

Skrypt Podstaw Elektroniki

ZADANIA

Artur Przelaskowski

Warszawa, sierpień 2014



---

# Wprowadzenie

---

Prezentowany zestaw zadań z rozwiązaniami służy poznaniu podstaw elektroniki w zakresie elementarnych problemów dotyczących przepływu prądu, najprostszych elementów obwodów, obliczeń rozkładów prądów i napięć, obserwacji zachowań elementów nieliniowych i wzmacniających.

Skrypt ten przyjmuje formę elektroniczną, stale aktualizowaną i uzupełnianą aż do postaci kompletnego materiału wspierającego naukę podstaw elektroniki na pierwszym roku studiów inżynierskich.

Równoległa jego wersja jest tworzona w języku angielskim.

Warszawa, sierpień 2014

---

# Spis treści

---

<b>Wprowadzenie</b>	<b>iii</b>
<b>Spis treści</b>	<b>iv</b>
<b>1 Problemy elementarne</b>	<b>1</b>
1.1 Podstawy fizyczne przepływu prądu . . . . .	1
1.2 Obwody prądu stałego . . . . .	4
1.3 Obwody prądu zmiennego . . . . .	11
1.4 Filtry . . . . .	13
1.5 Nieliniowe elementy półprzewodnikowe . . . . .	14

## Rozdział 1

---

# Problemy elementarne

---

### 1.1 Podstawy fizyczne przepływu prądu

Zamieszczono krótką charakterystykę elementarnych zjawisk fizycznych towarzyszących przepływowi prądu.

#### Pytania problemowe

**Pytanie 1.1** *Dlaczego płynie prąd.*

*Podaj możliwie wiele sposobów powodowania (wzbudzania, generowania) przepływu prądu elektrycznego.*

◇

**Przykładowa odpowiedź** – Powody mogą być następujące:

- indukcja elektromagnetyczna;
- chemicznie (baterie, reakcje w ogniwach paliwowych);
- fotowoltaicznie (fotony wybijają ładunki – baterie słoneczne, CCD, matryce CMOS w detektorach obrazowych itp.);
- cieplnie (termopara - na stacjach kosmicznych z napędem jądrowym, kineoskop CRT);
- piezoelektrycznie (mechanicznie) - konwersja ściskania na ładunek, np. w głowicach ultradźwiękowych;
- ...

## Zadania obliczeniowe

### Zadanie 1.1 *Prąd przenoszący ładunek.*

Wyobraźmy sobie najprostszy obwód zasilany ze źródła napięcia stałego (tj. obwód stałoprądowy) i dostarczający energię bezpośrednio do odbiornika. Wykonaj odpowiednie obliczenia formułując odpowiedzi na następujące pytania:

- jaki ładunek zostanie przeniesiony prądem elektrycznym o natężeniu  $1A$  w ciągu  $10min$ ?
- jak długo musi płynąć prąd o natężeniu  $1mA$  aby przenieść identyczny ładunek?
- przy jakim napięciu źródła energia przekazana odbiornikowi wynosi  $6kJ$ ?
- jaką rezystancję powinien mieć odbiornik tej energii?

□

**Przykładowe rozwiązanie** – Należy wykorzystać definicję natężenia prądu (prądu) w wersji stałoprądowej:  $I = Q/t$  (ilość ładunku przepływająca na sekundę). Ładunek liczymy więc jako  $Q = I \cdot t$ , przyjmując że prąd  $I$  jest stały w czasie  $t$ . Mamy więc:  $Q = 1A \cdot 10 \cdot 60s = 600[As] = 600C$ .

Korzystając z tej samej zależności obliczamy czas przeniesienia tego ładunku przy mniejszej wartości prądu  $I' = 1mA$ :  $t' = Q/I' = 600C/10^{-3}A = 6 \cdot 10^5 s$ .

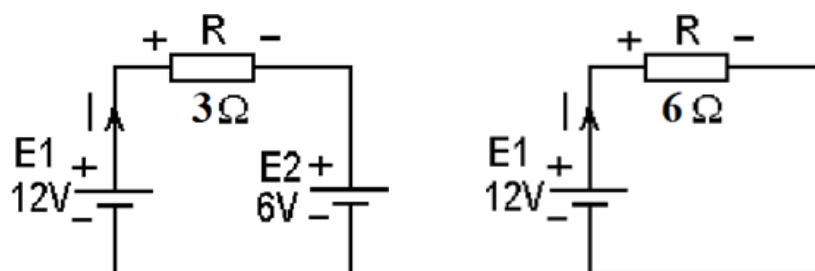
Przyjmując, że całe napięcie zasilające  $U$  odkłada się na odbiorniku, możemy ustalić dostarczaną moc  $P = U \cdot I$  i w konsekwencji energię jako  $E = P \cdot t = U \cdot I \cdot t$ . Pozwala to policzyć napięcie źródła przekazującego określoną energię w ustalonych warunkach według zależności:  $U = \frac{E}{I \cdot t} = E/Q = 6 \cdot 10^3 J/600C = 10[J/C] = 10V$ .

Aby określić rezystancję odbiornika energii konieczna jest znajomość prawa Ohma, gdzie rezystancja jest właściwością warunkującą zależność pomiędzy płynącym prądem a pojawiającym się napięciem jako  $R = U/I$ . Przy ustalonym napięciu źródła zasilania  $U = 10V$  w przypadku prądu  $I = 1A$  mamy więc  $R = 10V/1A = 10[V/A] = 10\Omega$ . W drugim przypadku zaś  $R' = 10V/10^{-3}A = 10^4\Omega$ . Doborem wartości rezystancji ustalamy więc płynący prąd i czas przenoszenia ładunku.

### Zadanie 1.2 *Wydzielanie mocy.*

W obwodzie jak na rysunku (1.1 - po lewej) oblicz:

- ile mocy wydziela się na oporniku?
- jaką moc traci źródło  $E_1$ , a jaką zyskuje  $E_2$ ?



Rysunek 1.1: Napięciowe zasilanie odbiornika: z lewej dwuźródłowe, z prawej: za pomocą jednego źródła.

- jak sytuacja zmieni się w obwodzie z jednym źródłem i większym opornikiem (1.1 - po prawej)?

□

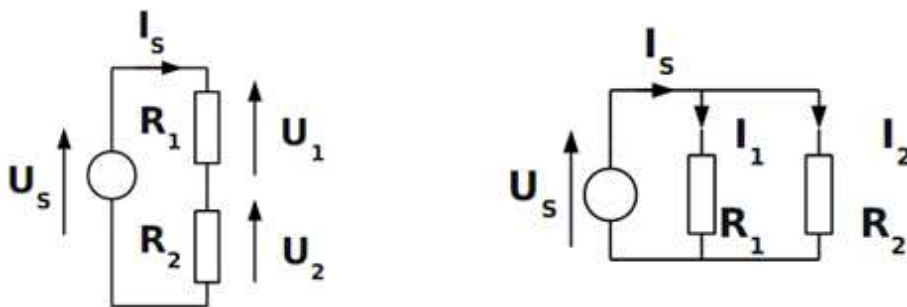
**Przykładowe rozwiązanie** – Policzmy napięcie odkładające się oporniku  $U_R = E_1 - E_2$  i prąd przez niego płynący (zgodnie z większym wymuszeniem):  $I = U_R/R$ . Stąd moc traconą w  $R$  możemy policzyć następująco:  $P_R = U_R \cdot I = U_R^2/R = (E_1 - E_2)^2/R = 36V^2/3\Omega = 12W$ .

