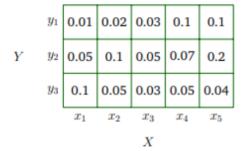
Machine Learning Homework Week 1

Dat Nguyen Ngoc

August 2022

1 Problem 1



Solution

a, The marginal distributions p(x) and p(y)

| X | \mathbf{x}_1 | x_2 | X3 | x_4 | x_5 |
|---|----------------|-------|------|-------|-------|
| Р | 0,16 | 0,17 | 0,11 | 0,22 | 0,34 |

| Y | У1 | y_2 | У3 |
|---|------|-------|----------|
| Р | 0,26 | 0,47 | $0,\!27$ |

b, The conditional distributions $P(x|Y = y_1)$ and $P(x|Y = y_3)$

| X | x_1 | x_2 | х3 | x_4 | X5 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|--------|
| P(X Y=0,26) | 0,385 | 0,192 | 0,115 | 0,192 | 0,1538 |

| X | \mathbf{x}_1 | x_2 | x ₃ | X4 | x_5 |
|-------------|----------------|-------|----------------|-------|-------|
| P(X Y=0,27) | 0,37 | 0,185 | 0,111 | 0,185 | 0,148 |

2 Problem 2

Solution

$$E_y[E_x[x|y]] = \int E_x[x|y]p(y)dy \tag{1}$$

$$= \int \left(\int x p(x|y) dx \right) p(y) dy \tag{2}$$

$$= \int \int xp(x|y)p(y)dxdy \tag{3}$$

$$= \int \int xp(x,y)dxdy \tag{4}$$

$$= \int xp(x)dx = E[x] \tag{5}$$

3 Problem 3

Solution

Coi X là biến cố "Người được phỏng vấn dùng sản phẩm X" Coi Y là biến cố "Người được phỏng vấn dùng sản phẩm Y" Như vậy từ đề bài ta có: P(X)=0.207, P(Y)=0.5, P(X|Y)=0.365.

a, Xác suất để 1 người được phỏng vấn dùng cả X và Y là:

$$P(XY) = P(Y)P(X|Y) = 0, 5.0, 365 = 0, 1825 = 18,25\%$$

b, Xác suất để 1 người được phỏng vấn dùng Y nhưng không dùng X sẽ là:

$$\frac{P(\overline{X}|Y)P(Y)}{\overline{P(X)}} = \frac{P(\overline{X}|Y)P(Y)}{P(\overline{X})} = \frac{(1-0,365).0,5}{1-0,207} = 0,4004 = 40,04\%$$

4 Problem 4

Solution

$$V(X) = E[(X - E[X])^2]$$

$$\tag{6}$$

$$V(X) = E[(X - E[X])(X - E[X])]$$
 (7)

$$V(X) = E[X^2 - 2XE[X] - (E[X])^2]$$
(8)

$$V(X) = E[X^{2}] - 2E[XE[X]] + E[(E[X])^{2}]$$
(9)

$$V(X) = E[X^{2}] - 2E[X]E[X] + (E[X])^{2}.E[1]$$
(10)

$$V(X) = E[X^2] - 2(E[X])^2 + (E[X])^2$$
(11)

$$V(X) = E[X^2] - E[X]^2 (12)$$

5 Problem 5

Solution

Giả sử bạn chọn cánh cửa số 1 và Monty sẽ mở cánh cửa số 2 có con dê. Coi A là biến cố "Chiếc xe ở sau cánh cửa số 1" Coi B là biến cố "Monty sẽ mở cánh cửa số 2 có dê"

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = P(A, B) + P(\overline{A}, B)$$

Để tính P(B) ta xét:

Vì khi bạn chọn cánh cửa số 1, Monty sẽ mở cánh cửa số 2 có con dễ đằng sau đó.

Nếu chiếc xe đằng sau cánh cửa số 1, Monty sẽ mở cánh cửa số 2 hoặc số 3 Nếu chiếc xe đằng sau cánh cửa số 2, Monty sẽ phải mở mở cánh cửa số 3 Nếu chiếc xe đằng sau cánh cửa số 3, Monty sẽ chắc chắn mở cánh cửa số 2

Từ đó:
$$P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow P(\overline{A}, B) = \frac{2}{3}$$

Bởi Monty mở cánh cửa số 2, từ đó bạn sẽ biết được rằng chiếc xe sẽ ở đằng sau cánh cửa số 1 hoặc cánh cửa số 3. Xác suất chiếc xe đằng sau cánh cửa số 1 là $\frac{1}{3}$. Xác suất chiếc xe đằng sau cánh cửa số 3 sẽ là $\frac{2}{3}$

Kết luận: Chúng ta nên đổi sang ô cửa còn lại chưa được lật mở.