

### Zadanie 1

Znajdź granicę ciągu  $a_n = \frac{2n^2+3n+2}{5-2n^2}$  przy  $n \rightarrow \infty$ .

- A)  $-1$
- B)  $1$
- C)  $\infty$
- D)  $\frac{2}{5}$

### Zadanie 2

Znajdź granicę funkcji  $f(x) = \frac{\sin(x-\pi)}{x}$  przy  $x \rightarrow 0$ .

- A)  $0$
- B)  $1$
- C)  $-1$
- D)  $\infty$

### Zadanie 3

Oblicz pochodną funkcji  $y(x) = 2x^3 - 3x^2 + 8x - 9$ .

- A)  $6x^2 - 6x + 8$
- B)  $6x^3 - 6x^2 + 8x$
- C)  $2x^2 - 3x + 8$
- D)  $6x^2 - 6x$

### Zadanie 4

Oblicz pochodną funkcji  $y(x) = x \sin(x) + 1$ .

- A)  $\sin(x) + x \cos(x)$
- B)  $\cos(x)$
- C)  $\sin(x) - x \cos(x)$
- D)  $x \cos(x)$

### Zadanie 5

Oblicz całkę  $\int (x^2 + 3x + 5)xdx$ .

- A)  $\frac{x^4}{4} + x^3 + \frac{5x^2}{2} + C$
- B)  $x^3 + 3x^2 + 5x + C$
- C)  $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 5x + C$
- D)  $3x^2 + 6x + 5 + C$

### Zadanie 6

Oblicz całkę  $\int x \sin(x^2)dx$ .

- A)  $-\frac{1}{2} \cos(x^2)$
- B)  $2x \cos(x^2) + C$
- C)  $-\frac{1}{2} \cos(x^2) + C$
- D)  $-\cos(x^2) + C$

### Zadanie 7

Oblicz całkę  $\int \frac{x+2}{x+1} dx$ .

- A)  $x + \ln|x+1| + C$
- B)  $\ln|x+1| + C$
- C)  $x - \ln|x+1| + C$
- D)  $1 + \frac{1}{x+1} + C$

### Zadanie 8

Znajdź pole obszaru ograniczonego osią x oraz krzywą  $y = x^2$  na przedziale  $[0, 2]$ .

- A)  $\frac{8}{3}$
- B) 4
- C)  $\frac{4}{3}$
- D)  $\frac{1}{3}x^3 + C$

### Zadanie 9

Cząstka porusza się wzdłuż linii prostej, a jej położenie w czasie  $t$  jest dane funkcją  $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 2$ . Znajdź prędkość  $V(t) = \frac{dx(t)}{dt}$  oraz przyspieszenie  $a(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$  cząstki w czasie  $t = 2$ .

- A) Prędkość: 0, Przyspieszenie: -3
- B) Prędkość: 3, Przyspieszenie: 0
- C) Prędkość: -3, Przyspieszenie: 0
- D) Prędkość: -3, Przyspieszenie: 12

### Zadanie 10

Rozwiąż równanie różniczkowe  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2}{x+1}$  z warunkiem początkowym  $y(0) = 1$ .

- A)  $y(x) = x + \ln|x+1| + C$
  - B)  $y(x) = \ln|x+1| + 1$
  - C)  $y(x) = x + \ln|x+1| + 1$
  - D)  $y(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$
- 

### Odpowiedzi

1. **A**
2. **C**

3. **A**
4. **A**
5. **A**
6. **C**
7. **A**
8. **A**
9. **C**
10. **C**

#### Wyniki obliczeń

- **Zadanie 1:**  $-1$
  - **Zadanie 2:**  $-1$
  - **Zadanie 3:**  $6x^2 - 6x + 8$
  - **Zadanie 4:**  $x \cos(x) + \sin(x)$
  - **Zadanie 5:**  $\frac{x^4}{4} + x^3 + \frac{5x^2}{2} + C$
  - **Zadanie 6:**  $-\frac{\cos(x^2)}{2} + C$
  - **Zadanie 7:**  $x + \ln(x + 1) + C$
  - **Zadanie 8:**  $\frac{8}{3}$
  - **Zadanie 9:** Prędkość  $v(2) = -3$ , Przyspieszenie  $a(2) = 0$
  - **Zadanie 10:**  $x + \ln(x + 1) + 1$
- 

#### Kod Python

```
“python import sympy as sp
```

#### Definiowanie symboli

```
n = sp.symbols('n') x = sp.symbols('x') t = sp.symbols('t')
print(“— WYNIKI ZADAŃ —”)
```

#### Zadanie 1: Granica ciągu

```
expr1 = (2*n2 + 3n + 2) / (5 - 2n2) limit1 = sp.limit(expr1, n, sp.oo)
print(f”Zadanie 1: {limit1}“)
```

#### Zadanie 2: Granica funkcji

```
expr2 = sp.sin(x - sp.pi) / x limit2 = sp.limit(expr2, x, 0) print(f”Zadanie 2:
{limit2}“)
```

### Zadanie 3: Pochodna wielomianu

```
expr3 = 2*x**3 - 3*x**2 + 8*x - 9 deriv3 = sp.diff(expr3, x) print(f"Zadanie 3: {deriv3}")
```

### Zadanie 4: Pochodna iloczynu

```
expr4 = x * sp.sin(x) + 1 deriv4 = sp.diff(expr4, x) print(f"Zadanie 4: {deriv4}")
```

### Zadanie 5: Całka nieoznaczona

```
expr5 = (x**2 + 3*x + 5) x integral5 = sp.integrate(expr5, x) print(f"Zadanie 5: {integral5} + C")
```

### Zadanie 6: Całka przez podstawienie

```
expr6 = x * sp.sin(x**2) integral6 = sp.integrate(expr6, x) print(f"Zadanie 6: {integral6} + C")
```

### Zadanie 7: Całka wymierna

```
expr7 = (x + 2) / (x + 1) integral7 = sp.integrate(expr7, x) print(f"Zadanie 7: {integral7} + C")
```

### Zadanie 8: Pole powierzchni (całka oznaczona)

```
expr8 = x**2 area8 = sp.integrate(expr8, (x, 0, 2)) print(f"Zadanie 8: {area8}")
```

### Zadanie 9: Prędkość i przyspieszenie

```
x_t = t**3 - 6*t**2 + 9*t + 2 v_t = sp.diff(x_t, t) a_t = sp.diff(v_t, t) v_2 = v_t.subs(t, 2) a_2 = a_t.subs(t, 2) print(f"Zadanie 9: Prędkość v(2) = {v_2}, Przyspieszenie a(2) = {a_2}")
```

### Zadanie 10: Równanie różniczkowe

```
y = sp.Function('y') diff_eq = sp.Eq(y(x).diff(x), (x + 2) / (x + 1)) solution = sp.dsolve(diff_eq, y(x), ics={y(0): 1}) print(f"Zadanie 10: {solution.rhs}")
```