

Machine Learning Homework Week 1

Dat Nguyen Ngoc

August 2022

1 Problem 1

Y	y_1	0.01	0.02	0.03	0.1	0.1
	y_2	0.05	0.1	0.05	0.07	0.2
	y_3	0.1	0.05	0.03	0.05	0.04
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
		X				

Solution

a, The marginal distributions $p(x)$ and $p(y)$

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
P	0,16	0,17	0,11	0,22	0,34

Y	y_1	y_2	y_3
P	0,26	0,47	0,27

b, The conditional distributions $P(x|Y = y_1)$ and $P(x|Y = y_3)$

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$P(X Y=0,26)$	0,385	0,192	0,115	0,192	0,1538

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$P(X Y=0,27)$	0,37	0,185	0,111	0,185	0,148

2 Problem 2

Solution

$$E_y[E_x[x|y]] = \int E_x[x|y]p(y)dy \quad (1)$$

$$= \int \left(\int xp(x|y)dx \right) p(y)dy \quad (2)$$

$$= \int \int xp(x|y)p(y)dx dy \quad (3)$$

$$= \int \int xp(x, y)dx dy \quad (4)$$

$$= \int xp(x)dx = E[x] \quad (5)$$

3 Problem 3

Solution

Coi X là biến cố "Người được phỏng vấn dùng sản phẩm X"

Coi Y là biến cố "Người được phỏng vấn dùng sản phẩm Y"

Như vậy từ đề bài ta có: $P(X)=0,207$, $P(Y)=0,5$, $P(X|Y)=0,365$.

a, Xác suất để 1 người được phỏng vấn dùng cả X và Y là:

$$P(XY) = P(Y)P(X|Y) = 0,5 \cdot 0,365 = 0,1825 = 18,25\%$$

b, Xác suất để 1 người được phỏng vấn dùng Y nhưng không dùng X sẽ là:

$$\frac{P(\bar{X}|Y)P(Y)}{P(\bar{X})} = \frac{P(\bar{X}|Y)P(Y)}{P(\bar{X})} = \frac{(1 - 0,365) \cdot 0,5}{1 - 0,207} = 0,4004 = 40,04\%$$

4 Problem 4

Solution

$$V(X) = E[(X - E[X])^2] \quad (6)$$

$$V(X) = E[(X - E[X])(X - E[X])] \quad (7)$$

$$V(X) = E[X^2 - 2XE[X] - (E[X])^2] \quad (8)$$

$$V(X) = E[X^2] - 2E[XE[X]] + E[(E[X])^2] \quad (9)$$

$$V(X) = E[X^2] - 2E[X]E[X] + (E[X])^2 \cdot E[1] \quad (10)$$

$$V(X) = E[X^2] - 2(E[X])^2 + (E[X])^2 \quad (11)$$

$$V(X) = E[X^2] - E[X]^2 \quad (12)$$

5 Problem 5

Solution

Giả sử bạn chọn cánh cửa số 1 và Monty sẽ mở cánh cửa số 2 có con dê.

Coi A là biến cố "Chiếc xe ở sau cánh cửa số 1"

Coi B là biến cố "Monty sẽ mở cánh cửa số 2 có dê"

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = P(A, B) + P(\bar{A}, B)$$

Để tính $P(B)$ ta xét:

Vì khi bạn chọn cánh cửa số 1, Monty sẽ mở cánh cửa số 2 có con dê đằng sau đó.

Nếu chiếc xe đằng sau cánh cửa số 1, Monty sẽ mở cánh cửa số 2 hoặc số 3

Nếu chiếc xe đằng sau cánh cửa số 2, Monty sẽ phải mở mở cánh cửa số 3

Nếu chiếc xe đằng sau cánh cửa số 3, Monty sẽ chắc chắn mở cánh cửa số 2

$$\text{Từ đó: } P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow P(\bar{A}, B) = \frac{2}{3}$$

Bởi Monty mở cánh cửa số 2, từ đó bạn sẽ biết được rằng chiếc xe sẽ ở đằng sau cánh cửa số 1 hoặc cánh cửa số 3. Xác suất chiếc xe đằng sau cánh cửa số 1 là $\frac{1}{3}$. Xác suất chiếc xe đằng sau cánh cửa số 3 sẽ là $\frac{2}{3}$

Kết luận: Chúng ta nên đổi sang ô cửa còn lại chưa được lật mở.