

Dział 3 — Rachunek Różniczkowy i Całkowy: Zadania / *Chapter 3 — Differential and Integral Calculus: Problems*

Granice ciągów / *Limits of sequences*

1. Oblicz granicę ciągów / *Calculate the limits of the sequences*

1) $u_n = \frac{n}{n+1}$

2) $u_n = \frac{4n-3}{6-5n}$

3) $u_n = \frac{n^2-1}{3-n^3}$

4) $u_n = \frac{2n^3-4n-1}{6n+3n^2-n^3}$

5) $u_n = \frac{(n-1)(n+3)}{3n^2+5}$

6) $u_n = \frac{(2n-1)^2}{(4n-1)(3n+2)}$

7) $u_n = \frac{(2n-1)^3}{(4n-1)^2(1-5n)}$

8) $u_n = \frac{3}{n} - \frac{10}{\sqrt{n}}$

9) $u_n = \frac{(-1)^n}{2n-1}$

10) $u_n = \left(\frac{2n-3}{3n+1}\right)^2$

11) $u_n = \left(\frac{5n-2}{3n-1}\right)^3$

12) $u_n = \frac{(\sqrt{n+3})^2}{n+1}$

13) $u_n = \frac{\sqrt{n-2}}{3n+5}$

14) $u_n = \frac{n-10}{3}$

15) $u_n = \frac{(-0,8)^n}{2n-5}$

16) $u_n = \frac{2-5n-10n^2}{3n+15}$

17) $u_n = \frac{2n+(-1)^n}{n}$

18) $u_n = \frac{\sqrt{1+2n^2}-\sqrt{1+4n^2}}{n}$

19) $u_n = \sqrt{\frac{3n-2}{n+10}}$

20) $u_n = \sqrt[3]{\frac{n-1}{8n+10}}$

21) $u_n = \frac{\sqrt{n^2+4}}{3n-2}$

22) $u_n = \frac{n}{\sqrt[3]{n^3+1}}$

23) $u_n = \frac{n}{\sqrt[3]{8n^3-n-n}}$

24) $u_n = \frac{1}{\sqrt{4n^2+7n-2n}}$

25) $u_n = \sqrt{n+2} - \sqrt{n}$

26) $u_n = \sqrt{n^2+n} - n$

27) $u_n = n - \sqrt{n^2+5n}$

28) $u_n = \sqrt{3n^2+2n-5} - n\sqrt{3}$

29) $u_n = 3n - \sqrt{9n^2+6n-15}$

30) $u_n = \sqrt[3]{n^3+4n^2-n}$

31) $u_n = \sqrt[3]{n^2(2 - \sqrt[3]{2n^3+5n^2-7})}$

32) $u_n = \frac{4^n-1}{2^{2n}-7}$

33) $u_n = \frac{5 \cdot 3^{2n}-1}{4 \cdot 9^n+7}$

34) $u_n = \frac{3 \cdot 2^{2n+2}-10}{5 \cdot 4^{n-1}+3}$

35) $u_n = \frac{-8^n-1}{7^{n+1}}$

36) $u_n = \frac{2^{n+1}-3^{n+2}}{3^{n+2}}$

37) $u_n = \left(\frac{3}{2}\right)^n \frac{2^{n+1}-1}{3^{n+1}-1}$

- 38) $u_n = \sqrt[n]{3^n + 2^n}$
 39) $u_n = \sqrt[n]{10^n + 9^n + 8^n}$
 40) $u_n = \sqrt[n]{10^{100} - \frac{1}{10^{100}}}$
 41) $u_n = \sqrt[n]{\left(\frac{2}{3}\right)^n + \left(\frac{3}{4}\right)^n}$
 42) $u_n = \frac{1+2+\dots+n}{n^2}$
 43) $u_n = \frac{1^2+2^2+\dots+n^2}{n^3}$

