

Derivatives

Ex 1.

Calculate the derivatives of the functions

$$1) \ y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{13}{5}x^5 - 2x^6$$

$$2) \ y = 5x^{15} - x^2 + \frac{1}{3}x - 2$$

$$3) \ y = ax^3 + \frac{b}{x} + c$$

$$4) \ y = \frac{4}{x^3}$$

$$5) \ y = 9x^7 + 3x^{-5} - 3x^{-11}$$

$$6) \ y = 3x^{7/3} - 4x^{13/4} + \frac{4}{7}x^{-1/2} + 7^{3/2}$$

$$7) \ y = \sqrt[3]{x^2}$$

$$8) \ y = 5\sqrt[3]{x^7}$$

$$9) \ y = 3\sqrt[3]{x} - x^3 + \frac{2}{3}\sqrt[3]{x^4}$$

$$10) \ y = \sqrt{x} - 5\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x^3}$$

$$11) \ y = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{3}{\sqrt{x^3}}$$

$$12) \ y = \frac{5}{7\sqrt[3]{x}} - 2x^7 + \frac{3}{2\sqrt{x}}$$

$$13) \ x = t^3\sqrt{t}$$

$$14) \ y = \frac{2}{x^3\sqrt{x}}$$

$$15) \ y = (2\sqrt[3]{x^2} - x)(4\sqrt[3]{x^4} + 2\sqrt[3]{x^5} + x^2)$$

$$16) \ y = (4x^2 - 2x\sqrt{x} + x)(2x + \sqrt{x})$$

$$17) \ y = \frac{3}{3x-2}$$

$$18) \ y = \frac{5}{2x^2-5x+1}$$

$$19) \ y = \frac{3x^2}{7x^5-x+2}$$

$$20) \ y = \frac{8x^3}{x^3+x-1}$$

$$21) \ y = \frac{x+1}{x-1}$$

$$22) \ y = \frac{5x^2+x-2}{x^2+7}$$

$$23) \ y = \frac{x^2-2x+3}{x^2+2x-3}$$

$$24) \ y = \frac{3}{(1-x^2)(1-2x^3)}$$

$$25) \ y = \frac{\sqrt[3]{x}}{1-\sqrt[3]{x}}$$

$$26) \ z = \frac{1+\sqrt{t}}{1+\sqrt{2t}}$$

$$27) \ s = (3t+1)^7$$

$$28) \ v = (4z^2 - 5z + 13)^5$$

$$29) \ x = (\frac{1}{t} + 4)^4$$

$$30) \ s = (\frac{7t^2 - \frac{t}{2} + 6}{t})^6$$

$$31) \ y = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$32) \ z = \sqrt{ax^2 + bx + c}$$

$$33) \ y = \frac{1}{\sqrt{2-3t}}$$

$$34) \ s = \frac{1}{\sqrt{6t-t^2}}$$

$$35) \ y = \frac{1}{\sqrt[3]{(2-x^3)^4}}$$

$$36) \ y = \frac{a}{\sqrt[r]{(a+bx)^r}}$$

$$37) \ y = \frac{1}{(b-x^n)^m}$$

$$38) \ y = \sqrt[4]{(x-1)^3}$$

$$39) \ u = \frac{1}{v-\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$40) \ y = \sqrt{\frac{a-x}{a^2-x^2}}, \ a > 0$$