Źródło  $E_1$  wymusza kierunek przepływu energii i oddaje energię elementom obwodu  $R$  oraz  $E_2$ . Moc źródeł - traconą i pobieraną można wygodnie oszacować licząc prąd  $I = (E_1 - E_2)/R = 6V/3\Omega = 2A$ , a następnie moc traconą  $P_{E_1} = E_1 \cdot I = 12V \cdot 2A = 24W$  oraz pobieraną  $P_{E_2} = E_2 \cdot I = 6V \cdot 2A = 12W$ . Moc wydatkowana ze źródła  $E_1$  jest więc równa sumie mocy pobieranej przez  $R$  oraz  $E_2$ .

## 1.2 Obwody prądu stałego

### Zadanie 1.3 Opór zastępczy.

Wyprowadź zależności na szeregowy i równoległy opór zastępczy posługując się rysunkami jak niżej (1.2)  $\square$



Rysunek 1.2: Szeregowy (po lewej) i równoległy układ połączeń dwóch rezystorów.

**Przykładowe rozwiązanie** – Przeanalizujemy kolejno rozkład napięć w układzie szeregowym oraz rozpływ prądów przy równoległym połączeniu oporników  $R_1$  i  $R_2$ .

### Zadanie 1.4 Oszczędności.

Masz do dyspozycji oporniki o wartościach rezystancji  $10\Omega$  i  $100\Omega$  na moc nominalną  $0,5W$ ; zaproponuj układ złożony z takich oporników, który jest możliwie tani, o rezystancji  $60\Omega$  i nominalnej mocy co najmniej  $1W$ .

$\square$

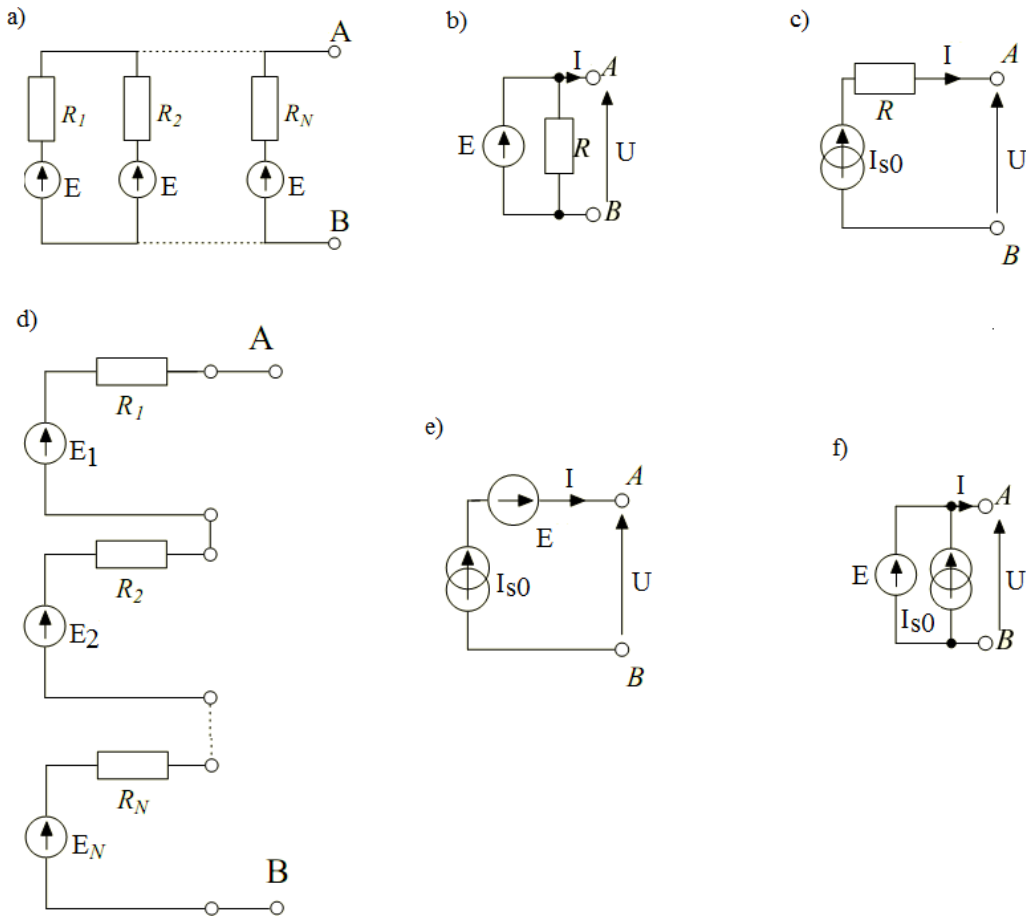
**Przykładowe rozwiązanie** –

### Zadanie 1.5 Upraszczanie źródeł.

Uprość układy jak niżej (1.3) do postaci równoważnej, możliwie uproszczonej, uzasadniając te uproszczenia.  $\square$

**Przykładowe rozwiązanie** – Rozważmy kolejno te obwody. Równoległe połączenie gałęzi takich samych źródeł  $E$  z szeregowymi opornikami (rys. 1.3a)) można zastąpić pojedynczym źródłem  $E$  (idealnym) z szeregowo dołączoną rezystancją o wartości równej równoległemu połączeniu oporników  $R_1, \dots, R_N$  (zobacz rys. 1.4a)). Powód jest prosty: w żadnej z tych gałęzi prąd nie płynie, gdyż źródła wzajemnie się znoszą, a wyjście (pomiędzy końcówkami AB) jest rozwarte. Na wyjściu mamy więc potencjalne źródło idealne  $E$  (bez ograniczeń wydajności), które będzie wydatkowało energię poprzez szeregową rezystancję  $R_w$ , taką

