

1. Péndulo Doble

Es un sistema de dos osciladores acoplados, que está formado por dos péndulos simples unidos entre sí los cuales se mueven en un plano. El movimiento del péndulo doble está gobernado por un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias y a pesar de la simplicidad de las leyes físicas involucradas exhibe un comportamiento aparentemente impredecible, muy complejo de describir pero no aleatorio y se estudia con herramientas de la teoría de sistemas dinámicos, particularmente con teoría del caos.

2. Ecuaciones Péndulo Doble

$$\dot{\theta}_1 = \frac{6}{m\ell^2} \left(\frac{2p_{\theta_1} - 3 \cos(\theta_1 - \theta_2)p_{\theta_2}}{16 - 9 \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} \right)$$

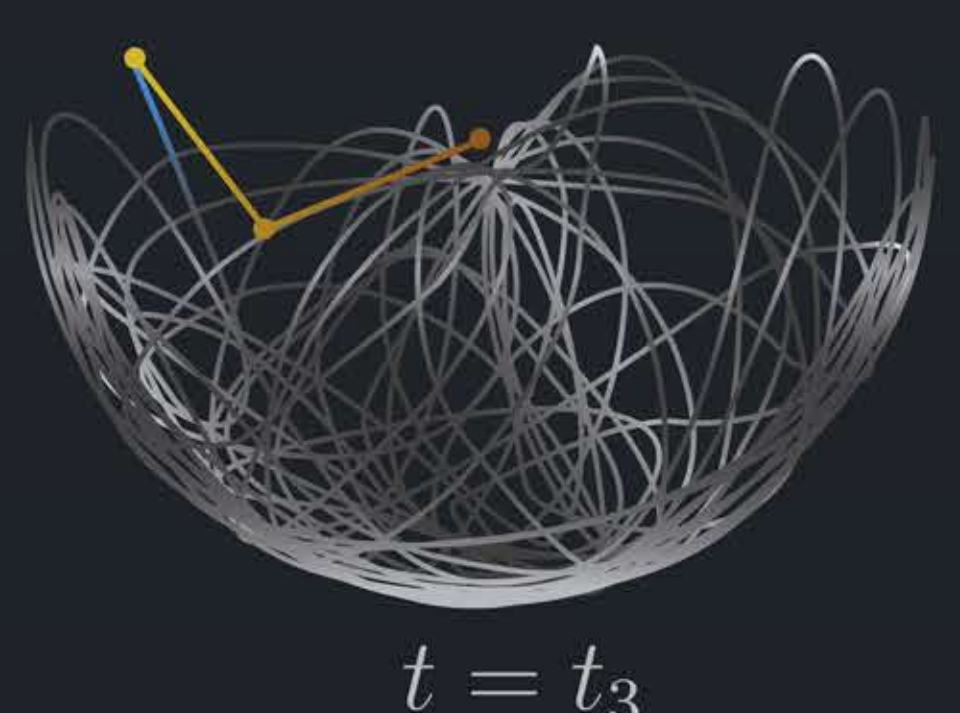
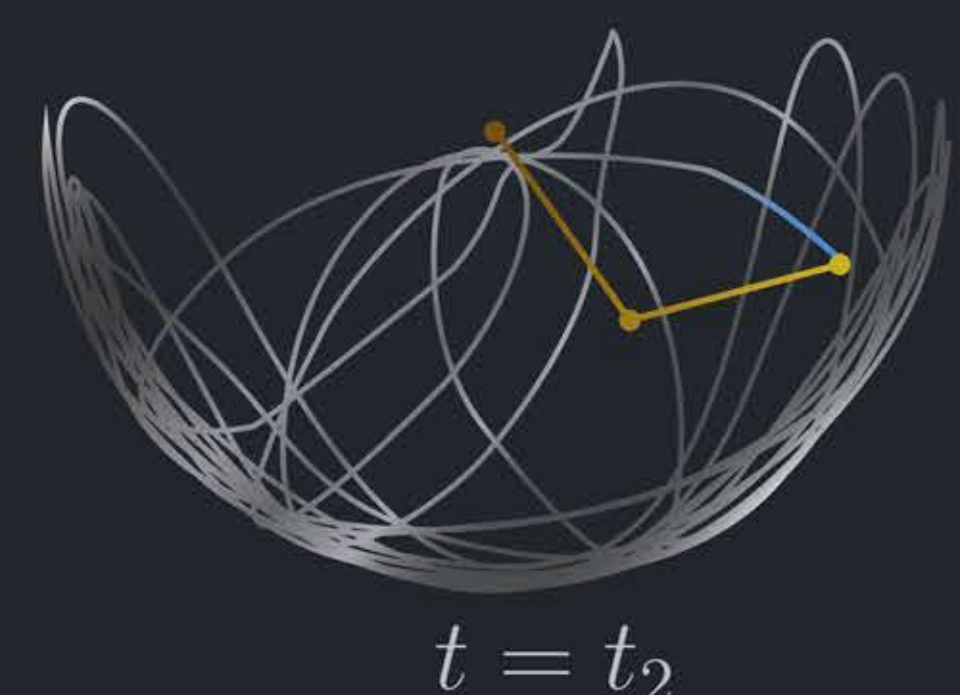
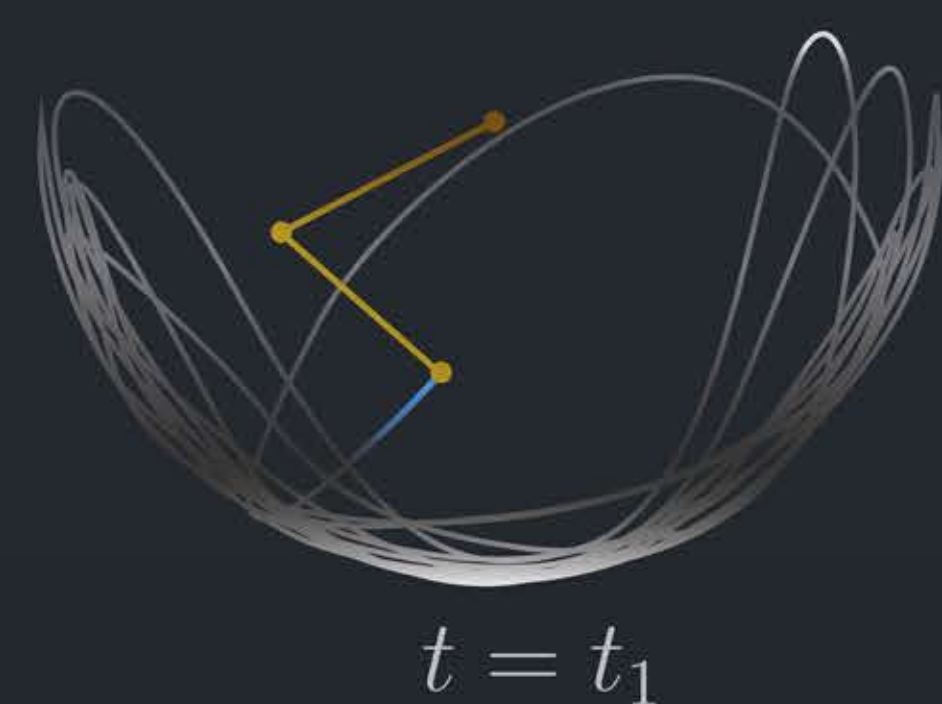
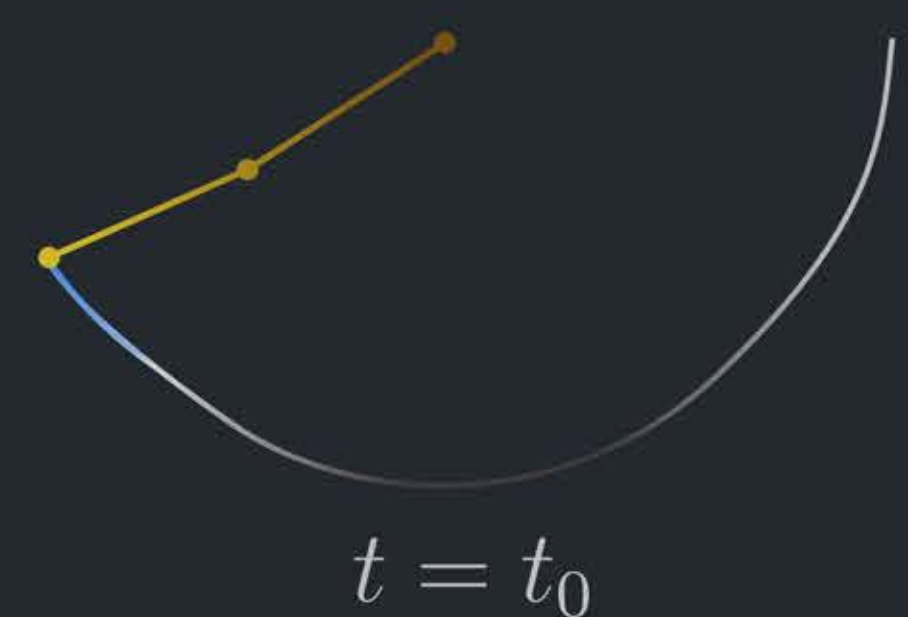
$$\dot{\theta}_2 = \frac{6}{m\ell^2} \left(\frac{8p_{\theta_2} - 3 \cos(\theta_1 - \theta_2)p_{\theta_1}}{16 - 9 \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} \right)$$

$$\dot{p}_{\theta_1} = -\frac{1}{2}m\ell^2 \left(\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + 3\frac{g}{\ell} \sin \theta_1 \right)$$