Granice funkcji / *Limits of functions*

1. Oblicz granice funkcji / Calculate the limits of the functions

- 1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{27-x^3}{x-3}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-4x+3}{2x-6}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-1}{x+1}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^5+32}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-2x-8}{x^2-9x+20}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^3+125}{2x^2-50}$
- 7) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2+5x-2}{4x^2+9x+2}$
- 8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n-1}{x-1}$, n - liczba naturalna
- 9) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(-1)^{[x]}}{x^2-9}$
- 10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+mx}-1}{x}$
- 11) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n-1}{x-1}$ n - liczba naturalna.
- 12) $\lim_{x \rightarrow 25} \frac{\sqrt{x}-5}{x-25}$
- 13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x+1}}{1-\sqrt{x+1}}$
- 14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+25}-5}$
- 15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{4x}$
- 16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{3 \sin 2x}$
- 17) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$
- 18) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x}$
- 19) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$
- 20) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{4x}$
- 21) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{8-x}{\sin x}$
- 22) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$
- 23) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\operatorname{tg} x}$
- 24) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos x}{\sin^2 x}$
- 25) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \cos \frac{\pi}{4}}{\sin x - \sin \frac{\pi}{4}}$
- 26) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|\operatorname{tg}(x-1)|}{(x-1)^2}$
- 27) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$

$$28) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\arcsin(1-2x)}{4x^2-1}$$

$$29) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin x}}{x}$$

$$30) \lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{x}}$$

$$31) \lim_{x \rightarrow 0} (1+kx)^{\frac{n}{x}}$$

2. Dla podanych funkcji określ, czy są ciągłe w podanych punktach. Jeśli nie są, to czy można je tak zdefiniować, aby były ciągłe. / *For the given functions, determine if they are continuous at the given points. If they are not, can they be redefined to be continuous?*

$$1) f(x) = \frac{x^2-25}{x+5} \text{ dla } x \neq -5 \text{ i } f(-5) = -10.$$

$$2) f(x) = \frac{\sin x}{x} \text{ dla } x \neq 0 \text{ i } f(0) = 1.$$

$$3) f(x) = \frac{\sin x}{|x|} \text{ dla } x \neq 0 \text{ i } f(0) = 1.$$

$$4) f(x) = x + \frac{1}{x}$$

$$5) f(x) = \frac{x^2-x^3}{|x-1|}$$

$$6) f(x) = x - [x]$$

$$7) f(x) = [x] + [-x]$$

$$8) f(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$$

$$9) f(x) = x \sin \frac{\pi}{x}$$

$$10) f(x) = \frac{\sin^2 x}{1-\cos x}$$

$$11) x \left[\frac{1}{x} \right] \text{ w punkcie } x = 0.$$

$$12) x^{\frac{b}{x}} \left[\frac{x}{a} \right] \text{ w punkcie } x = 0.$$

$$13) \frac{e^{\frac{1}{x}}-1}{e^{\frac{1}{x}}+1} \text{ w punkcie } x = 0.$$

$$14) e^{\frac{1}{1-x^2}} \text{ w punkcie } x = 1.$$

$$15) xe^{\frac{1}{x}} \text{ w punkcie } x = 0.$$

$$16) \frac{x}{2x+e^{\frac{1}{x-1}}} \text{ w punkcie } x = 1.$$

Pochodne funkcji / *Derivatives of functions*

1. Oblicz pochodne funkcji / *Calculate the derivatives of the functions*

$$1) y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{13}{5}x^5 - 2x^6$$

$$2) y = 5x^{15} - x^2 + \frac{1}{3}x - 2$$

$$3) y = ax^3 + \frac{b}{x} + c$$

$$4) y = \frac{4}{x^3}$$

$$5) y = 9x^7 + 3x^{-5} - 3x^{-11}$$

$$6) y = 3x^{7/3} - 4x^{13/4} + \frac{4}{7}x^{-1/2} + 7^{3/2}$$

$$7) y = \sqrt[3]{x^2}$$

$$8) y = 5\sqrt[3]{x^7}$$

$$9) y = 3\sqrt[3]{x} - x^3 + \frac{2}{3}\sqrt[3]{x^4}$$

$$10) y = \sqrt{x} - 5\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x^3}$$