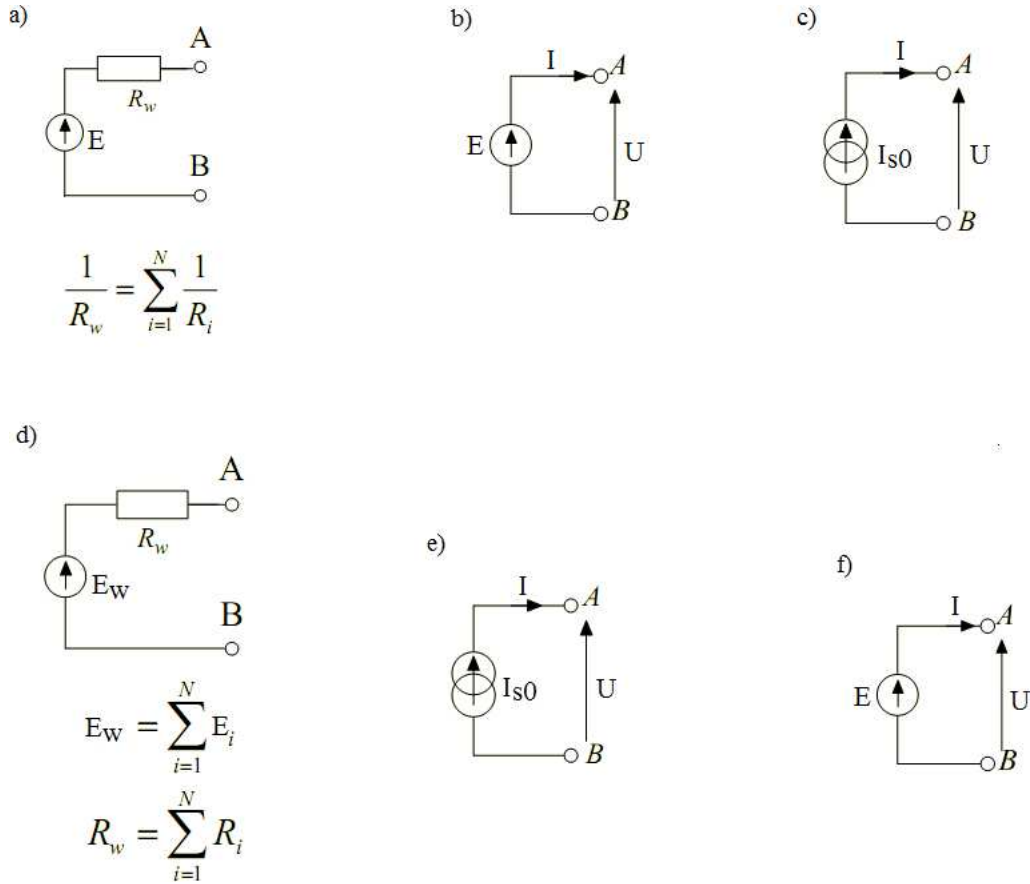




Rysunek 1.3: Nadmiarowe konfiguracje łączenia źródeł napięciowych i prądowych, poddające się elementarnym uproszczeniom.

że  $\frac{1}{R_w} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$ . Takie same napięcie  $U$  na opornikach  $R_i$  wynika z równego napięcia na końcówkach wszystkich gałęzi oraz z tej samej  $E$ . Potencjalny prąd pojawiający się w gałęziach np. przy obciążeniu układu rezystancją obciążenie dołączoną pomiędzy końcówkami AB, będzie sumowany do  $I_{AB} = U/R_1 + \dots + U/R_N \Rightarrow I_{AB}/U = 1/R_w = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$ .

Podobny układ (przypadek d) z rys. 1.3), tym razem szeregowo połączonych, zróżnicowanych źródeł napięciowych  $E_1, \dots, E_N$  z szeregowymi opornikami o wartościach odpowiednio  $R_1, \dots, R_N$  można przybliżyć jednym źródłem  $E_w = \sum_{i=1}^N E_i$  oraz sumacyjną rezystancją zastępczą  $R_w = \sum_{i=1}^N R_i$  (zobacz rys. 1.4a)). Przy braku obciążenia (otwarte wyjście AB) nie płynie w obwodzie żaden prąd, a napięcie wyjścia jest sumą szeregowo połączonych SEM źródeł. Pojawiający się przy obciążeniu  $I_{AB}$  jest jednakowy dla wszystkich oporników, dlatego też suma spadków napięć na wszystkich opornikach  $U_R = I_{AB} \cdot (R_1 + \dots + R_N)$ , czyli  $U_R/I_{AB} = R_w = \sum_{i=1}^N R_i$ .



Rysunek 1.4: Uproszczenia konfiguracji źródeł napięciowych i prądowych z rys. 1.3, w odpowiedniej kolejności.

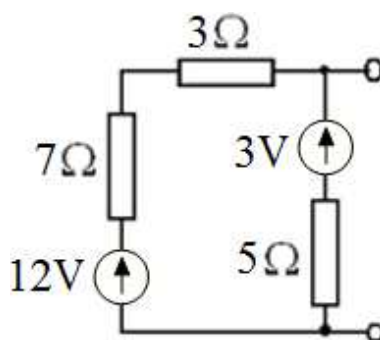
Przypadek b) zawiera pojedyncze źródło napięciowe z równolegle podłączonym opornikiem. Napięcie wyjściowe pomiędzy AB zapewnia idealne źródło  $E$ , natomiast rezystancję  $R$  możemy pominąć, gdyż stale wydatkowany przez źródło prąd  $E/R$  nie obciąża źródła idealnego (nie powoduje spadku wartości siły elektromotorycznej źródła, gdyż jest ono idealne). Z punktu widzenia końcówek AB obecność  $R$  nie ma więc żadnego znaczenia, także z punktu widzenia rezystancji wyjściowej tego obwodu (przyjmuje się, że idealne źródło napięciowe ma zerową rezystancję wewnętrzną, która zwiera  $R$  w połączeniu równoległym).

Podobnie przypadek c) upraszczamy do idealnego źródła prądowego  $I_{s0}$ , gdyż zapewnia ono stały prąd bez względu na wartość  $R$ . Idealne źródło prądowe ma nieskończoną rezystancję wewnętrzną, stąd dodanie nawet dużej  $R$  w połączeniu szeregowym nie zmienia też rezystancji wyjściowej obwodu. Spadek napięcia na idealnym źródle prądowym nie wpływa na jego funkcjonalność (będzie równe sumie spadków napięć na  $R$  i obciążeniu lub po uproszczeniu - tylko na obciążeniu).

Szeregowe połączenie źródła prądowego i napięciowego (przypadek e)) daje wymuszenie  $I$  na obciążeniu, a spadek napięcia na obciążeniu nie zależy od  $E$  (jak wyżej wartość spadku napięcia na idealnym źródle prądowym nie warunkuje jego pracy), a jedynie od wartości rezystancji obciążenia. Szeregowe połączenie nieskończonej rezystancji z zerową także wskazuje na możliwość pominięcia źródła napięciowego. Podobnie równoległe dołączenie źródła prądowego do napięciowego (jak w f)) nie wpływa na warunki pracy obciążenia, gdyż nie ma wpływu na podawaną  $E$  stanowiąc zamkniętą gałąź równoległą o nieskończonej rezystancji. Wymuszenie prądowe doładowuje źródło  $E$  nie zmieniając w żaden sposób jego parametrów. Tak więc z punktu widzenia obciążenia można zredukować układ jedynie do źródła napięciowego.

**Zadanie 1.6** Równoważne źródła zastępcze.

Dla układu jak niżej (1.5) policz równoważne źródło zastępcze.  $\square$



Rysunek 1.5: Układ do uproszczenia za pomocą umownego źródła zastępczego.

