

Sekcja 0: Wstęp do fizyki

1. Algebra wektorowa

Dane są dwa wektory w przestrzeni 3D: $\vec{a} = [2, 1, -3]$ oraz $\vec{b} = [4, -2, 1]$. Oblicz:

- a) Długość (moduł) każdego wektora.
- b) Iloczyn skalarny $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
- c) Iloczyn wektorowy $\vec{a} \times \vec{b}$.
- d) Kąt między wektorami \vec{a} i \vec{b} .

2. Układy równań

Znajdź wartości x i y , które spełniają oba równania: $2x + 3y = 12$ oraz $x - y = 1$.

3. Proporcjonalność

Rozważ prawo powszechnego ciążenia: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$, gdzie F to siła grawitacji między dwiema masami m_1 i m_2 , r to odległość między ich środkami, a G to stała grawitacji. Określ, o jaki czynnik zmieni się siła F , jeśli odległość r zostanie podwojona, a obie masy (m_1 i m_2) zostaną zmniejszone o połowę.

4. Przekształcanie wzorów

Wzór na okres wahadła prostego to $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. Przekształć równanie, aby otrzymać wzór na g (przyspieszenie ziemskie).

5. Trygonometria

Wektor \vec{A} ma długość 15 i tworzy kąt $\theta = 60^\circ$ z osią poziomą. Oblicz jego składową poziomą i pionową.

6. Analiza funkcji

Rozważ funkcję $f(x) = 3x^2 - 12x + 7$. Zidentyfikuj wszelkie lokalne maksima lub minima.

7. Logika i Szeregi

Rower znajduje się 10 metrów od ściany i porusza się w jej kierunku ze stałą prędkością 1 m/s. Mucha startuje z przedniego koła roweru i leci w stronę ściany z prędkością 2 m/s. Gdy uderza w ścianę, natychmiast zawraca i leci do roweru, i tak dalej. Jaką całkowitą odległość przebędzie mucha, zanim zostanie zgnieciona?

8. Całki oznaczone

Oblicz pole pod wykresem funkcji $f(x) = \sin(x)$ od $x = 0$ do $x = \pi$.

9. Optymalizacja

Prostokąt znajduje się pod krzywą $y = 3 - x^2$ w pierwszej ćwiartce. Jakie są wymiary prostokąta o maksymalnym polu powierzchni?

10. Szeregi nieskończone

Określ końcowe położenie mrówki, która startuje z początku układu współrzędnych i porusza się według następującego schematu: 1 m na wschód, $1/2$ m na północ, $1/3$ m na zachód, $1/4$ m na południe, $1/5$ m na wschód itd.