$$11) y = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{3}{\sqrt{x^3}}$$

$$12) y = \frac{5}{7\sqrt[3]{x}} - 2x^7 + \frac{3}{2\sqrt{x}}$$

$$13) x = t^3\sqrt{t}$$

$$14) y = \frac{2}{x^3\sqrt{x}}$$

$$15) y = (2\sqrt[3]{x^2} - x)(4\sqrt[3]{x^4} + 2\sqrt[3]{x^5} + x^2)$$

$$16) y = (4x^2 - 2x\sqrt{x} + x)(2x + \sqrt{x})$$

$$17) y = \frac{3}{3x-2}$$

$$\begin{aligned}
18) \quad y &= \frac{5}{2x^2-5x+1} \\
19) \quad y &= \frac{3x^2}{7x^5-x+2} \\
20) \quad y &= \frac{8x^3}{x^3+x-1} \\
21) \quad y &= \frac{x+1}{x-1} \\
22) \quad y &= \frac{5x^2+x-2}{x^2+7} \\
23) \quad y &= \frac{x^2-2x+3}{x^2+2x-3} \\
24) \quad y &= \frac{3}{(1-x^2)(1-2x^3)} \\
25) \quad y &= \frac{\sqrt[3]{x}}{1-\sqrt[3]{x}} \\
26) \quad z &= \frac{1+\sqrt{t}}{1+\sqrt{2t}} \\
27) \quad s &= (3t+1)^7 \\
28) \quad v &= (4z^2-5z+13)^5 \\
29) \quad x &= \left(\frac{1}{t}+4\right)^4 \\
30) \quad s &= \left(\frac{7t^2-\frac{t}{2}+6}{t}\right)^6 \\
31) \quad y &= \sqrt{x^2-4} \\
32) \quad z &= \sqrt{ax^2+bx+c} \\
33) \quad y &= \frac{1}{\sqrt{2-3t}} \\
34) \quad s &= \frac{1}{\sqrt{6t-t^2}} \\
35) \quad y &= \frac{1}{\sqrt[3]{(2-x^3)^4}} \\
36) \quad y &= \frac{a}{\sqrt[r]{(a+bx)^r}} \\
37) \quad y &= \frac{1}{(b-x^n)^m} \\
38) \quad y &= \sqrt[4]{(x-1)^3} \\
39) \quad u &= \frac{1}{v-\sqrt{a^2+b^2}} \\
40) \quad y &= \sqrt{\frac{a-x}{a^2-x^2}}, \quad a > 0 \\
41) \quad v &= \frac{z}{\sqrt{a^2-z^2}} \\
42) \quad y &= \frac{3\sqrt{x}}{x^2+1} \\
43) \quad y &= \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+1}} \\
44) \quad z &= \sqrt{\frac{x^2-3x+2}{x^2-7x+12}} \\
45) \quad z &= \sqrt{\frac{a^2-x^2}{a^2+x^2}} \\
46) \quad s &= \sqrt{\frac{1-\sqrt{t}}{1+\sqrt{t}}} \\
47) \quad u &= \frac{\sqrt{1+v}-\sqrt{1-v}}{\sqrt{1+v}+\sqrt{1-v}} \\
48) \quad y &= u(x)v(x)w(x) \\
49) \quad v &= \cos \frac{t}{a}, \quad a \neq 0 \\
50) \quad x &= a \sin bt \\
51) \quad y &= a \sin \frac{a}{x} \\
52) \quad z &= 2x + \sin 2x \\
53) \quad s &= \sin^2 3t \\
54) \quad v &= 4 \cos^5 \frac{t}{4} \\
55) \quad s &= \frac{1}{\cos^4 t} \\
56) \quad v &= \frac{5}{\sin^3 2t} \\
57) \quad s &= \frac{\sin t + \cos t}{2 \sin 2t} \\
58) \quad z &= \frac{\sin \alpha}{\alpha} + \frac{\alpha}{\sin \alpha} \\
59) \quad y &= \frac{x \sin x}{1+\operatorname{tg} x} \\
60) \quad y &= \frac{x}{\sin x + \cos x}
\end{aligned}$$

