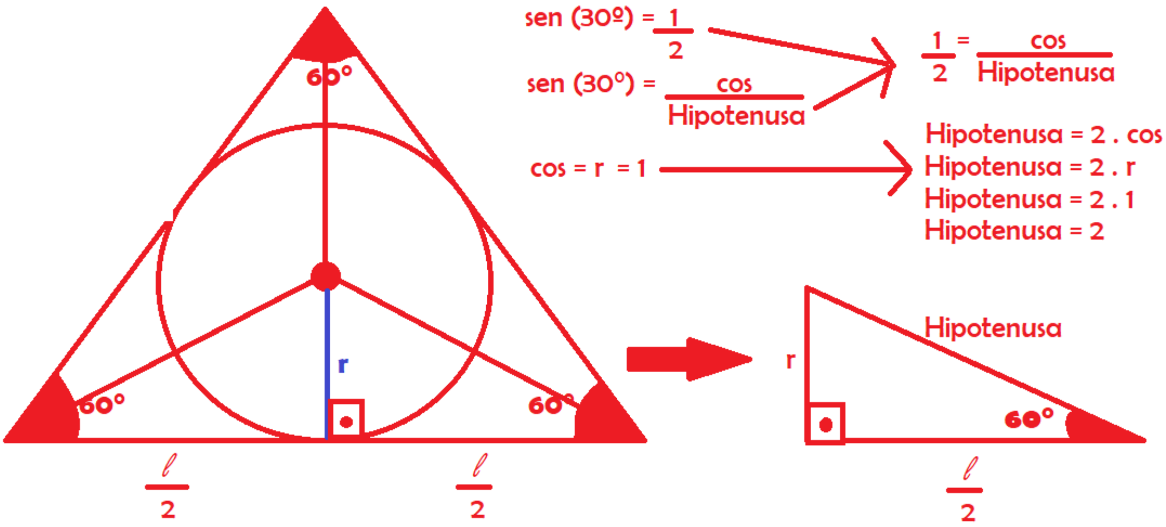
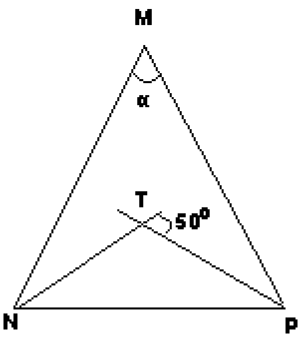
DANIEL GONÇALVES RIBEIRO – CB 301552-1
Geometria Plana – Lugar Geométrico e Pontos Notáveis do triângulo
Tarefa Básica

01. (PUC-SP) – Uma circunferência de raio unitário tangencia os lados de um ângulo de 60º. A distância entre o centro dessa circunferência e o vértice do ângulo é igual a:

(A) 1
(B) $\sqrt{2}$
(C) $\sqrt{3}$
(D) 2
(E) $\sqrt{5}$



02. (MACK) – Se, na figura, T é o incentro do triângulo MNP, a medida do ângulo α é:



(A) 45º
(B) 50º
(C) 60º
(D) 70º
(E) 80º

O ângulo NTP vale:
180° - 50° = 130°

A soma dos ângulos internos do triangulo é 180°, portanto:
NTP + TPN + PNT = 180
130° + TPN + PNT = 180
TPN + PNT = 180° - 130°
TPN + PNT = 50°

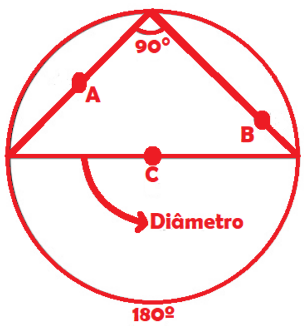
A bissetriz divide por dois o ângulo do vértice do triangulo, portanto:

TPN é metade de MNP
MNP + NPM = 2.(TPN + PNT)
MNP + NPM = 2.(50°)
MNP + NPM = 100°

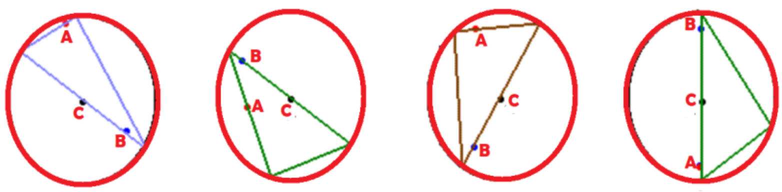
PNT é metade de NPM
NMP + MNP + NPM = 180°
NMP + 100° = 180°
NMP = 180° - 100°

