

R. Shankar

# Principles of Quantum Mechanics

second edition

December 29, 2022

translated by D. C. Kim



# Contents

<b>1</b>	<b>Mathematical Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Linear Vector Spaces: Basics	1
<b>2</b>	<b>Time-Independent Perturbation Theory</b>	<b>3</b>
2.1	The Formalism	3
2.2	Section Heading	5
2.3	Section Heading	5
2.3.1	Subsection Heading	6
2.4	Section Heading	8
2.4.1	Subsection Heading	9
	Appendix	13
	Problems	13
	<b>Glossary</b>	<b>15</b>
	<b>Solutions</b>	<b>17</b>



# Acronyms

Use the template *acronym.tex* together with the document class SVMono (monograph-type books) or SVMult (edited books) to style your list(s) of abbreviations or symbols.

Lists of abbreviations, symbols and the like are easily formatted with the help of the Springer-enhanced `description` environment.

ABC	Spelled-out abbreviation and definition
BABI	Spelled-out abbreviation and definition
CABR	Spelled-out abbreviation and definition



## Chapter 1

# Mathematical Introduction

이 책의 목적은 공리로부터 시작하여 양자 역학에 도입하는 것이다. 이 챕터의 목적은 필수적인 수학적 토대를 세우는 데 있다. 앞으로 필요할 모든 수학은 아마도 여러분이 알고 있다고 생각되는 벡터와 행렬에 대한 기본적인 아이디어로부터 출발하여 전개될 것이다. 수학에 있어 조금의 편안함을 제공하고 여기서 전개된 아이디어의 광범위한 적용 가능성을 보여주기 위해 고전 역학과 관련된 많은 예제와 연습 문제가 제공된다. 여러분이 이 챕터에 쏟은 노력은 충분히 가치가 있을 것이다: 여러분이 이 과정을 들어가는 준비에 도움이 될 뿐만 아니라 단편적으로 배웠을 많은 아이디어들을 통합할 것이다. 다른 챕터와 마찬가지로, 이 챕터를 제대로 공부하기 위해선 많은 문제를 풀어야 한다.

### 1.1 Linear Vector Spaces: Basics

이 절에서는 선형 벡터 공간(*linear vector spaces*)에 대해 도입할 것이다. 여러분은 기초 물리학에서 속도, 힘, 위치, 돌림힘 등의 크기와 방향을 담고 있는 화살표에 친숙할 것이다. 여러분은 어떻게 그것들을 더하고, 그것들에 스칼라를 곱하는지와 이러한 연산에 따른 규칙도 알고 있다. 예를 들어, 여러분은 스칼라곱이 분배 가능하다는 것을 안다: 두 벡터의 합과의 곱은 곱들의 합과 같다. 우리가 원하는 것은 이러한 단순한 경우를 기본적인 특징이나 공리의 집합으로 추상화하고, 같은 형식을 따르는 것들의 어떤 집합이 선형 벡터 공간이라고 말하는 것이다. 일반화하는 과정에서 어떤 성질을 유지할 지 결정할 때 영리함이 필요하다. 너무 많이 유지하면, 다른 예시가 없을 것이다; 너무 적게 유지하면 공리로부터 유도할 흥미로운 결과가 없을 것이다.

다음 목록은 수학자들이 벡터 공간의 필수 조건으로 현명하게 선택한 특징들이다. 여러분이 이것을 읽을 때, 이들을 화살표의 세계와 비교하고 이들이 정말 친숙한 벡터들이 갖는 특징과 같음을 확인하길 바란다. 하지만 모든 벡터에는 크기와 방향이 있어야 한다는 조건이 눈에 띄게 사라져 있다. 이는 우리가 처음 들었을 때 머리에 박힌 첫 번째이자 가장 두드러진 특징이었다. 따라서 여러분은 이 조건을 버리는 것이 아기가 목욕물과 함께 버려진 것과 같다고 생각할 수 있다. 하지만 벡터 공간이라는 제목

아래에서 다양한 아이디어가 통일되고 종합되는 것을 보면서 이러한 선택 뒤에 숨겨진 지혜를 이해할 충분한 시간을 갖게될 것이다.

