

LISTA ZADAŃ NR 4: Wybrane rozkłady zmiennych losowych

Zadanie 1

Prawdopodobieństwo awarii aparatury doświadczalnej w jednym doświadczeniu wynosi $p = 0,02$. Doświadczenia można przeprowadzać dowolną liczbę razy. Obliczyć prawdopodobieństwo, że druga z kolei awaria:

- a) zdarzy się przy dziesiątym doświadczeniu,
- b) nie zdarzy się w pierwszych dziesięciu doświadczeniach.

Zadanie 2

Prawdopodobieństwo, że produkt poddawany próbie nie wytrzyma tej próby wynosi $p = 0,01$. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wśród 200 takich produktów (niezależnie poddanych próbie) co najwyżej 2 nie wytrzymają próby.

Wskazówka: Ponieważ $n = 200$ jest duże, a $p = 0,01$ małe, należy zastosować przybliżenie rozkładem Poissona z parametrem $\lambda = np$.

Zadanie 3

Czas (w minutach) między kolejnymi zgłoszeniami abonentów w pewnej centrali telefonicznej jest zmienną losową o rozkładzie wykładniczym z parametrem (wartością oczekiwaną) $\lambda = 2$. Obliczyć średni czas między kolejnymi zgłoszeniami oraz prawdopodobieństwo, że przed upływem 3 minut nastąpi zgłoszenie.

Zadanie 4

Czas bezawaryjnej pracy X pewnego urządzenia ma rozkład wykładniczy z parametrem (wartością oczekiwaną) $\lambda = 5$. Obliczyć:

- a) wartość przeciętną bezawaryjnego czasu pracy urządzenia,
- b) medianę,
- c) prawdopodobieństwo, że bezawaryjny czas pracy urządzenia wynosi co najmniej 5 godzin.

Zadanie 5

Odstęp między kolejnymi podziałkami skali stopera wynosi 0,1 s. Czas na tym stoperze odczytuje się z dokładnością do całej podziałki. Zakładając jednostajny rozkład błędu odczytu czasu, obliczyć prawdopodobieństwo, że zmierzono czas z błędem przekraczającym 0,02 s.

Wskazówka: Gęstość rozkładu jednostajnego jest stała w przedziale $(-0,05; 0,05)$.

Zadanie 6

Automat produkuje odważniki 10-gramowe. Błędy pomiarów masy tych odważników mają rozkład normalny o wartości oczekiwanej $\mu = 0$ g i odchyleniu standardowym $\sigma = 0,01$ g. Znaleźć prawdopodobieństwo tego, że pomiar masy będzie przeprowadzony z błędem nie przekraczającym 0,02 g.

Zadanie 7

Niech zmienna losowa X ma rozkład $N(\mu, \sigma)$. Obliczyć prawdopodobieństwo $P(|X - \mu| < k\sigma)$ dla:

- a) $k = 1,96$ (poziom ufności 0,95),
- b) $k = 2,58$ (poziom ufności 0,99).

Zadanie 8

Pewien przyrząd pomiarowy robi błąd systematyczny 1 m w stronę zawyżenia pomiaru i błąd losowy o rozkładzie $N(0; 0,5)$.

- a) Obliczyć wartość przeciętną błędu pomiaru.

b) Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że błąd z jakim mierzone jest badane przedmioty nie przekracza 2 m.

Zadanie 9

Wytrzymałość stalowych lin pochodzących z produkcji masowej jest zmienną losową o rozkładzie $N(1000 \text{ kg/cm}^2, 50 \text{ kg/cm}^2)$. Obliczyć jaki procent lin ma wytrzymałość mniejszą od 900 kg/cm^2 .

Zadanie 10

Wyznaczyć i naszkicować dystrybuantę rozkładu Rayleigha, którego gęstość dana jest wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\lambda} x \exp(-\frac{x^2}{\lambda}) & \text{dla } x > 0 \\ 0 & \text{dla } x \leq 0 \end{cases}$$

Następnie obliczyć medianę tego rozkładu.

Wskazówka: Rozkład ten stosuje się często w telekomunikacji do modelowania zaników sygnału.