**Przykładowe rozwiązanie** – Zgodnie z zasadami - napięciową Thevenina i prądową Nortona wyznaczmy równoważne źródła szacując napięcie rozwarcia i prąd zwarcia dla układu z rys. 1.5. Sumując składniki napięcia wyjściowego (obciążenia) od obu źródeł (według zasady superpozycji dla układów liniowych) mamy (wykorzystując odpowiednie dzielniki napięciowe):

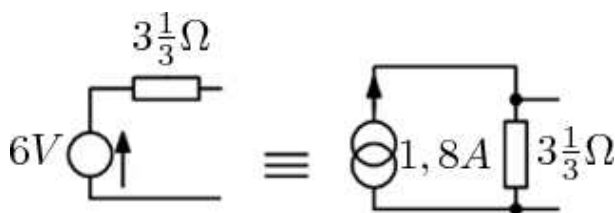
$$U_{rozv} = 12V \cdot \frac{5\Omega}{(3+7+5)\Omega} + 3V \cdot \frac{(3+7)\Omega}{(3+7+5)\Omega} = 4V + 2V = 6V.$$

Prąd zwarcia obciążenia jest sumą wymuszeń od obu źródeł płynących bezpośrednio na wyjście (zerowe obciążenie ściąga cały prąd od obu źródeł). Liczymy więc:  $I_{zw} = \frac{12V}{(3+7)\Omega} + \frac{3V}{5\Omega} = 1,8A$ . Teraz już można narysować schematy równoważnych źródeł zastępczych mając  $U_T = 6V$  i  $R_T = \frac{U_{rozv}}{I_{zw}} = 3\frac{1}{3}\Omega$  oraz  $I_N = 1,8A$  i  $R_N = R_T = 3\frac{1}{3}\Omega$  (rys. 1.6).  $\square$

**Zadanie 1.7** Rezystancja zastępcza układu oporników.

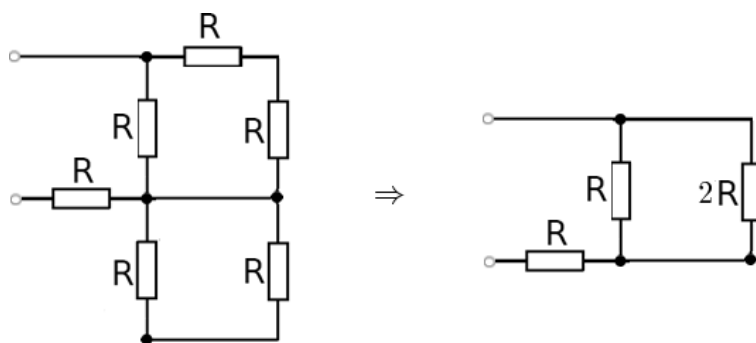
Wyznacz:

- rezystancję zastępczą układu rezystorów jak na rys. 1.7 (po lewej);



Rysunek 1.6: Równoważne źródła zastępcze, obliczone dla układu z rys. 1.5.

- wartość  $R$ , jeśli moc tracona w całym obwodzie wynosi  $P_R = 300\text{mW}$  przy napięciu zasilającym  $U = 5^{1/2}\text{V}$ .



Rysunek 1.7: Układ rezystorów (po lewo) przekształcony do postaci równoważnej (po prawej).

Dodatkowo wskaż w układzie opornik, na którym wydziela się najmniejsza moc.

□

**Przykładowe rozwiązanie** – Układ z rys. 1.7a) należy w pierwszej kolejności uprościć (nieco podchwytliwie został niepotrzebnie skomplikowany). Dolną gałąź z dwoma szeregowo połączonymi opornikami można usunąć, gdyż oba końce tej gałęzi są ekwipotencjalne (na tym samym potencjale ze względu na idealne połączenie tych końcówek, więc w gałęzi nie popłynie żaden prąd). Dodatkowo dwa szeregowo połączone oporniki gałęzi górnej, po prawej zastąpmy przez  $2R$ . Mamy więc równoważny układ jak na rys. 1.7 (po prawej). Opór zastępczy liczymy teraz wykorzystując zależności na opory zastępcze szeregowo i równoległe łączonych rezystorów:  $R_z = R + R \parallel 2R = R + \frac{2R^2}{3R} = 1\frac{2}{3}R$ .

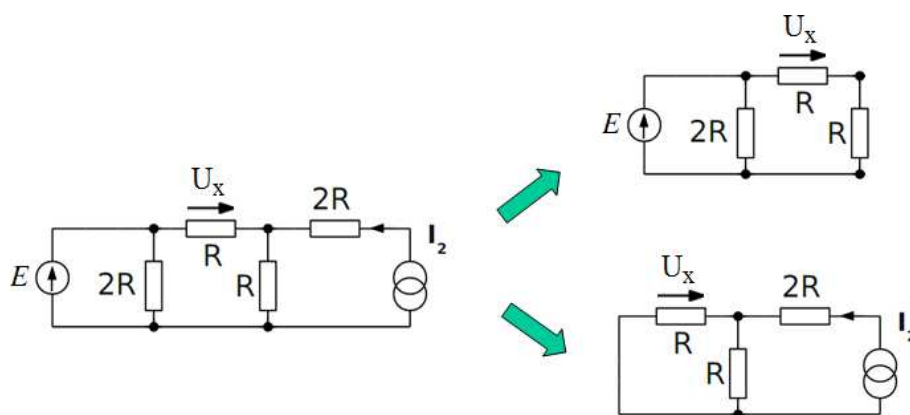
Moc traconą w całym układzie oporników liczymy z zależności  $P_R = 0.3\text{W} = U^2/R_z = \frac{5V \cdot V}{5/3R}$ . Stąd konkretną wartość  $R$  wynosi  $R = \frac{3}{5} \cdot \frac{5V \cdot V}{0.3W} = 10\Omega$ .

Poszukajmy teraz rezystora, na którym wydziela się najmniejsza moc. Po pierwsze, w układzie z rys. 1.7 (po lewej) zerowa moc wydziela się w obydwu usuniętych przy uproszczeniu rezystorach dolnej gałęzi. Po uproszczeniu zaś, (schemat po prawej na rys. 1.7) mamy trzech kandydatów: najpierw odpada dolny  $R$ ,

szeregowo połączony z  $R||2R$ , gdyż płynie przez niego większy prąd, niż przez  $R$  równolegle połączony z  $2R$  (a moc  $P = I^2 \cdot R$ ). Oporniki dwóch równoległych gałęzi wydzielają moc odpowiednio:  $\frac{U_{R||2R}^2}{R}$  (w gałęzi z jednym opornikiem) oraz  $\frac{U_{R||2R/4}^2}{R}$  (na każdym z dwóch oporników gałęzi  $2R$ ). Tak więc na tych dwóch opornikach uproszczonego układu wydziela się najmniejsza moc.

### Zadanie 1.8 Superpozycja źródeł.

Dla układu jak na rysunku 1.8 wyznacz napięcie  $U_x$ . Podaj warunek zerowania tego napięcia.



Rysunek 1.8: Obwód prądu stałego z dwoma źródłami (po lewej) przekształcony według zasady superpozycji: po usunięciu źródła prądowego (po prawej u góry) oraz napięciowego (po prawej u dołu).