**Definition 1.1** 다음 조건이 존재하는 선형 벡터 공간  $\mathbb{V}$ 는 벡터라고 부르는 객체  $|1\rangle, |2\rangle, \dots, |V\rangle, \dots, |W\rangle, \dots$  들의 집합이다.

1.  $|V\rangle + |W\rangle$ 와 같이 쓰는 벡터 합을 형성하는 명확한 규칙,
2. 다음 특징을 가지며  $a|V\rangle$ 와 같이 쓰는 스칼라  $a, b, \dots$ 의 곱에 대한 명확한 규칙.
  - 이러한 연산의 결과는 공간의 또 다른 원소이다. 즉, 닫혀있다:  $|V\rangle + |W\rangle \in \mathbb{V}$ .
  - 스칼라 곱은 분배 가능하다:  $(a + b)|V\rangle = a|V\rangle + b|V\rangle$ .



## Chapter 2

# Time-Independent Perturbation Theory

### 2.1 The Formalism

시간에 무관한 섭동 이론(Time-independent perturbation theory)은 다음과 같은 맥락에서 적용되는 근사 방식이다: 해밀토니언  $H^0$ 의 고유값 문제에 대한 해답을 알고 있고, 곧 정확히 설명될 의미에서  $H^0$ 와 비교하여 작은  $H^1$ 에 대해  $H = H^0 + H^1$ 의 해답을 알고 싶은 경우이다. 예를 들어,  $H^0$ 는 양성자에 속박된 전자의 쿨롱 해밀토니언일 때,  $H^1$ 은 전자의 (평균) 위치에서 양성자의 전기장과 비교하여 작은 외부 전기장에 의해 더해지는 해밀토니언이 될 수 있다.  $H^0$ 는 섭동이 없는 해밀토니언(*unperturbed Hamiltonian*)이고,  $H^1$ 은 섭동이 있는 해밀토니언(*perturbing Hamiltonian*) 또는 섭동(*perturbation*)이라 한다.

다음과 같이 진행하자. 고유값  $E_n^0$ 을 갖는  $H^0$ 의 모든 고유켓(eigenket)  $|E_n^0\rangle \equiv |n^0\rangle$ 에 대해, 고유값  $E_n$ 을 가지는  $H$ 의 고유켓  $|n\rangle$ 이 존재한다고 가정하자. 그리고  $H$ 의 고유켓과 고유값이 섭동 급수(*perturbation series*)로 전개될 수 있다고 가정하자:

$$|n\rangle = |n^0\rangle + |n^1\rangle + |n^2\rangle + \dots \quad (2.1)$$

$$E_n = E_n^0 + E_n^1 + E_n^2 + \dots \quad (2.2)$$

각 항의 위 첨자  $k$ 는 비례하여 나올 것으로 예상되는  $H^1$ 의 (행렬 요소의) 거듭제곱을 뜻한다.  $k$ 와 같은 위 첨자를 가지는 항은  $k$ 차 항(*kth-order term*)이라 한다. (명확히  $E_n^k |n^{\bar{k}}\rangle$ )와 같은 곱은  $k + \bar{k}$ 차 항이다.) 우리는 차수가 증가함에 따라, 항들이 대칭적으로 작아지길 원한다; 이것은  $H^1$ 이 작다고 할 수 있을 때이다.  $|n^k\rangle$ 에 대한 명시적인 식을 찾으면, 이러한 아이디어는 분명해질 것이다.

$|n\rangle$ ,  $E_n$ 에 대한 전개에서 항을 찾기 위해, 고유값 방정식

$$H |n\rangle = E_n |n\rangle \quad (2.3)$$

또는

$$\begin{aligned}
(H^0 + H^1)[|n^0\rangle + |n^1\rangle + \cdots] \\
= (E_n^0 + E_n^1 + \cdots)[|n^0\rangle + |n^1\rangle + \cdots]
\end{aligned} \tag{2.4}$$

