

# LISTA ZADAŃ NR 7: Estymacja punktowa i przedziałowa

## Zadanie 1

Znaleźć przedział ufności dla nieznanej wartości przeciętnej  $\mu$  populacji, w przypadku gdy  $\sigma$  jest znane, na podstawie  $n$ -elementowej próby prostej  $X_1, \dots, X_n$ .

Dane: Z populacji o odchyleniu standardowym  $\sigma = 0,14$  pobrano próbkę  $n = 100$  elementową (np. pomiarów napięcia na procesorze). Średnia z próby wyniosła  $\bar{x} = 2,5$ . Wyznaczyć 95%-owy przedział ufności dla średniej (przyjąć  $1 - \alpha = 0,95$ , co daje  $u_\alpha = 1,96$ ).

## Zadanie 2

Zmierzono wytrzymałość 10 losowo wybranych elementów konstrukcji (lub np. czas pracy na baterii 10 laptopów). Otrzymano wyniki: 383, 284, 339, 340, 305, 386, 378, 335, 344, 346.

Zakładając, że rozkład cechy jest normalny, wyznaczyć 95%-owy przedział ufności dla średniej wytrzymałości.

*Wskazówka: Ponieważ  $n = 10$  jest małe ( $n < 30$ ) i nie znamy  $\sigma$ , należy obliczyć  $s$  z próby i skorzystać z rozkładu  $t$ -Studenta.*

## Zadanie 3

W celu wyznaczenia ładunku elektronu wykonano 26 pomiarów metodą Millikana. Otrzymano średnią  $\bar{x} = 1,574 \cdot 10^{-19}$  oraz odchylenie standardowe  $s = 0,043 \cdot 10^{-19}$ .

Wyznaczyć przedział ufności dla średniego ładunku na poziomie ufności 0,99.

## Zadanie 4

Z populacji włókien bawełny pobrano 300-elementową próbkę i zmierzono ich długości. Obliczono średnią  $\bar{x} = 27,43$  mm oraz wariancję  $s^2 = 51,598$ .

Znaleźć 95%-ową realizację przedziału ufności dla nieznanej wartości przeciętnej długości włókna.

*Wskazówka: Przy tak dużym  $n$  ( $n = 300$ ), rozkład  $t$ -Studenta jest praktycznie tożsamy z rozkładem normalnym, więc można użyć statystyki  $u_\alpha$ .*

## Zadanie 5

Wykonuje się pomiary głębokości morza (lub np. opóźnienia w sieci) w pewnym określonym miejscu.

Ilu niezależnych pomiarów należy dokonać, aby przyjąć z poziomem ufności 0,95, że błąd bezwzględny szacowania średniej nie przekroczy 10 m, jeśli rozkład błędów jest normalny o wariancji  $\sigma^2 = 180 \text{ m}^2$ ?

## Zadanie 6

Spośród 120 wylosowanych pracowników pewnego zakładu, 17 nie wykonywało normy wydajności pracy (w IT: 17 na 120 serwerów nie spełniło wymogów SLA).

Wyznaczyć 95%-ową realizację przedziału ufności dla frakcji  $p$  pracowników niewykonyjących normy w całym zakładzie.

## Zadanie 7

Wykonano 15 pomiarów czasu likwidowania zrywów przędzy na krosnach. Obliczono wariancję z próby  $s^2 = 134,2$ . Zakładając, że czas ten ma rozkład normalny, wyznaczyć 90%-owy przedział ufności dla wariancji  $\sigma^2$  oraz odchylenia standardowego  $\sigma$ .

*Wskazówka: Należy skorzystać z tablic rozkładu chi-kwadrat ( $\chi^2$ ).*

## Zadanie 8

Dla pewnej cechy o rozkładzie normalnym wylosowano dwie próbki:

- Próbka 1:  $n = 25$ , średnia  $\bar{x} = 15$ , odchylenie  $s = 5$ .
- Próbka 2:  $n = 100$ , średnia  $\bar{x} = 15$ , odchylenie  $s = 5$ .

Obliczyć długości 95%-owych przedziałów ufności dla obu prób. Jak czterokrotne zwiększenie liczebności próby wpływa na precyzję (szerokość przedziału)?

## Zadanie 9

Dana jest próbka prosta o liczebności  $n = 5$ :  $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ . Obliczyć wartość estymatora nieobciążonego wartości oczekiwanej ( $\bar{x}$ ) oraz estymatora nieobciążonego wariancji ( $s^2$ ).

Wyjaśnić, dlaczego przy wariancji dzielimy przez  $n - 1$ , a nie przez  $n$ .

## Zadanie 10

Tabela przedstawia wyniki procentowej zawartości skrobi w 80 ziemniakach (dane pogrupowane w szereg rozdzielczy). Średnia z próby  $\bar{x} = 17,525\%$ , odchylenie standardowe  $s = 1,84\%$ .

Przyjmując poziom ufności 0,95, oszacować średnią zawartość skrobi w całej partii.