□

**Przykładowe rozwiązanie** – Zastosujmy metodę superpozycji. Sytuację po usunięciu obu źródeł pokazano na rys. 1.8 po prawej. Zajmijmy się sytuacją w obwodzie po usunięciu źródła prądowego (tj. szacujemy wymuszenie  $U_x$  pochodzące od  $E$ , przy czym warto zwrócić uwagę, że zwrot  $U_x$  na rysunku jest przeciwny do kierunku spadku napięcia pochodzącego od  $E$ ). Liczmy więc:  $U_x^{(E)} = -E/2$ , bo napięcie jest równo dzielone pomiędzy dwa szeregowo  $R$ .

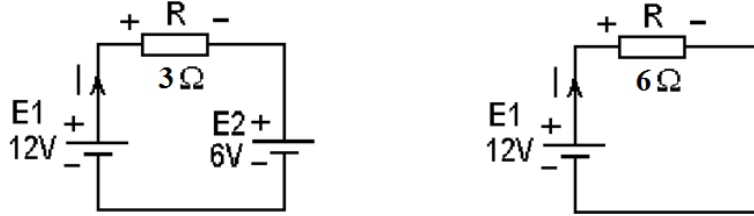
W przypadku źródła prądowego szacunki są równie proste:  $U_x^{(I_2)} = R \cdot I_2/2$ , gdyż prąd jest równo dzielony pomiędzy dwie równoległe gałęzie o tej samej  $R$ , a kierunek  $U_x$  jest zgodny z wymuszeniem. Ostatecznie mamy więc  $U_x = U_x^{(E)} + U_x^{(I_2)} = R \cdot I_2/2 - E/2 = \frac{R \cdot I_2 - E}{2}$ .

Warunek zerowania  $U_x$  jest oczywisty:  $U_x = 0 \Leftrightarrow R \cdot I_2 - E = 0$ , co daje  $E = R \cdot I_2$ .

### Zadanie 1.9 Wydzielanie mocy.

W obwodzie jak na rysunku 1.9 (z lewej) oblicz

- ile mocy wydziela się na oporniku,
- jaką moc traci źródło  $E_1$ , a jaką zyskuje  $E_2$ .



Rysunek 1.9: Najprostsze obwody dostarczania mocy.

Jak sytuacja zmieni się w obwodzie na rys. 1.9 (z prawej)?

□

**Przykładowe rozwiązanie** – Moc wydzielana na  $R$  zależy od spadku napięcia na oporniku, czyli  $P_R = \frac{(12-6)^2 V \cdot V}{3\Omega} = 12W$ . Ponieważ źródła napięciowe są skierowane przeciwnie, źródło  $E_1$  o większej SEM wymusza przepływ prądu we wskazanym na rysunku kierunku wydając energię, podczas gdy  $E_2$  pobiera energię określonej mocy. Wartości mocy traconej i pozyskiwanej zależą od wartości płynącego w obwodzie prądu  $I = \frac{E_1 - E_2}{R}$ , a więc istotną rolę odgrywa wartość  $R$ . Daje to  $P_{E_1} = E_1 \cdot \frac{E_1 - E_2}{R} = 12V \cdot \frac{6V}{3\Omega} = 24W$ , zaś pobierana  $P_{E_2} = E_2 \cdot \frac{E_1 - E_2}{R} = 6V \cdot \frac{6V}{3\Omega} = 12W$ . Zatem  $E_1$  połowę swojej energii daje  $R$ , a połowę  $E_2$ .

Po usunięciu  $E_2$  i zwiększeniu wartości opornika do  $R' = 6\Omega$  (1.9 z prawej), cała moc  $P'_{E_1} = E_1 \cdot \frac{E_1}{R'} = 12V \cdot \frac{12V}{6\Omega} = 24W$  oddawana jest rezystorowi (gdzie  $P'_R = \frac{12^2 V \cdot V}{6\Omega} = 24W$ ).

## 1.3 Obwody prądu zmiennego

**Zadanie 1.10** Szeregowy układ rezonansowy.

Oblicz przepięcie na elementach reaktancyjnych w szeregowym układzie rezonansowym, jeśli wartości elementów wynoszą odpowiednio:  $R = 50\Omega$ ,  $C = 20\mu F$ ,  $L = 5H$ .

□

**Przykładowe rozwiązanie** – Przepięcie w szeregowym obwodzie rezonansowym dotyczy *wzmocnienia* napięcia występującego na elementach reaktancyjnych (indukcyjność, pojemność) w stosunku do napięcia wejściowego podanego na układ RLC, odkładającego się w rezonansie na  $R$ . Wielkości te wiąże zależność na dobroć układu  $Q = \frac{X_{L,C}}{R} = \frac{U_{L,C}}{U_R = U_{wej}}$ . Stąd przepięcie równe dobroci układu rezonansowego liczymy z zależności  $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\sqrt{L/C}}{R} = \frac{\sqrt{5/20 \cdot 10^6}}{50} = 10$ . Wykorzystano proste przekształcenie  $\omega_0 L = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \cdot L = \sqrt{L/C}$ .

**Zadanie 1.11** Obliczenia wskazowe.

W obwodach prądu zmiennego oblicz

- wartości chwilowe napięć, których wskazy są następującą postać:  $V_1 = 5j$ ,  $V_2 = -3 + j$ ,  $V_3 = 2e^{-j\pi/2}$
- transmitancję obwodu, jeśli  $u_{we} = \sin(\omega t + \pi/2)$ ,  $u_{wy} = \cos(\omega t - \pi/4)$ .

□

**Przykładowe rozwiązanie** –. Mając dane wskazy napięć w obwodzie, musimy odwołać się do podstawowej zależności, która pozwala przekształcić wskaz sygnału w jego postać chwilową:  $v(t) = \text{Re}\{V \cdot e^{j\omega t}\}$ . Liczymy więc kolejno stosując wzór Eulera:

$$v_1(t) = \text{Re}\{5j \cdot e^{j\omega t}\} = \text{Re}\{5j \cdot (\cos \omega t + j \sin \omega t)\} = \text{Re}\{-5 \sin \omega t + 5j \cos \omega t\} = -5 \sin \omega t = 5 \cos(\omega t + \pi/2), \text{ ponieważ } \sin \omega t = -\cos(\omega t + \pi/2);$$

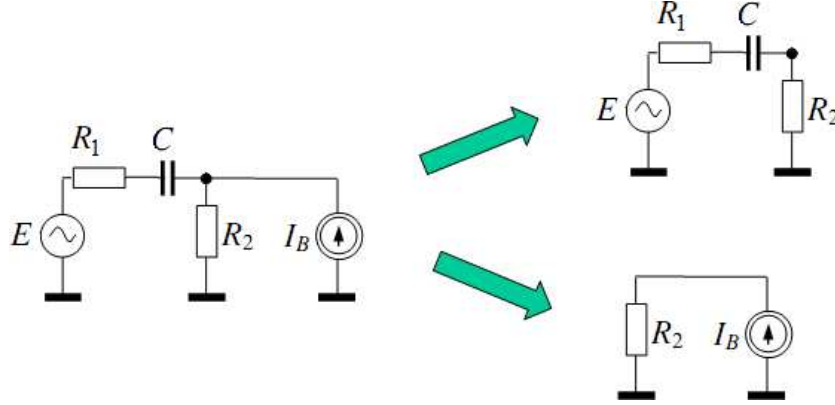
$$v_2(t) = \text{Re}\{(-3 + j) \cdot (\cos \omega t + j \sin \omega t)\} = -3 \cos \omega t - \sin \omega t; \text{ można też zamienić } V_2 \text{ na postać wykładniczą } V_2 = \sqrt{10}e^{j(\arctan(-1/3)+\pi)}, \text{ wtedy } v_2(t) = \text{Re}\{\sqrt{10}e^{j(\arctan(-1/3)+\pi)} \cdot e^{j\omega t}\} = \sqrt{10} \cos(\omega t + \arctan(-1/3) + \pi);$$

$$v_3(t) = \text{Re}\{2e^{-j\pi/2} \cdot e^{j\omega t}\} = \text{Re}\{2e^{j(\omega t - \pi/2)}\} = 2 \cos(\omega t - \pi/2) = 2 \sin \omega t.$$