로부터 시작한다. WKB 근사법에서 미분 방정식을 다룬 것과 같이 이러한 방정식을 접근할 것이다.  $\hbar^{-2}$ 차,  $\hbar^{-1}$ 차, ... 등의 항이 있는 방정식이 있었음을 떠올리자. 먼저  $\hbar^{-2}$ 차 항을 제외한 나머지를 무시하고,  $\phi_0$ 에 대해 풀었다. 그리고 나서 이를  $\hbar^{-1}$ 차 항 부분에 넣어  $\phi_1$ 을 결정하였다. (여기서 멈추었지만, 여기서 더 나아갈 수도 있다.) 현재의 경우도 마찬가지로, 먼저 식 (2.4)에서 0차 항을 고려하자. 우리는 식

$$H^0 |n^0\rangle = E_n^0 |n^0\rangle \tag{2.5}$$

를 얻는다. 0차 물리량  $|n^0\rangle$ ,  $E_n^0$ 은 정말로  $H^1$ 에 무관함에 유의하자(또는 동등하게, 이들은  $H^1$ 의 0 제공에 의존한다). 가정에 의해, 이 방정식은 풀릴 것이고 고유 벡터  $|n^0\rangle$ 와 고유값  $E_n^0$ 이 결정될 것이다. 따라서 이제 1차 항을 고려하자. 우리는 방정식

$$H^0 |n^1\rangle + H^1 |n^0\rangle = E_n^0 |n^1\rangle + E_n^1 |n^0\rangle \tag{2.6}$$

을 얻는다. 양변에  $\langle n^0|$ 을 점곱하자.  $\langle n^0| H^0 = \langle n^0| E_n^0$ 과  $\langle n^0|n^0\rangle = 1$ 임을 이용하면,

$$E_n^1 = \langle n^0| H^1 |n^0\rangle \tag{2.7}$$

을 얻는다. 즉, 에너지의 일차 변화는 섭동이 없는 상태에서  $H^1$ 의 기대값이다.  $E_n^1$ 이 정말  $H^1$ 의 첫 번째 거듭제곱에 비례함에 유의하자. 식 (2.6)의 양변에  $\langle m^0|$ ,  $m \neq n$ 을 점곱하면

$$\langle m^0| H^0 |n^1\rangle + \langle m^0| H^1 |n^0\rangle = E_n^0 \langle m^0|n^1\rangle$$

또는

$$\langle m^0|n^1\rangle = \frac{\langle m^0| H^1 |n^0\rangle}{E_n^0 - E_m^0} \tag{2.8}$$

을 얻는다.  $m \neq n$ 이므로, 이 방정식은  $H^0$ 의 고유 기저에서  $|n^0\rangle$ 과 평행한 성분을 제외한  $|n^1\rangle$ 의 모든 성분을 결정한다. 이를  $|n_\parallel^1\rangle$ 이라 하자. 우리는  $|n\rangle$ 이 이러한 차수에서 정규화(normalized)되어야 한다는 조건에 따라 그것을 결정할 수 있다. 명백한 표기법에서,

$$1 = \langle n|n\rangle = \left(\langle n^0| + \langle n_\perp^1| + \langle n_\parallel^1|\right)\left(|n^0\rangle + |n_\perp^1\rangle + |n_\parallel^1\rangle\right) \tag{2.9}$$

에서

$$1 = \langle n^0 | n^0 \rangle + \langle n_{\parallel}^1 | n^0 \rangle + \langle n^0 | n_{\parallel}^1 \rangle + \text{higher order} \quad (2.10)$$

또는

$$0 = \langle n_{\parallel}^1 | n^0 \rangle + \langle n^0 | n_{\parallel}^1 \rangle + \text{higher order} \quad (2.11)$$

을 얻는다. 이것은

$$\langle n^0 | n_{\parallel}^1 \rangle = i\alpha, \quad \alpha \text{는 실수} \quad (2.12)$$

를 뜻한다.

## 2.2 Section Heading

Use the template *chapter.tex* together with the document class SVMono (monograph-type books) or SVMult (edited books) to style the various elements of your chapter content conformable to the Springer Nature layout.

## 2.3 Section Heading

Instead of simply listing headings of different levels we recommend to let every heading be followed by at least a short passage of text. Furtheron please use the  $\LaTeX$  automatism for all your cross-references and citations.

Please note that the first line of text that follows a heading is not indented, whereas the first lines of all subsequent paragraphs are.