03. (UNESP) – Sejam A, B e C, pontos distintos no interior de um círculo, sendo C o centro do mesmo. Se construirmos um triângulo inscrito no círculo com um lado passando por A, o outro por B e o outro por C podemos afirmar que este triângulo:

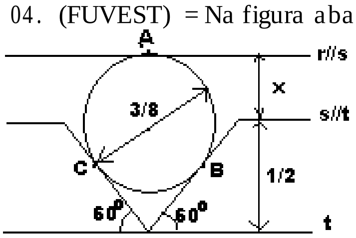
(A) é acutângulo
(B) é retângulo
(C) é obtusângulo
(D) não é isósceles
(E) pode ser eqüilátero

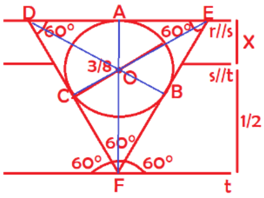


Todo triângulo inscrito em uma semi circunferência é retângulo,
Veja a seguir:



04. (FUVEST) = Na figura abaixo, A, B e C são pontos de tangência. Então, x vale:





Barricentro

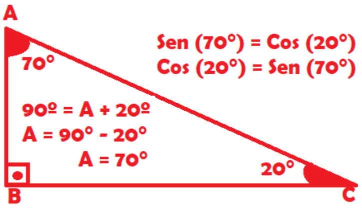
D = 2r
r = D/2
r = (3/8)/2
r = 3/16

h = 3r e h = x + 1/2
h = 3r 9/16 = x + 1/2
h = 3.(3/16) x = 9/16 - 1/2
h = 9/16 x = 18/32 - 16/32
x = 2/32
x = 1/16

(A) 3/16
(B) 1/8
(C) 3/32
(D) 1/32
(E) 1/16

05.(FUVEST) – A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 20cm. E um dos ângulos, 20º.

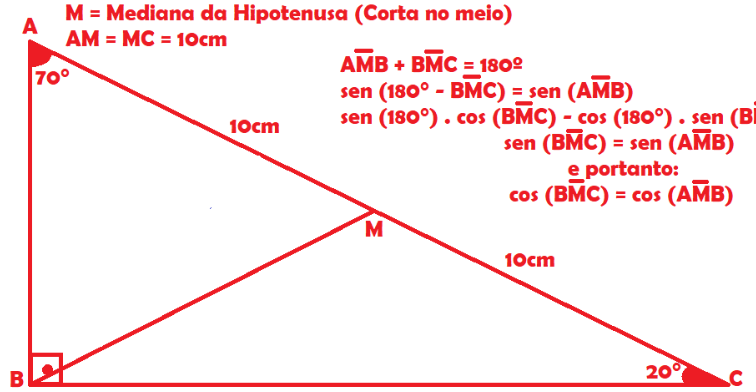
a) Qual a medida da mediana relativa à hipotenusa?



Sen (70°) = Cos (20°)
Cos (20°) = Sen (70°)

90º = A + 20º
A = 90° - 20°
A = 70°

M = Mediana da Hipotenusa (Corta no meio)
AM = MC = 10cm



$A\overline{M}B + B\overline{M}C = 180º$
sen (180° - $B\overline{M}C$) = sen ($A\overline{M}B$)
sen (180°) . cos ($B\overline{M}C$) - cos (180°) . sen ($B\overline{M}C$) = sen ($A\overline{M}B$)
sen ($B\overline{M}C$) = sen ($A\overline{M}B$)
e portanto:
cos ($B\overline{M}C$) = cos ($A\overline{M}B$)

Cosseno para triângulo ABM:

$AB^2 = AM^2 + BM^2 - 2 . AM . BM . \cos(A\overline{M}B)$

$(20 . \cos(70°))^2 = 10 + BM^2 - 2 . 10 . BM . \cos(A\overline{M}B)$

$400 . \cos^2(70°) = 100 + BM^2 - 20 . BM . \cos(A\overline{M}B)$

Cosseno para triângulo ABM:

