

LISTA ZADAŃ NR 8: Weryfikacja hipotez statystycznych

Zadanie 1

W celu ustalenia, czy dotychczasowa norma okresu użytkowania pewnych podzespołów elektronicznych wynosząca 150 dni nie jest zbyt wysoka, zbadano losowo 65 podzespołów pracujących w normalnych warunkach. Otrzymano średnią długość okresu użytkowania $\bar{x} = 139$ dni oraz odchylenie standardowe $s = 9,8$ dni.

Na poziomie istotności $\alpha = 0,01$ zweryfikować hipotezę, że norma jest zawyżona (Hipoteza $H_0 : m = 150$ przeciw $H_1 : m < 150$).

Zadanie 2

Porównujemy dwa algorytmy lub dwa urządzenia (np. wagi). Dla pierwszej serii $n_1 = 10$ pomiarów otrzymano średnią $\bar{x}_1 = 5,25$ i wariancję $s_1^2 = 0,06$. Dla drugiej serii $n_2 = 5$ pomiarów otrzymano $\bar{x}_2 = 5,58$ i wariancję $s_2^2 = 0,07$.

Zakładając, że wariancje są równe (choć nieznane), zweryfikować na poziomie $\alpha = 0,05$ hipotezę, że obie serie pochodzą z populacji o tej samej średniej ($H_0 : m_1 = m_2$).

Zadanie 3

Zbadano rozrzut opóźnień (jitter) w sieci. Oddano 50 strzałów (pomiarów) do tarczy. Okazało się, że wariancja tych odległości jest równa $s^2 = 107,3$.

Zakładając, że rozkład odległości jest normalny, zweryfikować na poziomie $\alpha = 0,05$ hipotezę, że wariancja $\sigma^2 = 100$, wobec hipotezy alternatywnej $\sigma^2 > 100$.

Zadanie 4

W pewnym przedsiębiorstwie (np. serwerowni) opracowano dwie metody obsługi zleceń. Aby sprawdzić, czy obie metody dają tak samo stabilne wyniki (jednakowe wariancje), wykonano pomiary.

- Metoda 1: $n_1 = 5$, wariancja $s_1^2 = 0,248$.
- Metoda 2: $n_2 = 5$, wariancja $s_2^2 = 2,172$.

Na poziomie $\alpha = 0,05$ zweryfikować hipotezę $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$.

Zadanie 5

Wadliwość produkcji pewnych wyrobów (np. błędnych pakietów danych) wynosiła 10%. Wprowadzono nową technologię. Wylosowano próbkę $n = 900$ sztuk i znaleziono w niej 50 sztuk wadliwych.

Czy na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ można twierdzić, że nowa technologia zmniejszyła wadliwość?

Zadanie 6

Obserwowano pod mikroskopem liczbę komórek drożdży w 400 kwadratach (w informatyce: liczba zapytań do serwera w jednostce czasu). Wyniki pogrupowano: 0 komórek: 20 razy, 1 komórka: 43 razy, 2 komórki: 53 razy, itd.

Na poziomie $\alpha = 0,05$ zweryfikować hipotezę, że rozkład liczby komórek jest rozkładem Poissona.

Zadanie 7

Wynikami 5-elementowej próby są: 0,18; 0,56; 0,87; 1,37; 2,46.

Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ zweryfikować hipotezę, że próba ta pochodzi z populacji o rozkładzie wykładniczym $f(x) = e^{-x}$ dla $x > 0$.

Zadanie 8

Pobrano próbkę $n = 20$ pewnej cechy (np. czas reakcji aplikacji). Wartości uporządkowano rosnąco.

Zweryfikować hipotezę o normalności rozkładu na poziomie $\alpha = 0,10$, stosując test Shapiro-Wilka.

Zadanie 9

Zmierzono czasy wykonania pewnego zadania. Uporządkowano wyniki w kolejności otrzymywania (w czasie). Otrzymano ciąg reszt (odchyłań od średniej): $+, +, -, -, +, +, +, -, -, -, -, +, +, -, \dots$

Liczba serii (zmian znaku) w tym ciągu wynosi $k = 9$. Łączna liczba “plusów” n_1 i “minusów” n_2 jest znana. Zweryfikować hipotezę, że dobór próby był losowy (tzn. nie występował trend czasowy ani cykliczność).

Zadanie 10

Dla 7 par pomiarów (np. wydajność przed i po aktualizacji sterownika) odnotowano, czy wynik się poprawił (+), czy pogorszył (-). Otrzymano sekwencję: $+, -, +, +, +, +, -$.

Zweryfikować hipotezę, że aktualizacja nie ma wpływu na wydajność (prawdopodobieństwo poprawy $p = 0,5$).