- 61) $y = \cos x - \frac{1}{3} \cos^3 x$
- 62) $y = \frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{2}{5} \sin^5 x + \frac{1}{7} \sin^7 x$
- 63) $y = \operatorname{tg}^4 \sqrt{x}$
- 64) $y = 3 \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg}^3 x$
- 65) $y = e^{ax} (a \sin x - \cos x)$
- 66) $y = x^2 e^{2x} \sin x$
- 67) $y = \cos^2 \frac{1}{\sqrt{x}}$
- 68) $y = 2 \sin^4 \frac{3}{\sqrt{x}}$
- 69) $y = \frac{\sin^2 x}{\cos^7 \frac{x}{2}} - \frac{2}{5 \cos^5 x}$
- 70) $y = \frac{3 \cos^2 x}{\sin^4 x}$
- 71) $y = \sqrt{\sin x + \sqrt{x + 2\sqrt{x}}}$
- 72) $y = \sqrt{1 + \operatorname{tg}(x + \frac{1}{x})}$
- 73) $z = \frac{3 \operatorname{tg} u - \operatorname{tg}^3 u}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 u}$
- 74) $z = \operatorname{tg} u - \operatorname{ctg} u - 2u$
- 75) $y = (4 \sin x - 8 \sin^3 x) \cos x$
- 76) $y = \operatorname{arctg} 3x$
- 77) $y = 7 \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$
- 78) $x = \arcsin(1 - t)$
- 79) $x = \arccos \sqrt{1 - t^2}$
- 80) $x = \arcsin \sqrt{t^3}$
- 81) $x = \arcsin \frac{1}{t}$
- 82) $y = x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2}, 0 < x < 1$
- 83) $x = \arcsin(2t\sqrt{1 - t^2})$
- 84) $y = \operatorname{arctg}(x - \sqrt{x^2 + 1})$
- 85) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$
- 86) $y = x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$
- 87) $y = \frac{1}{6} x^5 \operatorname{arctg} x - \frac{1}{24} x^4 + \frac{1}{12} x^2 - \frac{1}{12} \ln(1 + x^2)$
- 88) $y = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$
- 89) $y = \arccos \sqrt{\frac{1 - x^2}{1 + x^2}}$
- 90) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1 - x}{1 + x}}$
- 91) $y = \operatorname{arctg} \frac{1 + x}{1 - x}, x \neq 1$
- 92) $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{1 + \sqrt{1 + x^2}}$
- 93) $y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1 + x^2} - 1}{x}$
- 94) $y = x^3 \operatorname{arctg}^3 x$
- 95) $z = \frac{\arcsin 4y}{1 - 4y}$
- 96) $y = \frac{4}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} (2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1) \right] - x$
- 97) $y = \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}} \arcsin \frac{a \cos x + b}{a + b \cos x}$
- 98) $y = e^{3x}$
- 99) $y = 5e^{4x}$
- 100) $y = e^{x^2} f(x)$
- 101) $y = 3e^{-2x} g(x)$
- 102) $y = e^{\sin x}$
- 103) $y = 5e^{\cos x}$
- 104) $y = e^{\cos^2 x}$
- 105) $y = 3e^{2 \sin^3 x}$
- 106) $z = (v^3 - 3v^2 + 6v - 6)e^v$

- 107) $z = (10x^2 - 1)e^{3x}$
- 108) $z = \frac{(2x-1)e^x}{2\sqrt{x}}$
- 109) $y = (x + k\sqrt{1-x^2})e^{k \arcsin x}$
- 110) $y = 5^x + 2^x$
- 111) $y = 3^x x^3$
- 112) $y = 2^x \cdot 7^x - 1$
- 113) $y = 5 \cdot 10^{3x}$
- 114) $y = a^{2x} x^n, a > 0$
- 115) $y = \ln 3x$
- 116) $y = 7 \cdot 5^{10x}$
- 117) $z = \ln \frac{30}{x+3}$
- 118) $y = 5 \ln 10x$
- 119) $s = \ln(t + \sqrt{t^2 + 1})$
- 120) $z = 3 \ln \frac{5}{x-2}$
- 121) $s = \ln \sqrt{\frac{1+t}{1-t}}$
- 122) $y = 2 \ln \frac{3}{t + \sqrt{t^2 - 4}}$
- 123) $y = \ln |\ln |x||$
- 124) $y = \ln \frac{a+b \operatorname{tg} x}{a-b \operatorname{tg} x}$
- 125) $y = \ln \operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}), 0 < x < \frac{\pi}{2}$
- 126) $y = (\ln \cos \frac{x}{2})^2$
- 127) $y = \ln \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$
- 128) $y = 15 \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \frac{\cos x}{\sin^4 x} (8 \cos^4 x - 25 \cos^2 x + 15)$
- 129) $y = \ln \sin x$
- 130) $y = \ln \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}, 0 \leq x < 1$
- 131) $y = \ln(1 + \frac{a}{x})$
- 132) $y = \ln(e^{mx} + e^{-mx})$
- 133) $y = \log_x \ln x.$
- 134) $y = \log_x a.$
- 135) $y = x^{5x}, x > 0$
- 136) $y = 10x^{-3x}, x > 0$
- 137) $y = x^{\sin x}, x > 0$
- 138) $y = 3x^{\cos x}, x > 0$
- 139) $y = (\frac{a}{x})^x, a > 0, x > 0$
- 140) $y = x^{1/x}, x > 0$
- 141) $y = a^{\ln x}, a > 0, x > 0$
- 142) $y = 5^{\sin 2x}, x > 0$
- 143) $y = x^{\ln x}, x > 0$; wyjaśnić wynik.
- 144) $y = (\sin x)^{\cos x}, 0 < x < \frac{\pi}{2}$
- 145) $y = (\operatorname{arctg} x)^x, x > 0$
- 146) $y = (\operatorname{tg} x)^{\sin x}, 0 < x < \frac{\pi}{2}$
- 147) $y = (\operatorname{tg} x)^{1/\cos x}, 0 < x < \frac{\pi}{2}$
- 148) $y = (\cos x)^{\operatorname{ctg} x}, 0 < x < \frac{\pi}{2}$
- 149) $y = e^{e^x}$
- 150) $y = x^{e^x}, x > 0$
- 151) $y = x^{x^x}, x > 0$
- 152) $y = (1 + \frac{1}{x})^x$
- 153) $y = x\sqrt{\frac{1}{x}}$

