

LISTA ZADAŃ NR 6: Podstawowe statystyki i ich rozkłady

Zadanie 1

Z populacji generalnej pobrano $n = 50$ -elementową próbkę (np. czasy odpowiedzi serwera w ms). Otrzymano wyniki surowe: 3.6, 5.0, 4.0, 4.7... (pełne dane w zbiorze).

Sporządzić dla danej próbki **szereg rozdzielczy** (tabelę liczości), przyjmując liczbę klas $k = 7$.

Zadanie 2

Dla uporządkowanej próbki (np. liczba błędów w kodzie w kolejnych modułach): 3.0, 3.1, 3.3, 3.4, ..., 6.4 (łącznie 50 wyników).

Wyznaczyć:

- a) **Medianę** (m_e) – wartość środkową (odporną na wartości skrajne, tzw. *outliers*).
- b) **Modę** (m_o) – wartość najczęstszą.

Zadanie 3

W pewnym eksperymencie chemicznym (lub procesie produkcji procesorów) badano ilość czystej substancji. Dla 5 pomiarów otrzymano wyniki: 3.5, 3.4, 2.1, 5.4, 1.1.

Obliczyć:

- a) Średnią arytmetyczną z próby \bar{x} .
- b) Wariancję z próby s^2 (używając wzoru dla małej próby).
- c) Odchylenie standardowe s .

Zadanie 4

Pojazd (lub pakiet danych w sieci) przebył drogę złożoną z trzech odcinków o tej samej długości, ale z różnymi prędkościami: $v_1 = 50, v_2 = 60, v_3 = 70$ km/h. Obliczyć średnią prędkość na całej trasie.

Wskazówka: Należy użyć średniej harmoniczej, a nie arytmetycznej.

Zadanie 5

Dane są dwie sześćoelementowe próbki (np. czasy dostępu do dwóch różnych dysków):

- Próbka I: 80, 40, 40, 80, 40, 80
- Próbka II: 40, 80, 120, 80, 120, 40

Obliczyć współczynniki zmienności $v = \frac{s}{\bar{x}}$ dla obu próbek. Który dysk działa bardziej stabilnie (ma mniejszy rozrzut względny)?

Zadanie 6

Znaleźć przedział ufności (lub prawdopodobieństwo), wiedząc, że badana cecha X populacji ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma)$. Statystyka U :

$$U = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n}$$

ma rozkład $N(0,1)$.

Zadanie 7

Wylosowano małą próbkę ($n = 10$) z populacji o rozkładzie normalnym. Ponieważ nie znamy odchylenia standardowego populacji σ , musimy użyć odchylenia z próby s . Statystyka:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s} \sqrt{n - 1}$$

podlega rozkładowi **t-Studenta**. Odczytać z tablic wartość krytyczną dla $n - 1$ stopni swobody i poziomu ufności 0.95.

Zadanie 8

Dla badania wariancji (rozrzutu) próby stosuje się statystykę:

$$\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma^2}$$

Uwaga: Symbol S^2 oznacza wariancję z próby liczoną ze wzoru z dzieleniem przez n (zgodnie z definicją w podręczniku Krywickiego).

która ma rozkład chi-kwadrat. Wykonano 15 pomiarów ($n = 15$). Odczytać z tablic wartości, między którymi z prawdopodobieństwem 0.90 znajdzie się ta statystyka.

Zadanie 9

Wykazać na prostym przykładzie liczbowym, że średnia z próby \bar{X} jest **estymatorem nieobciążonym** średniej w populacji (czyli $E(\bar{X}) = \mu$), natomiast wariancja z próby (dzielona przez n) jest obciążona (dlatego dzielimy przez $n - 1$).

Zadanie 10

Dla małej próbki: 0.18, 0.56, 0.87, 1.37, 2.46 wyznaczyć wartości dystrybuantry empirycznej $S_n(x)$.