

Wektory

Zad 1.

Dla wektorów w przestrzeni

$$\mathbf{u} = [1, 2, -1] \quad \text{oraz} \quad \mathbf{v} = [2, -1, 3]$$

oblicz $\mathbf{u} + \mathbf{v}$, $\mathbf{u} - \mathbf{v}$, iloczyn skalarny $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ oraz normy $\|\mathbf{u}\|$ i $\|\mathbf{v}\|$. Sprawdź, czy wektory są ortogonalne.

Zad 2.

Dla punktów $A(1,0,2)$, $B(3, -1,1)$ i $C(2,2,0)$ oblicz wektory \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{AC} oraz wyznacz kąt między nimi.

Zad 3.

Oblicz iloczyn wektorowy $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ dla wektorów z zadania 1 i sprawdź, czy jest on ortogonalny do obu wektorów.

Zad 4.

Dla wektorów na płaszczyźnie: $\mathbf{a} = [3,4]$ i $\mathbf{b} = [-4,3]$ oblicz ich iloczyn skalarny i sprawdź, czy są prostopadłe. Wyznacz rzut wektora \mathbf{a} na \mathbf{b} .

Zad 5.

Oblicz długość wektora $\mathbf{c} = [1, 1]$ i znajdź wersor tego wektora.

Zad 6.

Oblicz długość wektora $\mathbf{c} = [1, 2, 3]$ i znajdź wersor tego wektora.

Zad 7.

Oblicz pole trójkąta rozpiętego na wektorach $[2, 1, 2]$ i $[-1, 1, 1]$.

Zad 8.

Oblicz kąt w stopniach między wektorami $[4, 2, 1]$ i $[1, 3, 2]$.

Zad 9.

Znajdź współrzędne środka odcinka o końcach $A(-1, 2)$ i $B(3, -2)$. ### Zad 10.

Dla trójwymiarowych wektorów: $\mathbf{a} = [a_x, a_y, a_z]$, $\mathbf{b} = [b_x, b_y, b_z]$, $\mathbf{c} = [c_x, c_y, c_z]$, udowodnij, że spełniona jest następująca tożsamość:

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c}.$$

Zad 11.

Znajdź najbardziej ogólną postać wektora jednocześnie prostopadłego do

$$\mathbf{v} = [-1, 3, 0] \quad \text{oraz} \quad \mathbf{u} = [0, 1, 1]$$

Zad 12.

Dla jakich wartości parametrów p i q wektory $\mathbf{a} = [1 - p, 3, -1]$ i $\mathbf{b} = [-2, 4 - q, 2]$ są równoległe?

Zad 13.

Dla jakich wartości parametru s wektory $\mathbf{p} = [s, 2, 1 - s]$ i $\mathbf{q} = [s, 1, -2]$ są prostopadłe?

Zad 14.

Udowodnij, że dwa wektory muszą mieć równe długości, jeśli ich suma jest prostopadła do ich różnicy.

Zad 15.

★ Mamy 2 osoby (A i B) idące sobie zgodnie z wzorami:

$$A: (4, 5) + (1, -2)t$$

$$B: (1, -8) + (2, 4)t$$

gdzie t oznacza czas. Dla jakiego t osoby będą najbliżej siebie?