

Zadanie 1

Znajdź granicę ciągu $a_n = \frac{2n^2+3n+2}{5-2n^2}$ przy $n \rightarrow \infty$.

- A) -1
- B) 1
- C) ∞
- D) $\frac{2}{5}$

Zadanie 2

Znajdź granicę funkcji $f(x) = \frac{\sin(x-\pi)}{x}$ przy $x \rightarrow 0$.

- A) 0
- B) 1
- C) -1
- D) ∞

Zadanie 3

Oblicz pochodną funkcji $y(x) = 2x^3 - 3x^2 + 8x - 9$.

- A) $6x^2 - 6x + 8$
- B) $6x^3 - 6x^2 + 8x$
- C) $2x^2 - 3x + 8$
- D) $6x^2 - 6x$

Zadanie 4

Oblicz pochodną funkcji $y(x) = x \sin(x) + 1$.

- A) $\sin(x) + x \cos(x)$
- B) $\cos(x)$
- C) $\sin(x) - x \cos(x)$
- D) $x \cos(x)$

Zadanie 5

Oblicz całkę $\int (x^2 + 3x + 5)x dx$.

- A) $\frac{x^4}{4} + x^3 + \frac{5x^2}{2} + C$
- B) $x^3 + 3x^2 + 5x + C$
- C) $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 5x + C$
- D) $3x^2 + 6x + 5 + C$

Zadanie 6

Oblicz całkę $\int x \sin(x^2) dx$.

- A) $-\frac{1}{2} \cos(x^2)$
- B) $2x \cos(x^2) + C$
- C) $-\frac{1}{2} \cos(x^2) + C$
- D) $-\cos(x^2) + C$

Zadanie 7

Oblicz całkę $\int \frac{x+2}{x+1} dx$.

- A) $x + \ln|x+1| + C$
- B) $\ln|x+1| + C$
- C) $x - \ln|x+1| + C$
- D) $1 + \frac{1}{x+1} + C$

Zadanie 8

Znajdź pole obszaru ograniczonego osią x oraz krzywą $y = x^2$ na przedziale $[0, 2]$.

- A) $\frac{8}{3}$
- B) 4
- C) $\frac{4}{5}$
- D) $\frac{8}{3}x^3 + C$

Zadanie 9

Częstka porusza się wzdłuż linii prostej, a jej położenie w czasie t jest dane funkcją $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 2$. Znajdź prędkość $V(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ oraz przyspieszenie $a(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$ częstki w czasie $t = 2$.

- A) Prędkość: 0, Przyspieszenie: -3
- B) Prędkość: 3, Przyspieszenie: 0
- C) Prędkość: -3, Przyspieszenie: 0
- D) Prędkość: -3, Przyspieszenie: 12

Zadanie 10

Rozwiąż równanie różniczkowe $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2}{x+1}$ z warunkiem początkowym $y(0) = 1$.

- A) $y(x) = x + \ln|x+1| + C$
 - B) $y(x) = \ln|x+1| + 1$
 - C) $y(x) = x + \ln|x+1| + 1$
 - D) $y(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$
-

Odpowiedzi

1. A
2. C
3. A
4. A
5. A
6. C
7. A
8. A
9. C
10. C

Wyniki obliczeń

- **Zadanie 1:** -1
 - **Zadanie 2:** -1
 - **Zadanie 3:** $6x^2 - 6x + 8$
 - **Zadanie 4:** $x \cos(x) + \sin(x)$
 - **Zadanie 5:** $\frac{x^4}{4} + x^3 + \frac{5x^2}{2} + C$
 - **Zadanie 6:** $-\frac{\cos(x^2)}{2} + C$
 - **Zadanie 7:** $x + \ln(x+1) + C$
 - **Zadanie 8:** $\frac{8}{3}$
 - **Zadanie 9:** Prędkość $v(2) = -3$, Przyspieszenie $a(2) = 0$
 - **Zadanie 10:** $x + \ln(x+1) + 1$
-

Kod Python

```
“‘python import sympy as sp
```

Definiowanie symboli

```
n = sp.symbols('n') x = sp.symbols('x') t = sp.symbols('t')  
print("— WYNIKI ZADAŃ —")
```

Zadanie 1: Granica ciągu

```
expr1 = (2*n**2 + 3*n + 2) / (5 - 2*n**2) limit1 = sp.limit(expr1, n, sp.oo)  
print(f"Zadanie 1: {limit1}")
```

Zadanie 2: Granica funkcji

```
expr2 = sp.sin(x - sp.pi) / x limit2 = sp.limit(expr2, x, 0) print(f"Zadanie 2:  
{limit2}")
```

Zadanie 3: Pochodna wielomianu

```
expr3 = 2*x**3 - 3*x**2 + 8*x - 9 deriv3 = sp.diff(expr3, x) print(f"Zadanie 3:  
{deriv3}")
```

Zadanie 4: Pochodna iloczynu

```
expr4 = x * sp.sin(x) + 1 deriv4 = sp.diff(expr4, x) print(f"Zadanie 4: {deriv4}")
```

Zadanie 5: Całka nieoznaczona

```
expr5 = (x**2 + 3x + 5) x integral5 = sp.integrate(expr5, x) print(f"Zadanie  
5: {integral5} + C")
```

Zadanie 6: Całka przez podstawienie

```
expr6 = x * sp.sin(x**2) integral6 = sp.integrate(expr6, x) print(f"Zadanie 6:  
{integral6} + C")
```

Zadanie 7: Całka wymierna

```
expr7 = (x + 2) / (x + 1) integral7 = sp.integrate(expr7, x) print(f"Zadanie 7:  
{integral7} + C")
```

Zadanie 8: Pole powierzchni (całka oznaczona)

```
expr8 = x**2 area8 = sp.integrate(expr8, (x, 0, 2)) print(f"Zadanie 8: {area8}")
```

Zadanie 9: Prędkość i przyspieszenie

```
x_t = t**3 - 6*t**2 + 9*t + 2 v_t = sp.diff(x_t, t) a_t = sp.diff(v_t, t) v_2 =  
v_t.subs(t, 2) a_2 = a_t.subs(t, 2) print(f"Zadanie 9: Prędkość v(2) = {v_2},  
Przyspieszenie a(2) = {a_2}")
```

Zadanie 10: Równanie różniczkowe

```
y = sp.Function('y') diff_eq = sp.Eq(y(x).diff(x), (x + 2) / (x + 1)) solution =  
sp.dsolve(diff_eq, y(x), ics={y(0): 1}) print(f"Zadanie 10: {solution.rhs}")
```