Aby obliczyć transmitancję (widmową) obwodu, czyli stosunek widmowej transformacji sygnału wyjściowego  $Y(j\omega)$  do transformacji sygnału wejściowego  $X(j\omega)$  postaci  $G(j\omega) = \frac{Y_p \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}}{X_p \cdot e^{j\omega t \varphi}}$ , należy ustalić wskazową postać napięć. Mamy więc  $U_{we} = 1$ , ponieważ  $\sin(\omega t + \pi/2) = \cos \omega t$ , co daje fazę  $\varphi = 0$ . Natomiast  $U_{wyj} = e^{-j\pi/4}$ . Prowadzi to do następujących postaci transformacji:  $X(j\omega) = U_{we} \cdot e^{j\omega t} = e^{j\omega t}$  oraz analogicznie  $Y(j\omega) = e^{j(\omega t - \pi/4)}$ . Daje to  $G(j\omega) = e^{-j\pi/4}$ , czyli w tym przypadku transmitancja nie zależy od pulsacji.

**Zadanie 1.12** Superpozycja w obwodzie prądu zmiennego.

Oblicz napięcie na  $R_2$ , jeśli wartości elementów obwodu przedstawionego na rys. 1.10 wynoszą odpowiednio:  $R_1 = 50\Omega$ ,  $R_2 = 100\Omega$ ,  $C = 20\mu F$ ,  $I_B = 5mA$ ,  $E = 5\sin(\omega t + \pi/2)$ ,  $\omega = 10^3 rad/s$ .



Rysunek 1.10: Obwód dwóch źródeł, w tym prądu zmiennego, uproszczony według zasad superpozycji (po prawej).

□

**Przykładowe rozwiązanie** – Uproszczenie obwodu według zasad superpozycji prowadzi do schematów jak na rys. 1.10 po prawej. Spadek napięcia na  $R_2$  zależny od źródła  $E$  obliczamy z dzielnika napięciowego  $U_{R_2}^{(E)} = E \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2 + 1/(j\omega C)} = 5 \cdot \frac{j\omega C \cdot R_2}{j\omega C \cdot (R_1 + R_2) + 1} = 5 \cdot \frac{j10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 100}{j10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 150 + 1} = 5 \cdot \frac{2j}{1+3j} = 5 \cdot \frac{2j \cdot (1-3j)}{10} = (3+j)V = \sqrt{10}e^{j \arctan(1/3)}V$ , co zapisie chwilowym można przedstawić jako  $u_{R_2}^{(E)}(t) = \sqrt{10} \cos(\omega t + \arctan(1/3))V$ .

Składową napięcia od źródła prądowego obliczamy z prawa Ohma (kondensator stanowi przerwę w obwodzie dla wymuszenia stałoprądowego, stąd usunięcie w analizie lewej strony obwodu):  $u_{R_2}^{(I_B)} = I_B \cdot R_2 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 100\Omega = 0.5V$  - jest to oczywiście wartość napięcia stałego. Stąd finalna postać spadku napięcia jest następująca:  $u_{R_2}(t) = u_{R_2}^{(E)}(t) + u_{R_2}^{(I_B)} = 0.5 + \sqrt{10} \cos(\omega t + \arctan(1/3))V$ .

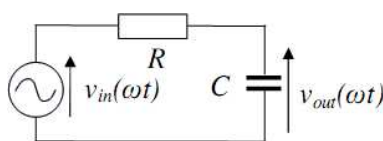
**Zadanie 1.13** Transmitancja w obwodzie  $RC$ .

W obwodzie jak na rys. 1.11 przyjmij, że:  $\omega = 1000 rad/s$ ,  $R = 10k\Omega$ ,  $C = 5\mu F$ . Oblicz napięcie wyjściowe  $v_{out}(\omega t)$  dla sygnału wejściowego  $v_{in}(t) = 5\sin(\omega t + \pi/4)$ . Jaka jest transmitancja tego układu?

□

**Przykładowe rozwiązanie** –



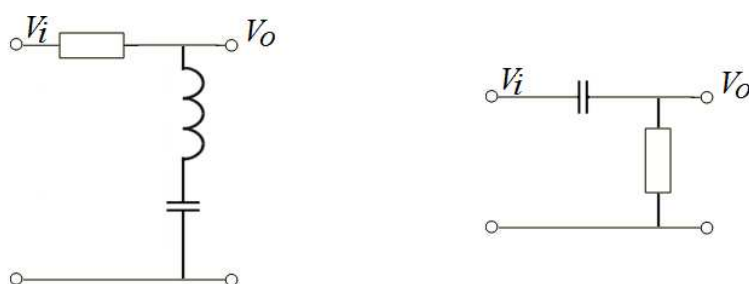


Rysunek 1.11: Zmiennoprądowy obwód RC z wyjściowym napięciem na C.

## 1.4 Filtry

**Pytanie 1.2** *Transmitancja filtru środkowozaporowego.*

*Oblicz transmitancję i naszkicuj charakterystykę amplitudową filtru jak na rys. 1.12 po lewej.*



Rysunek 1.12: Elementarne filtry: środkowozaporowy RLC (z lewej) i górnoprzepustowy RC.

◇

**Przykładowe rozwiązanie –**

**Pytanie 1.3** *Filtr górnoprzepustowy RC.*

*Opisz właściwości filtru jak na rys. 1.12 po prawej, podaj jego możliwe zastosowania. Jakie znasz inne filtry?*

◇

**Przykładowe rozwiązanie –**

## 1.5 Nieliniowe elementy półprzewodnikowe

**Pytanie 1.4** Porównanie zasad działania tranzystorów.

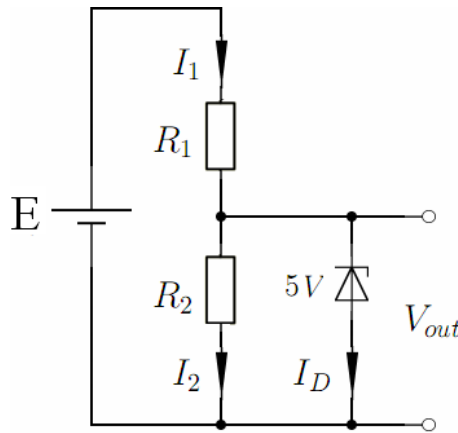
Porównaj zasadę działania tranzystora bipolarnego i polowego. Jakie znasz zastosowania tranzystorów?

