

## LISTA ZADAŃ NR 6: Podstawowe statystyki i ich rozkłady

### Zadanie 1

Z populacji generalnej pobrano  $n = 50$ -elementową próbkię (np. czasy odpowiedzi serwera w ms). Otrzymano wyniki surowe: 3.6, 5.0, 4.0, 4.7... (pełne dane w zbiorze).

Sporządzić dla danej próbki **szereg rozdzielczy** (tabelę licznosci), przyjmując liczbę klas  $k = 7$ .

### Zadanie 2

Dla uporządkowanej próbki (np. liczba błędów w kodzie w kolejnych modułach): 3.0, 3.1, 3.3, 3.4, ..., 6.4 (łącznie 50 wyników).

Wyznaczyć:

- Medianę ( $m_e$ ) – wartość średkową (odporną na wartości skrajne, tzw. *outliers*).
- Mode ( $m_o$ ) – wartość najczęstszą.

### Zadanie 3

W pewnym eksperymencie chemicznym (lub procesie produkcji procesorów) badano ilość czystej substancji. Dla 5 pomiarów otrzymano wyniki: 3.5, 3.4, 2.1, 5.4, 1.1.

Obliczyć:

- Średnią arytmetyczną z próby  $\bar{x}$ .
- Wariancję z próby  $s^2$  (używając wzoru dla małej próby).
- Odchylenie standardowe  $s$ .

### Zadanie 4

Pojazd (lub pakiet danych w sieci) przebył drogę złożoną z trzech odcinków o tej samej długości, ale z różnymi prędkościami:  $v_1 = 50, v_2 = 60, v_3 = 70$  km/h. Obliczyć średnią prędkość na całej trasie.

*Wskazówka: Należy użyć średniej harmonicznej, a nie arytmetycznej.*

### Zadanie 5

Dane są dwie sześcioelementowe próbki (np. czasy dostępu do dwóch różnych dysków):

- Próbka I: 80, 40, 40, 80, 40, 80
- Próbka II: 40, 80, 120, 80, 120, 40

Obliczyć współczynniki zmienności  $v = \frac{s}{\bar{x}}$  dla obu próbek. Który dysk działa bardziej stabilnie (ma mniejszy rozrzut względny)?

### Zadanie 6

Znaleźć przedział ufności (lub prawdopodobieństwo), wiedząc, że badana cecha  $X$  populacji ma rozkład normalny  $N(\mu, \sigma)$ . Statystyka  $U$ :

$$U = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}$$

ma rozkład  $N(0,1)$ .

### Zadanie 7

Wylosowano małą próbki ( $n = 10$ ) z populacji o rozkładzie normalnym. Ponieważ nie znamy odchylenia standardowego populacji  $\sigma$ , musimy użyć odchylenia z próby  $s$ . Statystyka:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s} \sqrt{n-1}$$

podlega rozkładowi **t-Studenta**. Odczytać z tablic wartość krytyczną dla  $n - 1$  stopni swobody i poziomu ufności 0.95.

### Zadanie 8

Dla badania wariancji (rozrzutu) próby stosuje się statystykę:

$$\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma^2}$$

która ma rozkład chi-kwadrat. Wykonano 15 pomiarów ( $n = 15$ ). Odczytać z tablic wartości, między którymi z prawdopodobieństwem 0.90 znajdzie się ta statystyka.

### Zadanie 9

Wykazać na prostym przykładzie liczbowym, że średnia z próby  $\bar{X}$  jest **estymatorem nieobciążonym** średniej w populacji (czyli  $E(\bar{X}) = \mu$ ), natomiast wariancja z próby (dzielona przez  $n$ ) jest obciążona (dlatego dzielimy przez  $n - 1$ ).

### Zadanie 10

Dla malej próbki: 0.18, 0.56, 0.87, 1.37, 2.46 wyznaczyć wartości dystrybuanty empirycznej  $S_n(x)$ .