

Granice funkcji

Zad 1.

Oblicz granice funkcji

- 1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{27-x^3}{x-3}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-4x+3}{2x-6}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-1}{x+1}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^5+32}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-2x-8}{x^2-9x+20}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^3+125}{2x^2-50}$
- 7) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2+5x-2}{4x^2+9x+2}$
- 8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n-1}{x-1}$, n - liczba naturalna
- 9) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(-1)^{[x]}}{x^2-9}$
- 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+mx}-1}{x}$
- 11) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n-1}{x-1}$ n - liczba naturalna.
- 12) $\lim_{x \rightarrow 25} \frac{\sqrt{x}-5}{x-25}$
- 13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x+1}}{1-\sqrt{x+1}}$
- 14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+25}-5}$
- 15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{4x}$
- 16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{3 \sin 2x}$
- 17) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$
- 18) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x}$
- 19) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$
- 20) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{4x}$
- 21) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{8-x}{\sin x}$
- 22) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$
- 23) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\operatorname{tg} x}$
- 24) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos x}{\sin^2 x}$
- 25) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \cos \frac{\pi}{4}}{\sin x - \sin \frac{\pi}{4}}$
- 26) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|\operatorname{tg}(x-1)|}{(x-1)^2}$

- 27) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$
- 28) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\arcsin(1-2x)}{4x^2-1}$
- 29) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin x}}{x}$
- 30) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{x}}$
- 31) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+kx)^{\frac{n}{x}}$

Zad 2. Dla podanych funkcji określ, czy są ciągłe w podanych punktach. Jeśli nie są, to czy można je tak zdefiniować, aby były ciągłe.

- 1) $f(x) = \frac{x^2-25}{x+5}$ dla $x \neq -5$ i $f(-5) = -10$.
- 2) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ dla $x \neq 0$ i $f(0) = 1$.
- 3) $f(x) = \frac{\sin x}{|x|}$ dla $x \neq 0$ i $f(0) = 1$.
- 4) $f(x) = x + \frac{1}{x}$
- 5) $f(x) = \frac{x^2-x^3}{|x-1|}$
- 6) $f(x) = x - [x]$
- 7) $f(x) = [x] + [-x]$
- 8) $f(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$
- 9) $f(x) = x \sin \frac{\pi}{x}$
- 10) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{1-\cos x}$
- 11) $x \left[\frac{1}{x} \right]$ w punkcie $x = 0$.
- 12) $x^{\frac{b}{x}} \left[\frac{x}{a} \right]$ w punkcie $x = 0$.
- 13) $\frac{e^{\frac{1}{x}}-1}{e^{\frac{1}{x}}+1}$ w punkcie $x = 0$.
- 14) $e^{\frac{1}{1-x^2}}$ w punkcie $x = 1$.
- 15) $xe^{\frac{1}{x}}$ w punkcie $x = 0$.
- 16) $\frac{x}{2x+e^{\frac{1}{x-1}}}$ w punkcie $x = 1$.