

## Wektory

### Zad 1.

Dla wektorów w przestrzeni

$$\mathbf{u} = [1, 2, -1] \quad \text{oraz} \quad \mathbf{v} = [2, -1, 3]$$

oblicz  $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ ,  $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ , iloczyn skalarny  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$  oraz normy  $\|\mathbf{u}\|$  i  $\|\mathbf{v}\|$ . Sprawdź, czy wektory są ortogonalne.

### Zad 2.

Dla punktów  $A(1,0,2)$ ,  $B(3, -1,1)$  i  $C(2,2,0)$  oblicz wektory  $\overrightarrow{AB}$  i  $\overrightarrow{AC}$  oraz wyznacz kąt między nimi.

### Zad 3.

Oblicz iloczyn wektorowy  $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$  dla wektorów z zadania 1 i sprawdź, czy jest on ortogonalny do obu wektorów.

### Zad 4.

Dla wektorów na płaszczyźnie:  $\mathbf{a} = [3,4]$  i  $\mathbf{b} = [-4,3]$  oblicz ich iloczyn skalarny i sprawdź, czy są prostopadłe. Wyznacz rzut wektora  $\mathbf{a}$  na  $\mathbf{b}$ .

### Zad 5.

Oblicz długość wektora  $\mathbf{c} = [1, 1]$  i znajdź wersor tego wektora.

### Zad 6.

Oblicz długość wektora  $\mathbf{c} = [1, 2, 3]$  i znajdź wersor tego wektora.

### Zad 7.

Oblicz pole trójkąta rozpiętego na wektorach  $[2, 1, 2]$  i  $[-1, 1, 1]$ .

### Zad 8.

Oblicz kąt w stopniach między wektorami  $[4, 2, 1]$  i  $[1, 3, 2]$ .

### Zad 9.

Znajdź współrzędne środka odcinka o końcach  $A(-1, 2)$  i  $B(3, -2)$ . ### Zad 10.

Dla trójwymiarowych wektorów:  $\mathbf{a} = [a_x, a_y, a_z]$ ,  $\mathbf{b} = [b_x, b_y, b_z]$ ,  $\mathbf{c} = [c_x, c_y, c_z]$ , udowodnij, że spełniona jest następująca tożsamość:

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c}.$$

### Zad 11.

Znajdź najbardziej ogólną postać wektora jednocześnie prostopadłego do

$$\mathbf{v} = [-1, 3, 0] \quad \text{oraz} \quad \mathbf{u} = [0, 1, 1]$$

### Zad 12.

Dla jakich wartości parametrów  $p$  i  $q$  wektory  $\mathbf{a} = [1 - p, 3, -1]$  i  $\mathbf{b} = [-2, 4 - q, 2]$  są równoległe?



**Zad 13.**

Dla jakich wartości parametru  $s$  wektory  $\mathbf{p} = [s, 2, 1 - s]$  i  $\mathbf{q} = [s, 1, -2]$  są prostopadłe?

**Zad 14.**

Udowodnij, że dwa wektory muszą mieć równe długości, jeśli ich suma jest prostopadła do ich różnicy.

**Zad 15.**

★ Mamy 2 osoby (A i B) idące sobie zgodnie z wzorami:

$$A: (4, 5) + (1, -2)t$$

$$B: (1, -8) + (2, 4)t$$

gdzie  $t$  oznacza czas. Dla jakiego  $t$  osoby będą najbliżej siebie?