◇

**Przykładowe rozwiązanie –**

**Zadanie 1.14** Stabilizacja z diodą Zenera.

W obwodzie jak na rys. 1.13 oblicz prąd diody  $I_D$ , jeśli  $E = 12V$ ,  $R_1 = 2,5k\Omega$ ,  $R_2 = 7,5k\Omega$ .



Rysunek 1.13: Podstawy układ ze stabilizującą diodą Zenera.

□

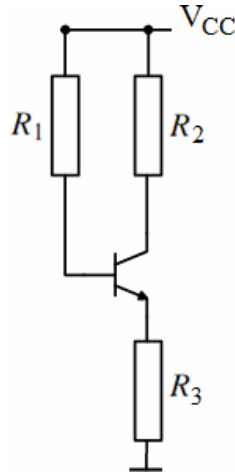
**Przykładowe rozwiązanie –** W pierwszej kolejności należy sprawdzić, czy dioda jest w zatkana, czy też w stanie przewodzenia. Oszacujmy więc napięcie na  $R_2$  w nieobciążonym dzielniku napięciowym źródła  $E$ :  $U_{R_2} = E \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{7,5}{10} V = 9V$ . Ponieważ napięcie to jest wyższe (nawet znacząco) od stabilizującego napięcia diody Zenera spolaryzowanej zaporowo (napięcie przebicia diody), równego  $5V$ , dioda pracuje w zakresie przebicia. Znacząco to, że  $I_D = I_1 - I_2 = \frac{12-5}{2,5 \cdot 10^3} - \frac{5}{7,5 \cdot 10^3} = 2 \frac{2}{15} mA$ .

**Zadanie 1.15** Punkt pracy tranzystora.

Ustal punkt pracy tranzystora w układzie z rys. 1.14, jeśli  $R_1 = R_2 = R_3 = 100\Omega$ ,  $V_{CC} = 5V$ , a wartość  $\beta = 200 A/A$ .

□

**Przykładowe rozwiązanie –** Punkt pracy tranzystora określają wartości prądu kolektora  $I_C$  oraz napięcia kolektor-emiter  $U_{CE}$ . Na początek ustalmy wartość



Rysunek 1.14: Elementarny układ zasilania tranzystora bipolarnego rezystorem w emiterze.

prądu bazy  $I_B$  sterującego tranzystorem, zakładając stan aktywny pracy tranzystora ( $V_{CC} > U_{BE}$ , czyli możliwy jest stan aktywny bądź nasycenia). Ustalmy też dla uproszczenia  $R_1 = R_2 = R_3 = R$ . Wykorzystamy równość

$V_{CC} = I_B \cdot R + U_{BE} + I_E \cdot R$ , a ponieważ w stanie aktywnym  $I_E = (\beta + 1)I_B$ , to przekształcamy tę równość do postaci:  $I_B = \frac{V_{CC} - U_{BE}}{R + (\beta + 1) \cdot R} = \frac{4,3}{20200} \approx 2,13 \cdot 10^{-4} = 0,213 \text{ mA}$ . Ta wartość daje  $U_{CE} = V_{CC} - I_C \cdot R - I_E \cdot R = V_{CC} - I_B \cdot R \cdot (2\beta + 1) = 5 - 2,13 \cdot 10^{-4} \cdot 4,01 \cdot 10^4 \approx (5 - 8,5) \text{ V} = -3,5 \text{ V}$ . Ujemna wartość szacowanego napięcia kolektor-emiter oznacza, że tranzystor znajduje się w stanie nasycenia.

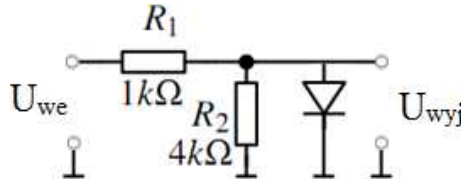
Skoro tak, to musimy jeszcze raz przeliczyć zależności prądowo-napięciowe, ponieważ wzmacnienie prądowe jest mniejsze niż  $\beta$ . Przyjmijmy  $U_{CE_{nas}} = 0,2 \text{ V}$ . Wtedy można wyznaczyć relację pomiędzy  $I_B$  oraz  $I_C$  z różnicy spadków napięć na  $R_1$  i  $R_2$ :  $I_B \cdot R + U_{BE} = I_C \cdot R + U_{CE_{nas}}$ , co pozwala ustalić  $I_C = I_B + \frac{U_{BE} - U_{CE_{nas}}}{R} = I_B + 5 \text{ mA}$ . Rozważając pętlę od  $V_{CC}$  przez bazę do emitera, napiszmy uwzględniając wyznaczoną zależność  $I_C(I_B)$ :  $V_{CC} = I_B \cdot R + U_{BE} + (I_B + I_B + 5 \text{ mA}) \cdot R$ , co daje  $I_B = \frac{V_{CC} - U_{BE}}{3R} - \frac{5}{3} \text{ mA} \approx 14,3 \text{ mA} - 1,66 \text{ mA} = 12,64 \text{ mA}$ . Wartość  $I_C$  szacujemy więc na  $I_C = I_B + 5 \text{ mA} = 17,64 \text{ mA}$  ustalając finalnie punkt pracy jako  $(I_C, U_{CE}) = (17,64 \text{ mA}, 0,2 \text{ V})$ .

#### Zadanie 1.16 Charakterystyka diodowego ogranicznika napięcia.

Podaj zależność  $U_{wyj}(U_{we})$  oraz  $I_D(U_{we})$  w obwodzie jak na rys. 1.15. Przyjmij, że napięcie przewodzenia diody  $U_{DF} = 0,7 \text{ V}$ .

□

**Przykładowe rozwiązanie** – Obie charakterystyki będą odzwierciedlać dwa stany pracy diody: zatkanie i przewodzenie. Dioda zasilana jest z dzielnika napię-



Rysunek 1.15: Dioda w układzie ogranicznika napięcia.

ciowego  $R_1 R_2$  według zależności  $U_{DF} = U_{wyj} = U_{we} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = U_{we} \cdot \frac{4}{5}$  (oznacza to liniowy wzrost napięcia z nachyleniem 4/5).