$$\dot{p}_{\theta_2} = -\frac{1}{2}m\ell^2 \left(-\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \frac{g}{\ell} \sin \theta_2 \right)$$

$$(\theta_1, \theta_2, p_1, p_2) \in \mathbb{T}^2 \times \mathbb{R}^2$$

Evolución del péndulo doble en el tiempo



3. Sistemas Dinámicos

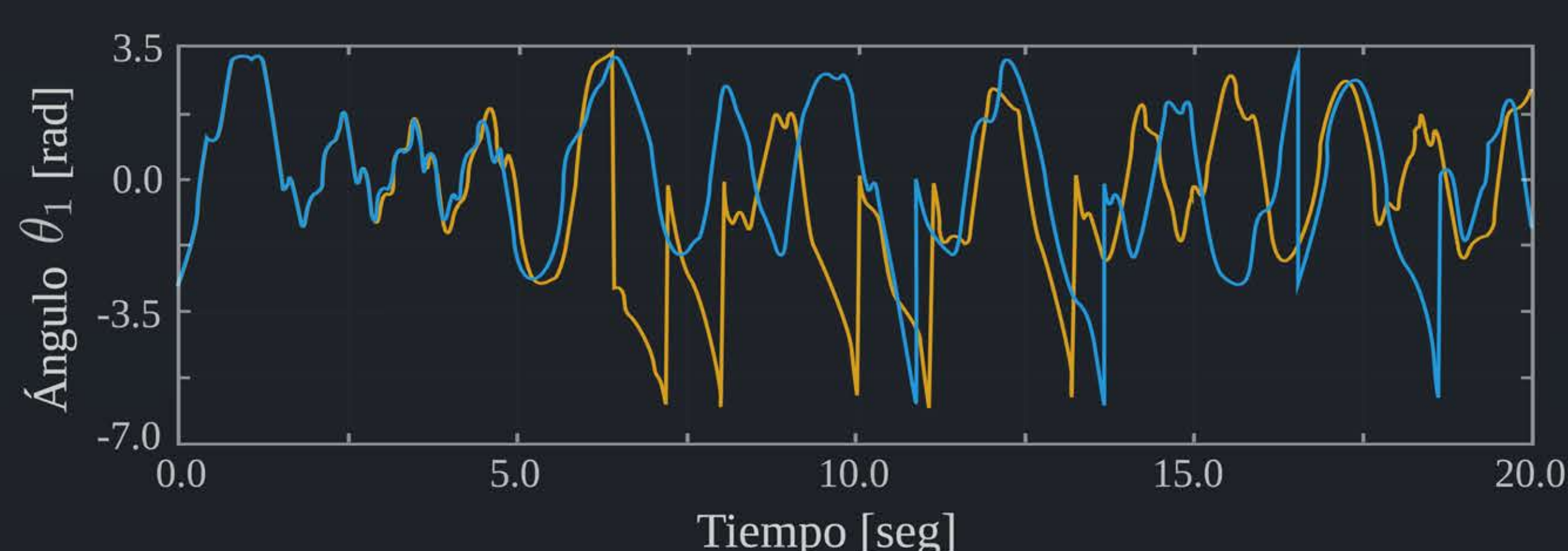
Es el estudio de la evolución de cantidades que cambian en el tiempo. Los estados futuros y pasados de muchos sistemas físicos, químicos, biológicos, económicos e incluso sociales pueden ser predichos conociendo las condiciones iniciales y las leyes que dominan su evolución en el tiempo.

4. Teoría del Caos

La Teoría del Caos es una rama de la matemática que trata ciertos tipos de comportamientos impredecibles de los sistemas dinámicos determinísticos. Se caracterizan principalmente por la sensibilidad a las condiciones iniciales, esto quiere decir que pequeñas variaciones (¡incluso infinitesimales!) dan a lugar a una evolución totalmente diferente del sistema en el largo plazo. A diferencia de lo que se puede creer, el nombre de caos no hace referencia a ausencia de orden, sino más bien, a un orden de características impredecibles.

5. Gráfico del Ángulo θ_1 vs Tiempo

El gráfico muestra el valor del ángulo θ_1 de un péndulo doble vs el tiempo. Cada color (naranja y celeste) representan condiciones iniciales ligeramente diferentes de θ_1 que difieren en 0.01 [rad] y ejemplifica el comportamiento caótico del péndulo doble (sensibilidad a las condiciones iniciales). A pesar de que al comienzo las trayectorias son indistinguibles entre sí, a partir de los 3 [seg] el comportamiento cada vez es más diferente, y finalmente es totalmente distinto siendo imposible haber predicho que provenían de casi las mismas condiciones iniciales.



El número de oscilaciones necesarias antes de que el péndulo pase por la posición invertida tiene características de variable aleatoria a pesar de que la evolución del movimiento es completamente determinística ¡Esto es caos...!