2. Zbadaj przebieg funkcji / *Analyze the course of the function*

- 1) $y = x^2 \ln x$
- 2) $y = (\ln x)^3 - 3 \ln x$
- 3) $y = \frac{1}{\ln x}$
- 4) $y = \ln x + \frac{1}{\ln x}$
- 5) $y = \frac{1}{2} x^2 \ln \frac{1}{2} x$
- 6) $y = x - 2 \ln x$
- 7) $y = \frac{1 + \ln x}{x}$
- 8) $y = \ln(x^2 - 1) + \frac{1}{x^2 - 1}$
- 9) $y = \ln \sqrt{x^2 + 1} - 1$
- 10) $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$
- 11) $y = \ln \left(e + \frac{1}{x} \right)$
- 12) $y = \ln(1 + e^{-x})$
- 13) $y = \ln \sin x$
- 14) $y = \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} x \right)$
- 15) $y = \frac{e^{-x}}{x^2 - 1}$
- 16) $y = \frac{x}{e^x - 1}$
- 17) $y = e^{\frac{1}{x^2 - 1}}$
- 18) $y = e^{\frac{1}{x}} (x + 1)$
- 19) $y = e^{\frac{x^2}{x^2 - 1}}$
- 20) $y = e^{-x^2}$
- 21) $y = e^{-x^2 + 8x - 14}$
- 22) $y = x e^{-\frac{1}{2} x^2}$
- 23) $y = x^2 e^{1/x}$
- 24) $y = x^3 e^{-4x}$
- 25) $y = \left(a + \frac{x^2}{a} \right) e^{x/a}$
- 26) $y = \sqrt{e^{x^2} - 1}$
- 27) $y = e^{\operatorname{tg} x}$
- 28) $y = e^{\operatorname{arctg} x}$
- 29) $y = e^{\operatorname{arcsin} \sqrt{x}}$
- 30) $y = \operatorname{arctg}(\ln x)$

3. Oblicz całki / Calculate the integrals

- 1) $\int \frac{x\sqrt{x-x}\sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x}} dx$
- 2) $\int (3 + 2\sqrt[4]{x})^3 dx$
- 3) $\int \frac{\sqrt{x-2}\sqrt[3]{x^2+4}\sqrt[6]{x^3}}{6\sqrt[3]{x}} dx$
- 4) $\int \frac{3+5\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$
- 5) $\int \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$
- 6) $\int \sqrt{a+bx} dx$
- 7) $\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{2x^2-1}}$
- 8) $\int x\sqrt{1+x^2} dx$
- 9) $\int \frac{x}{\sqrt{3-5x^2}} dx$
- 10) $\int \frac{x-1}{\sqrt[3]{x+1}} dx$
- 11) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-6}} dx$
- 12) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{x^3+1}}$
- 13) $\int e^{1/x} \frac{dx}{x^2}$
- 14) $\int x e^{-x^2} dx$

