{S}} \hat{n} dA = \mathbf{0}$. Indice: calculez $\int_{\mathcal{S}} \hat{n} \cdot \mathbf{a} dA = \mathbf{0}$ pour tout vecteur constant \mathbf{a} .
 2. $\int_{\mathcal{S}} \hat{n} \cdot (x\hat{i}) dA = V$.
4. Calculez l'intégrale de ligne $\int_C \mathbf{v} \cdot d\mathbf{R}$ avec $\mathbf{v} = xz^2\hat{i} - 3\hat{j} + 2y\hat{k}$ pour la ligne brisée \mathcal{C} connectant les deux points $(1, 1, 1)$ et $(1, 2, 3)$, et ensuite qui connecte avec $(3, 2, 1)$.
5. Montrez que dans un champ gravitationnel, le travail (i.e. l'énergie nécessaire définie comme $W = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{R}$) pour amener une particule du point A au point B ne dépend pas de la trajectoire prise. *Indice: allez lire le Theoreme 16.10.1, et montrez que le champ de force gravitationnelle total d'une somme de masses est toujours irrotationnel.*

6. Tangente et normale: Soit une ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$:

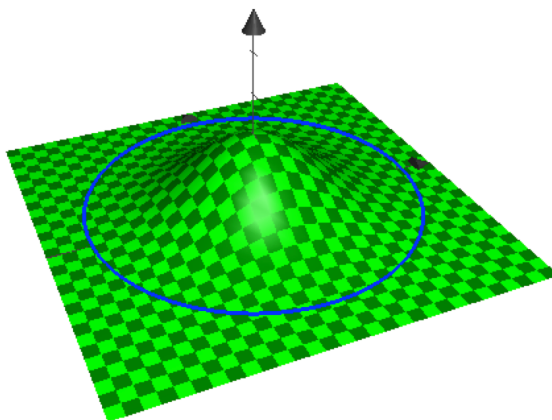


Un exemple de courbe

a) Obtenez la pente $\frac{dy}{dx}$ à $x = a/2$ pour la partie où y est positif.

b) Obtenez un vecteur normal (i.e. perpendiculaire) à la courbe à $x = a/2$ pour la partie où y est positif. *Indice:* vous pouvez supposer que cette ellipse est une courbe de niveau d'un champ scalaire en 2D.

7. Soit une gaussienne $f(x) = e^{-x^2-y^2}$. Si vous considérez un disque de rayon 2 autour de cette gaussienne, quelle est l'aire de cette surface bombée ?



8. Question qui ne vaut aucun point: Laurent Duvernay Tardif dans le devoir #7 a atterri au centre du terrain de football du PEPS. Vrai ou Faux?