$$41) \ v = \frac{z}{\sqrt{a^2-z^2}}$$

$$42) \ y = \frac{3\sqrt{x}}{x^2+1}$$

$$43) \ y = \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+1}}$$

$$44) \ z = \sqrt{\frac{x^2-3x+2}{x^2-7x+12}}$$

$$45) \ z = \sqrt{\frac{a^2-x^2}{a^2+x^2}}$$

$$46) \ s = \sqrt{\frac{1-\sqrt{t}}{1+\sqrt{t}}}$$

$$47) \ u = \frac{\sqrt{1+v}-\sqrt{1-v}}{\sqrt{1+v}+\sqrt{1-v}}$$

$$48) \ y = u(x)v(x)w(x)$$

$$49) \ v = \cos \frac{t}{a}, \ a \neq 0$$

$$50) \ x = a \sin bt$$

$$51) \ y = a \sin \frac{a}{x}$$

$$52) \ z = 2x + \sin 2x$$

$$53) \ s = \sin^2 3t$$

$$54) \ v = 4 \cos^5 \frac{t}{4}$$

$$55) \ s = \frac{1}{\cos^4 t}$$

$$56) \ v = \frac{5}{\sin^3 2t}$$

$$57) \ s = \frac{\sin t + \cos t}{2 \sin 2t}$$

$$58) \ z = \frac{\sin \alpha}{\alpha} + \frac{\alpha}{\sin \alpha}$$

$$59) \ y = \frac{x \sin x}{1+\operatorname{tg} x}$$

$$60) \ y = \frac{x}{\sin x + \cos x}$$

$$61) \ y = \cos x - \frac{1}{3} \cos^3 x$$

$$62) \ y = \frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{2}{5} \sin^5 x + \frac{1}{7} \sin^7 x$$

$$63) \ y = \operatorname{tg}^4 \sqrt{x}$$

$$64) \ y = 3 \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg}^3 x$$

$$65) \ y = e^{ax} (a \sin x - \cos x)$$

$$66) \ y = x^2 e^{2x} \sin x$$

$$67) y = \cos^2 \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$68) y = 2 \sin^4 \frac{3}{\sqrt{x}}$$

$$69) y = \frac{\sin^2 x}{\cos^7 x} - \frac{2}{5 \cos^5 x}$$

$$70) y = \frac{3 \cos^2 x}{\sin^4 x}$$

$$71) y = \sqrt{\sin x + \sqrt{x + 2\sqrt{x}}}$$

$$72) y = \sqrt{1 + \operatorname{tg}(x + \frac{1}{x})}$$

$$73) z = \frac{3 \operatorname{tg} u - \operatorname{tg}^3 u}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 u}$$

$$74) z = \operatorname{tg} u - \operatorname{ctg} u - 2u$$

$$75) y = (4 \sin x - 8 \sin^3 x) \cos x$$

$$76) y = \operatorname{arctg} 3x$$

$$77) y = 7 \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$$

$$78) x = \arcsin(1 - t)$$

$$79) x = \arccos \sqrt{1 - t^2}$$

$$80) x = \arcsin \sqrt{t^3}$$

$$81) x = \arcsin \frac{1}{t}$$

$$82) y = x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2}, 0 < x < 1$$

$$83) x = \arcsin(2t \sqrt{1 - t^2})$$

$$84) y = \operatorname{arctg}(x - \sqrt{x^2 + 1})$$

$$85) y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$86) y = x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$$

$$87) y = \frac{1}{6} x^5 \operatorname{arctg} x - \frac{1}{24} x^4 + \frac{1}{12} x^2 - \frac{1}{12} \ln(1 + x^2)$$

$$88) y = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$89) y = \arccos \sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}$$

$$90) y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

$$91) y = \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x}, x \neq 1$$

$$92) y = \operatorname{arctg} \frac{x}{1+\sqrt{1+x^2}}$$

$$93) y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$$

$$94) y = x^3 \operatorname{arctg}^3 x$$

$$95) z = \frac{\arcsin 4y}{1-4y}$$

$$96) y = \frac{4}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \left(2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 \right) \right] - x$$

$$97) y = \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}} \arcsin \frac{a \cos x + b}{a + b \cos x}$$