Use the standard `equation` environment to typeset your equations, e.g.

$$a \times b = c , \quad (2.13)$$

however, for multiline equations we recommend to use the `eqnarray` environment<sup>1</sup>.

$$|\nabla U_\alpha^\mu(y)| \leq \frac{1}{d-\alpha} \int \left| \nabla \frac{1}{|\xi-y|^{d-\alpha}} \right| d\mu(\xi) = \int \frac{1}{|\xi-y|^{d-\alpha+1}} d\mu(\xi) \quad (2.14)$$

$$= (d-\alpha+1) \int_{d(y)}^{\infty} \frac{\mu(B(y,r))}{r^{d-\alpha+2}} dr \leq (d-\alpha+1) \int_{d(y)}^{\infty} \frac{r^{d-\alpha}}{r^{d-\alpha+2}} dr \quad (2.15)$$

### 2.3.1 Subsection Heading

Instead of simply listing headings of different levels we recommend to let every heading be followed by at least a short passage of text. Further on please use the  $\LaTeX$  automatism for all your cross-references and citations as has already been described in Sect. 2.3.

Please do not use quotation marks when quoting texts! Simply use the `quotation` environment – it will automatically be rendered in the preferred layout.

#### 2.3.1.1 Subsubsection Heading

Instead of simply listing headings of different levels we recommend to let every heading be followed by at least a short passage of text. Furtheron please use the  $\LaTeX$  automatism for all your cross-references and citations as has already been described in Sect. 2.3.1, see also Fig. 2.1<sup>2</sup>

Please note that the first line of text that follows a heading is not indented, whereas the first lines of all subsequent paragraphs are.

#### Paragraph Heading

Instead of simply listing headings of different levels we recommend to let every heading be followed by at least a short passage of text. Furtheron please use the  $\LaTeX$  automatism for all your cross-references and citations as has already been described in Sect. 2.3.

---

<sup>1</sup> In physics texts please activate the class option `vecphys` to depict your vectors in ***boldface-italic*** type - as is customary for a wide range of physical subjects.

<sup>2</sup> If you copy text passages, figures, or tables from other works, you must obtain *permission* from the copyright holder (usually the original publisher). Please enclose the signed permission with the manuscript. The sources must be acknowledged either in the captions, as footnotes or in a separate section of the book.

Please note that the first line of text that follows a heading is not indented, whereas the first lines of all subsequent paragraphs are.

For typesetting numbered lists we recommend to use the `enumerate` environment – it will automatically render Springer’s preferred layout.

1. Livelihood and survival mobility are oftentimes coutcomes of uneven socioeconomic development.
  - a. Livelihood and survival mobility are oftentimes coutcomes of uneven socioeconomic development.
  - b. Livelihood and survival mobility are oftentimes coutcomes of uneven socioeconomic development.
2. Livelihood and survival mobility are oftentimes coutcomes of uneven socioeconomic development.

### *Subparagraph Heading*

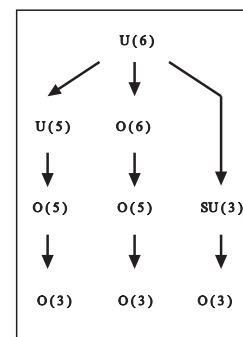
In order to avoid simply listing headings of different levels we recommend to let every heading be followed by at least a short passage of text. Use the  $\LaTeX$  automatism for all your cross-references and citations as has already been described in Sect. 2.3, see also Fig. 2.2.

Please note that the first line of text that follows a heading is not indented, whereas the first lines of all subsequent paragraphs are.

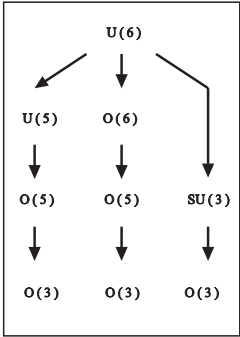
For unnumbered list we recommend to use the `itemize` environment – it will automatically render Springer’s preferred layout.

- Livelihood and survival mobility are oftentimes coutcomes of uneven socioeconomic development, cf. Table 2.1.
  - Livelihood and survival mobility are oftentimes coutcomes of uneven socioeconomic development.
  - Livelihood and survival mobility are oftentimes coutcomes of uneven socioeconomic development.
- Livelihood and survival mobility are oftentimes coutcomes of uneven socioeconomic development.