- 15) $\int \frac{dx}{2 \cos^2 3x}$
- 16) $\int x \sin(2x^2 + 1) dx$
- 17) $\int \sin^3 x \cos x dx$
- 18) $\int \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin x}} dx$
- 19) $\int \frac{\sin x}{a+b \cos x} dx, b \neq 0$
- 20) $\int \cos x \cdot e^{\sin x} dx$
- 21) $\int \frac{x^3 dx}{\cos^2 x^4}$
- 22) $\int \frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx$
- 23) $\int \frac{x^2 dx}{\cos^2(x^3+1)}$
- 24) $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$
- 25) $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$
- 26) $\int \frac{e^x dx}{2e^x + 1}$
- 27) $\int x \ln(1 + x^2) dx$
- 28) $\int \sqrt{2 + \ln |x|} \frac{dx}{x}$
- 29) $\int 6^{1-x} dx$
- 30) $\int \frac{dx}{x \sqrt{1 - \ln^2 |x|}}$
- 31) $\int \frac{\ln |\operatorname{arctg} x|}{1+x^2} dx$
- 32) $\int x e^{x^2} (x^2 + 1) dx$
- 33) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}}$
- 34) $\int \frac{dx}{(1+x^2) \operatorname{arctg} x}$
- 35) $\int \frac{(\pi - \arcsin x) dx}{\sqrt{1-x^2}}$
- 36) $\int \frac{x dx}{x^4 + 1}$
- 37) $\int x^4 (1 + x^5)^3 dx$
- 38) $\int x^2 e^x dx$
- 39) $\int x^3 e^x dx$
- 40) $\int x^4 e^{2x} dx$
- 41) $\int x \cos x dx$
- 42) $\int x^2 \cos x dx$
- 43) $\int x^2 \sin 5x dx$
- 44) $\int e^x \cos x dx$
- 45) $\int e^{-2x} \sin 3x dx$
- 46) $\int e^x \cos^2 x dx$
- 47) $\int \sqrt{x} \ln x dx$
- 48) $\int (\ln |x|)^3 dx$
- 49) $\int \frac{(\ln |x|)^2}{x^5} dx$
- 50) $\int \sqrt{x} (\ln |x|)^3 dx$
- 51) $\int \frac{\ln |x|}{x^4} dx$
- 52) $\int \frac{(\ln x)^2}{\sqrt{x}} dx$
- 53) $\int x^3 (\ln x)^2 dx$
- 54) $\int x^n \ln x dx, n \neq -1$
- 55) $\int \frac{2x-13}{(x-5)^2} dx$
- 56) $\int \frac{3x+1}{(x+2)^2} dx$
- 57) $\int \frac{dx}{2x^2-2x+5}$
- 58) $\int \frac{dx}{3x^2+2x+1}$
- 59) $\int \frac{dx}{13-6x+x^2}$
- 60) $\int \frac{3dx}{9x^2-6x+2}$

- 61) $\int \frac{x+1}{x^2-x+1} dx$
- 62) $\int \frac{4x-1}{2x^2-2x+1} dx$
- 63) $\int \frac{2x-1}{x^2-2x+5} dx$
- 64) $\int \frac{2x-10}{x^2-2x+10} dx$
- 65) $\int \frac{2x-20}{x^2-8x+25} dx$
- 66) $\int \frac{3x+4}{x^2+4x+8} dx$
- 67) $\int \frac{x+6}{x^2-3} dx$
- 68) $\int \frac{x+6}{x^2+3} dx$
- 69) $\int \frac{6x}{x^2+4x+13} dx$
- 70) $\int \frac{10x-44}{x^2-4x+20} dx$
- 71) $\int \frac{4x-5}{x^2-6x+10} dx$
- 72) $\int \frac{5x}{2+3x} dx$
- 73) $\int \frac{x^2}{5x^2+12} dx$
- 74) $\int \frac{2x^2+7x+20}{x^2+6x+25} dx$
- 75) $\int \frac{7x^2+7x-176}{x^3-9x^2+6x+56} dx$
- 76) $\int \frac{x^3-4x^2+1}{(x-2)^4} dx$
- 77) $\int \frac{3x^2-5x+2}{x^3-2x^2+3x-6} dx$
- 78) $\int \frac{2x+1}{(x^2+1)^2} dx$
- 79) $\int \frac{x^3+2x-6}{x^2-x-2} dx$
- 80) $\int \frac{2x^3-19x^2+58x-42}{x^2-8x+16} dx$
- 81) $\int \frac{x^4}{x^2+1} dx$
- 82) $\int \frac{72x^6}{3x^2+2} dx$
- 83) $\int \frac{2x^4-10x^3+21x^2-20x+5}{x^2-3x+2} dx$
- 84) $\int \sqrt{2x+1} dx$
- 85) $\int \frac{dx}{\sqrt{3+4x}}$
- 86) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x-4}}$
- 87) $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{(2x+1)^3}}$
- 88) $\int x \sqrt[3]{x-4} dx$
- 89) $\int x \sqrt[3]{3x-1} dx$
- 90) $\int x \sqrt{2+3x} dx$
- 91) $\int x \sqrt{1-5x} dx$
- 92) $\int x \sqrt[3]{x-4} dx$
- 93) $\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{2x+3}}$
- 94) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{x+2}}$
- 95) $\int \frac{x^2+1}{\sqrt{3x+1}} dx$
- 96) $\int x^2 \sqrt[4]{2x+3} dx$
- 97) $\int \frac{dx}{x \sqrt{x+a}}$
- 98) $\int \frac{dx}{x \sqrt{x-a}}$
- 99) $\int \frac{\sqrt{x}}{x-1} dx$
- 100) $\int \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx$
- 101) $\int \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} dx$
- 102) $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{1-x}}$
- 103) $\int \sqrt{1+\sqrt{x}} dx$