$BC^2 = MC^2 + BM^2 - 2 . MC . BM . \cos(B\overline{M}C)$

$(20 . \text{sen}(70°))^2 = 10 + BM^2 - 2 . 10 . BM . \cos(A\overline{M}B)$

$400 . \text{sen}^2(70°) = 100 + BM^2 - 20 . BM . \cos(A\overline{M}B)$

$400 . \cos^2(70°) + 400 . \text{sen}^2(70°) = 100 + BM^2 - 20 . BM . \cos(A\overline{M}B) + 100 + BM^2 + 20 . BM . \cos(A\overline{M}B)$

$400 . (\cos^2(70°) + \text{sen}^2(70°)) = 200 + 2 . BM^2$

$400 = 200 + 2 . BM^2$

$BM = \sqrt{\frac{200}{2}}$

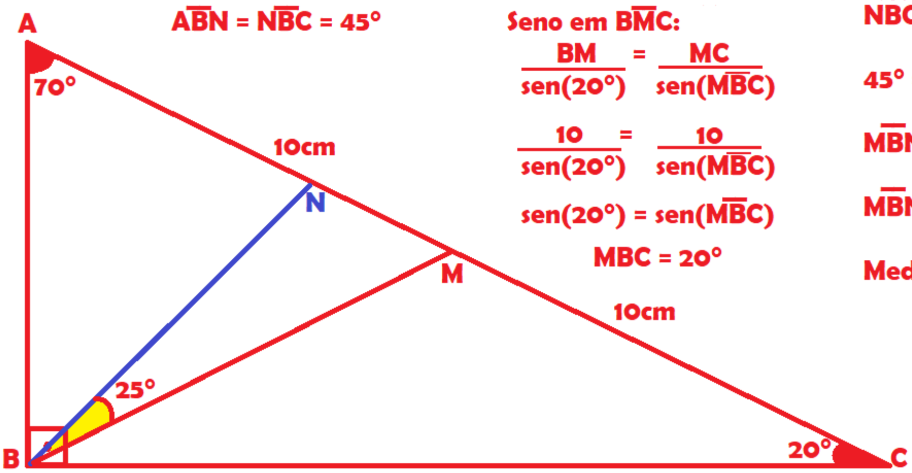
$BM = \sqrt{100}$

BM = 10 cm

Mediana = 10cm

b) Qual a medida do ângulo formado por essa mediana e pela bissetriz do ângulo reto?

$A\overline{B}N = N\overline{B}C = 45°$



Seno em $B\overline{M}C$:

$\frac{BM}{\text{sen}(20°)} = \frac{MC}{\text{sen}(M\overline{B}C)}$

$\frac{10}{\text{sen}(20°)} = \frac{10}{\text{sen}(M\overline{B}C)}$

$\text{sen}(20°) = \text{sen}(M\overline{B}C)$

MBC = 20°

$N\overline{B}C = M\overline{B}N + M\overline{B}C$

$45° = M\overline{B}N + 20°$

$M\overline{B}N = 45º - 20º$

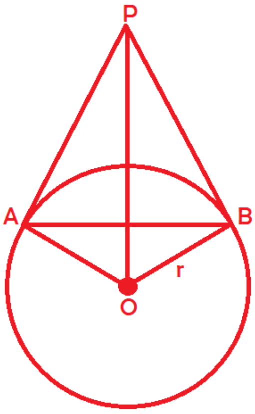
$M\overline{B}N = 25º$

Medida do ângulo da Bissetriz

25º

06. (FUVEST) – Uma circunferência tem centro O e raio r. Duas retas distintas passam por um ponto P esão tangentes à circunferência nos pontos A e B. Se o triângulo PAB é eqüilátero, então PO vale:

(A) 2/3
(B) r $\sqrt{2}$
(C) 2r



$A\overline{P}B = B\overline{P}A = P\overline{A}B = 60^\circ$ (Triângulo Equilátero)

$O\overline{P}B = O\overline{P}A = 30^\circ$

Triângulo retângulo OAP:

sen $O\overline{P}A = \frac{OA}{PO}$ ou seja $\frac{1}{2} = \frac{r}{PO}$

$PO = 2r$

Respostas da Tarefa Básica

01. (D)
02. (E)
03. (B)
04. (E)
05. a) 10 cm b) 25º
06. (C)