

Granice funkcji

Zad 1.

Oblicz granice funkcji

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{27-x^3}{x-3}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-4x+3}{2x-6}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-1}{x+1}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^5+32}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-2x-8}{x^2-9x+20}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^3+125}{2x^2-50}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2+5x-2}{4x^2+9x+2}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n-1}{x-1}, n - \text{liczba naturalna}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(-1)^{[x]}}{x^2-9}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+mx}-1}{x}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n-1}{x-1} n - \text{liczba naturalna.}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 25} \frac{\sqrt{x}-5}{x-25}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x+1}}{1-\sqrt{x+1}}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+25}-5}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{4x}$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{3 \sin 2x}$$

$$17) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$$

$$18) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x}$$

$$19) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{4x}$$

$$21) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{8-x}{\sin x}$$

$$22) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$$

$$23) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\operatorname{tg} x}$$

$$24) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos x}{\sin^2 x}$$

$$25) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \cos \frac{\pi}{4}}{\sin x - \sin \frac{\pi}{4}}$$

$$26) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|\operatorname{tg}(x-1)|}{(x-1)^2}$$

$$27) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg x}{x}$$

$$28) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\arcsin(1-2x)}{4x^2-1}$$

$$29) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin x}}{x}$$

$$30) \lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{x}}$$

$$31) \lim_{x \rightarrow 0} (1+kx)^{\frac{n}{x}}$$

Zad 2. Dla podanych funkcji określ, czy są ciągłe w podanych punktach. Jeśli nie są, to czy można je tak zdefiniować, aby były ciągłe.

$$1) f(x) = \frac{x^2-25}{x+5} \text{ dla } x \neq -5 \text{ i } f(-5) = -10.$$

$$2) f(x) = \frac{\sin x}{x} \text{ dla } x \neq 0 \text{ i } f(0) = 1.$$

$$3) f(x) = \frac{\sin x}{|x|} \text{ dla } x \neq 0 \text{ i } f(0) = 1.$$

$$4) f(x) = x + \frac{1}{x}$$

$$5) f(x) = \frac{x^2-x^3}{|x-1|}$$

$$6) f(x) = x - [x]$$

$$7) f(x) = [x] + [-x]$$

$$8) f(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$$

$$9) f(x) = x \sin \frac{\pi}{x}$$

$$10) f(x) = \frac{\sin^2 x}{1-\cos x}$$

$$11) x \left[\frac{1}{x} \right] \text{ w punkcie } x = 0.$$

$$12) x \frac{b}{x} \left[\frac{x}{a} \right] \text{ w punkcie } x = 0.$$

$$13) \frac{e^{\frac{1}{x}}-1}{e^{\frac{1}{x}}+1} \text{ w punkcie } x = 0.$$

$$14) e^{\frac{1}{1-x^2}} \text{ w punkcie } x = 1.$$

$$15) xe^{\frac{1}{x}} \text{ w punkcie } x = 0.$$

$$16) \frac{x}{2x+e^{\frac{1}{x-1}}} \text{ w punkcie } x = 1.$$