Przyjmijmy uproszczony odcinkami liniowy model diody ze stałą wartością  $U_{DF}$  w stanie przewodzenia. Dioda ogranicza wtedy napięcie wyjściowe na poziomie  $U_{DF} = 0,7V$ , co uzyskuje się przy napięciu wejściowym  $U_{we}^P = 0,7V \cdot \frac{5}{4} = 0,875V$ . Wzrost  $U_{we}$  powyżej tej wartości nie zmienia poziomu napięcia wyjściowego ograniczając tym samym zakres możliwych zmian  $U_{wyj}$ . Mamy więc

$$\begin{aligned} U_{wyj} &= U_{we} \cdot \frac{4}{5} & \text{for } U_{we} \leq 0,875V \\ U_{wyj} &= 0,875V & \text{for } U_{we} > 0,875V \end{aligned}$$

Z kolei  $I_D$  zaczyna płynąć dopiero po spełnieniu warunku  $U_{we} > 0,875V$  jako różnica pomiędzy prądem wtedy dopływającym przez  $R_1$ , a płynącym przez równoległą do wyjścia gałąź z  $R_2$  według zależności, liczony według zależności  $I_D = \frac{U_{we} - U_{DF}}{R_1} - \frac{U_{DF}}{R_2} = \frac{U_{we} - 0,7V}{10^3 \Omega} - \frac{0,7V}{4 \cdot 10^3 \Omega} = (U_{we}[V] - 0,7)[mA] - 0,175mA$  (oznacza to liniowy wzrost prądu z nachyleniem 1). Na tej podstawie otrzymujemy charakterystykę

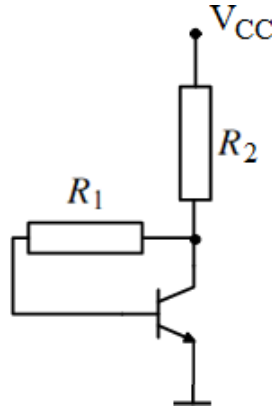
$$\begin{aligned} I_D &= 0 & \text{for } U_{we} \leq 0,875V \\ I_D &= (U_{we} - 0,7V)[mA] - 0,175mA & \text{for } U_{we} > 0,875V \end{aligned}$$

**Zadanie 1.17** Punkt pracy tranzystora z pętlą BC.

Oblicz punkt pracy tranzystora w układzie z rys. 1.16, wiedząc że  $R_1 = 3k\Omega$ ,  $R_2 = 100\Omega$ ,  $V_{CC} = 10V$  oraz  $\beta = 200A/A$ . W jakim stanie znajduje się tranzystor przy takich warunkach pracy?

□

**Przykładowe rozwiązanie** – Szukamy pary niewiadomych  $(I_C, U_{CE})$ . Napiszmy więc dwa równania, dotyczące warunków sterowania prądem bazy oraz rozkładu napięć w obwodzie kolektora. Od strony bazy mamy  $0,7 + I_B \cdot R_1 = U_{CE}$ ; od strony kolektora zaś  $U_{CE} + (I_B + I_C) \cdot R_2 = V_{CC}$  (warto zauważyć, że oba prądy płyną przez  $R_2$ ). Podstawmy więc pierwsze z równań do drugiego uwzględniając zależność  $I_C = \beta \cdot I_B$ , co daje  $0,7 + I_B \cdot R_1 + (\beta + 1) \cdot I_B \cdot R_2 = V_{CC}$ . Wtedy

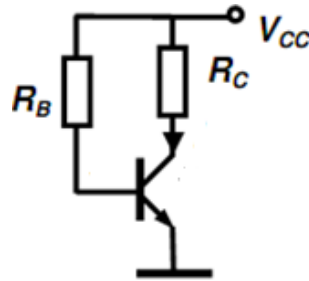


Rysunek 1.16: Układ zasilania tranzystora bipolarnego z pętlą baza-kolektor.

$$I_B = \frac{V_{CC} - 0,7}{R_1 + (\beta + 1) \cdot R_2} = \frac{9,3}{23,1 \cdot 10^3} = 0,4026 \text{ mA}, \text{ czyli } I_C = 200 \text{ A/A} \cdot 0,4026 \text{ mA} \approx 80,5 \text{ mA} \text{ oraz } U_{CE} = 0,7 + 0,4026 \text{ mA} \cdot 3 \text{ k}\Omega \approx 1,9 \text{ V}.$$

**Zadanie 1.18** *Ustalanie warunków pracy tranzystora.*

Oblicz rezystancje  $R_B$  i  $R_C$  układu określającego punkt pracy tranzystora z rys. 1.17, gdzie  $V_{CC} = 12 \text{ V}$ ,  $\beta = 200 \text{ A/A}$  i  $U_{BE} = 0,7 \text{ V}$ , zapewniając napięcie  $U_{CE} = 6 \text{ V}$  przy dopuszczalnej mocy traconej (rozpraszanej) w tranzystorze  $P_{\max} = 600 \text{ mW}$ .

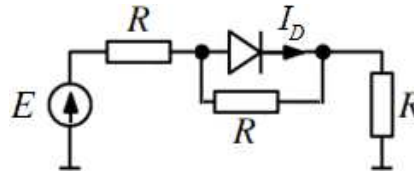


Rysunek 1.17: Elementarny układ zasilania tranzystora bipolarnego.

□

**Przykładowe rozwiązanie** – Dopuszczalna moc rozpraszana w tranzystorze  $P_{\max} = I_C \cdot U_{CE} = 600 \text{ mW}$ . Tranzystor pracuje więc w stanie aktywnym z prądem  $I_C = \frac{600 \cdot 10^{-3}}{6} = 100 \text{ mA}$ , co daje prąd bazy  $I_B = \frac{I_C}{\beta} = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{200} = 0,5 \text{ mA}$ . Ponadto, z analizy obwodu zasilania bazy wiemy, że spadek napięcia  $U_{RB} = V_{CC} - U_{BE}$ . Podobnie, napięcie  $U_{RC} = V_{CC} - U_{CE}$ . Możemy więc policzyć wartości rezystorów ustalających zamierzony punkt pracy tranzystora:  $R_B = \frac{U_{RB}}{I_B} = \frac{12 - 0,7}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 22,6 \text{ k}\Omega$  oraz  $R_C = \frac{U_{RC}}{I_C} = \frac{12 - 6}{100 \cdot 10^{-3}} = 60 \Omega$ .

**Zadanie 1.19** Dioda włączona szeregowo. Oblicz prąd diody  $I_D$  w obwodzie z rys. 1.18, jeśli  $E = 3V$  i  $R = 1k\Omega$ . Ustal warunki przewodzenia diody.



Rysunek 1.18: Układ ze diodą szeregową.

□

**Przykładowe rozwiązanie** – Załóżmy, że dioda nie przewodzi (jest zatkana) i obliczmy (z dzielnika napięciowego) występujący na niej spadek napięcia:  $U_D = E \cdot \frac{R}{3R} = 1V$ . Jest to wystarczające napięcie, by wprowadzić diodę w stan przewodzenia. Przyjmijmy  $U_{DF} = 0,7V$  uzyskując:

- prąd w oporniku równoległym z diodą  $I_{R||D} = \frac{U_{DF}}{R} = \frac{0,7}{10^3} = 0,7mA$ ;
- prąd płynący przed dwoma pozostałymi opornikami (ten sam, bo są one połączone szeregowo)  $I_{2R} = \frac{E - U_{DF}}{2R} = \frac{3 - 0,7}{2 \cdot 10^3} = 1,15mA$ .

Ponieważ  $I_{2R}$  rozplywa się na prąd diody oraz  $I_{R||D}$ , możemy obliczyć  $I_D = I_{2R} - I_{R||D} = 1,15mA - 0,7mA = 0,45mA$ .

Warunkiem przewodzenia diody jest wartość  $E \cdot \frac{R}{3R} > U_{DF}$ , czyli  $E > 2,1V$  (niezależnie od wartości  $R$ ).