- 104) $\int \frac{\sqrt[3]{x} dx}{x + \sqrt[6]{x^5}}$
- 105) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+2}}$
- 106) $\int \cos 5x \cos 7x dx$
- 107) $\int \sin 3x \cos 2x dx$
- 108) $\int \cos 2x \cos 3x dx$
- 109) $\int \sin x \cos 3x dx$
- 110) $\int \cos 2x \sin 4x dx$
- 111) $\int \sin 2x \sin 5x dx$
- 112) $\int \cos x \cos 3x dx$
- 113) $\int \sin 3x \sin x dx$
- 114) $\int \sin 5x \sin 2x dx$
- 115) $\int \sin^3 x dx$
- 116) $\int \sin^4 x dx$
- 117) $\int \cos^4 x dx$
- 118) $\int \cos^5 x dx$
- 119) $\int \sin^5 x dx$
- 120) $\int \operatorname{tg}^5 x dx$
- 121) $\int \operatorname{ctg}^4 x dx$
- 122) $\int \operatorname{ctg}^6 x dx$
- 123) $\int \sin^3 x \cos^4 x dx$
- 124) $\int \sin^7 x \cos^6 x dx$
- 125) $\int \sin^4 x \cos^2 x dx$
- 126) $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$
- 127) $\int \sin^3 x \cos^3 x dx$
- 128) $\int \sin^4 x \cos^5 x dx$
- 129) $\int \frac{\cos x dx}{\sin^8 x}$
- 130) $\int \sin x \operatorname{tg} x dx$
- 131) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin^2 x}} dx$
- 132) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{1+2 \cos x}}$
- 133) $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$
- 134) $\int \frac{\sin 2x}{1+\sin^2 x} dx$
- 135) $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1-\sin^4 x}}$
- 136) $\int \frac{dx}{e^{2x}-1}$
- 137) $\int \frac{dx}{e^x+e^{-x}}$
- 138) $\int \sqrt{e^x+1} dx$
- 139) $\int \frac{e^x-1}{e^x+1} dx$
- 140) $\int \frac{dx}{\sqrt{3+2e^x}}$
- 141) $\int e^x \sqrt{1+e^x} dx$
- 142) $\int \frac{e^x}{(e^x-1)^2} dx$
- 143) $\int (e^x + e^{-x})^2 dx$
- 144) $\int \frac{e^x}{e^{2x}+5} dx$
- 145) $\int \frac{4e^x+6e^{-x}}{9e^x-4e^{-x}} dx$
- 146) $\int \frac{dx}{e^x+e^{2x}}$
- 147) $\int \frac{e^x}{(e^x+a)^2} dx$
- 148) $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{3-5e^{2x}}}$
- 149) $\int \frac{dx}{\sqrt{e^{2x}+4e^x+1}}$
- 150) $\int x^3 e^{-x} dx$

- 151) $\int \frac{dx}{x \ln x}$
- 152) $\int \ln(x^2 + 1) dx$
- 153) $\int (\ln |x|)^2 dx$
- 154) $\int \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) dx$
- 155) $\int \ln |2 - 5x| dx$
- 156) $\int \frac{dx}{x(1 + \ln^2 |x|)}$
- 157) $\int x^2 \ln |x| dx$
- 158) $\int (4 + 3x^2) \ln |x| dx$
- 159) $\int x^3 \ln(x^2 + 3) dx$
- 160) $\int xa^x dx, a > 1$