$$98) y = e^{3x}$$

$$99) y = 5e^{4x}$$

$$100) y = e^{x^2} f(x)$$

$$101) \quad y = 3e^{-2x}g(x)$$

$$102) \quad y = e^{\sin x}$$

$$103) \quad y = 5e^{\cos x}$$

$$104) \quad y = e^{\cos^2 x}$$

$$105) \quad y = 3e^{2 \sin^3 x}$$

$$106) \quad z = (v^3 - 3v^2 + 6v - 6)e^v$$

$$107) \quad z = (10x^2 - 1)e^{3x}$$

$$108) \quad z = \frac{(2x-1)e^x}{2\sqrt{x}}$$

$$109) \quad y = (x + k\sqrt{1-x^2})e^{k \arcsin x}$$

$$110) \quad y = 5^x + 2^x$$

$$111) \quad y = 3^x x^3$$

$$112) \quad y = 2^x \cdot 7^x - 1$$

$$113) \quad y = 5 \cdot 10^{3x}$$

$$114) \quad y = a^{2x} x^n, \quad a > 0$$

$$115) \quad y = \ln 3x$$

$$116) \quad y = 7 \cdot 5^{10x}$$

$$117) \quad z = \ln \frac{30}{x+3}$$

$$118) \quad y = 5 \ln 10x$$

$$119) \quad s = \ln(t + \sqrt{t^2 + 1})$$

$$120) \quad z = 3 \ln \frac{5}{x-2}$$

$$121) \quad s = \ln \sqrt{\frac{1+t}{1-t}}$$

$$122) \quad y = 2 \ln \frac{3}{t+\sqrt{t^2-4}}$$

$$123) \quad y = \ln |\ln |x||$$

$$124) \quad y = \ln \frac{a+b \operatorname{tg} x}{a-b \operatorname{tg} x}$$

$$125) \quad y = \ln \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right), \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}$$

$$126) \quad y = (\ln \cos \frac{x}{2})^2$$

$$127) \quad y = \ln \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$$

$$128) \quad y = 15 \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \frac{\cos x}{\sin^4 x} (8 \cos^4 x - 25 \cos^2 x + 15)$$

$$129) \quad y = \ln \sin x$$

$$130) \quad y = \ln \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}, \quad 0 \leq x < 1$$

$$131) \quad y = \ln(1 + \frac{a}{x})$$

$$132) \quad y = \ln(e^{mx} + e^{-mx})$$

$$133) \quad y = \log_x \ln x.$$

$$134) \quad y = \log_x a.$$

$$135) \quad y = x^{5x}, \quad x > 0$$

$$136) \quad y = 10x^{-3x}, \quad x > 0$$

$$137) \ y = x^{\sin x}, \ x > 0$$

$$138) \ y = 3x^{\cos x}, \ x > 0$$

$$139) \ y = \left(\frac{a}{x}\right)^x, \ a > 0, x > 0$$

$$140) \ y = x^{1/x}, \ x > 0$$

$$141) \ y = a^{\ln x}, \ a > 0, x > 0$$

$$142) \ y = 5^{\sin 2x}, \ x > 0$$

$$143) \ y = x^{\ln x}, \ x > 0; \text{ explain the result.}$$

$$144) \ y = (\sin x)^{\cos x}, \ 0 < x < \frac{\pi}{2}$$

$$145) \ y = (\operatorname{arctg} x)^x, \ x > 0$$

$$146) \ y = (\operatorname{tg} x)^{\sin x}, \ 0 < x < \frac{\pi}{2}$$

$$147) \ y = (\operatorname{tg} x)^{1/\cos x}, \ 0 < x < \frac{\pi}{2}$$

$$148) \ y = (\cos x)^{\operatorname{ctg} x}, \ 0 < x < \frac{\pi}{2}$$

$$149) \ y = e^{e^x}$$

$$150) \ y = x^{e^x}, \ x > 0$$

$$151) \ y = x^{x^x}, \ x > 0$$

$$152) \ y = (1 + \frac{1}{x})^x$$

$$153) \ y = x^{\sqrt{\frac{1}{x}}}$$