**Fig. 2.1** If the width of the figure is less than 7.8 cm use the `sidecaption` command to flush the caption on the left side of the page. If the figure is positioned at the top of the page, align the sidecaption with the top of the figure – to achieve this you simply need to use the optional argument `[t]` with the `sidecaption` command



**Fig. 2.2** Please write your figure caption here



**Table 2.1** Please write your table caption here

Classes	Subclass	Length	Action Mechanism
Translation	mRNA <sup>a</sup>	22 (19–25)	Translation repression, mRNA cleavage
Translation	mRNA cleavage	21	mRNA cleavage
Translation	mRNA	21–22	mRNA cleavage
Translation	mRNA	24–26	Histone and DNA Modification

<sup>a</sup> Table foot note

(with superscript)

**Run-in Heading Boldface Version** Use the  $\LaTeX$  automatism for all your cross-references and citations as has already been described in Sect. 2.3.

**Run-in Heading Boldface and Italic Version** Use the  $\LaTeX$  automatism for all your cross-references and citations as has already been described in Sect. 2.3.

**Run-in Heading Displayed Version**

Use the  $\LaTeX$  automatism for all your cross-references and citations as has already been described in Sect. 2.3.

2.4 Section Heading

Instead of simply listing headings of different levels we recommend to let every heading be followed by at least a short passage of text. Furtheron please use the  $\LaTeX$  automatism for all your cross-references and citations as has already been described in Sect. 2.3.

Please note that the first line of text that follows a heading is not indented, whereas the first lines of all subsequent paragraphs are.

If you want to list definitions or the like we recommend to use the Springer-enhanced description environment – it will automatically render Springer’s preferred layout.

- Type 1 That addresses central themes pertaining to migration, health, and disease. In Sect. 2.2, Wilson discusses the role of human migration in infectious disease distributions and patterns.
- Type 2 That addresses central themes pertaining to migration, health, and disease. In Sect. 2.3.1, Wilson discusses the role of human migration in infectious disease distributions and patterns.

### 2.4.1 Subsection Heading

In order to avoid simply listing headings of different levels we recommend to let every heading be followed by at least a short passage of text. Use the  $\LaTeX$  automatism for all your cross-references and citations citations as has already been described in Sect. 2.3.

Please note that the first line of text that follows a heading is not indented, whereas the first lines of all subsequent paragraphs are.

If you want to emphasize complete paragraphs of texts we recommend to use the newly defined Springer class option `graybox` and the newly defined environment `svgraybox`. This will produce a 15 percent screened box 'behind' your text.

If you want to emphasize complete paragraphs of texts we recommend to use the newly defined Springer class option and environment `svgraybox`. This will produce a 15 percent screened box 'behind' your text.

#### 2.4.1.1 Subsubsection Heading

Instead of simply listing headings of different levels we recommend to let every heading be followed by at least a short passage of text. Furtheron please use the  $\LaTeX$  automatism for all your cross-references and citations as has already been described in Sect. 2.3.

Please note that the first line of text that follows a heading is not indented, whereas the first lines of all subsequent paragraphs are.

**Theorem 2.1** *Theorem text goes here.*

**Definition 2.1** Definition text goes here.

**Proof** Proof text goes here.

□

**Table 2.2** Table template 5

		A	B	C
A, C 스킴	P 관성계	$T$	$T$	$T$
	Q 관성계	$T$	$T + \frac{2Lv}{c\sqrt{c^2-v^2}}$	$T$
B, C 스킴	P 관성계	$T + \frac{2L}{v}$	$T + \frac{2L}{v}$	$T + \frac{2L\sqrt{c^2-v^2}}{cv}$
	Q 관성계	$T + \frac{2L}{v} - \frac{2Lv}{c\sqrt{c^2-v^2}}$	$T + \frac{2L}{v}$	$T + \frac{2L\sqrt{c^2-v^2}}{cv}$

Paragraph Heading

Instead of simply listing headings of different levels we recommend to let every heading be followed by at least a short passage of text. Furtheron please use the  $\LaTeX$  automatism for all your cross-references and citations as has already been described in Sect. 2.3.

Note that the first line of text that follows a heading is not indented, whereas the first lines of all subsequent paragraphs are.

**Theorem 2.2** *Theorem text goes here.*

**Definition 2.2** Definition text goes here.

**Proof** Proof text goes here. □

Trailer Head

If you want to emphasize complete paragraphs of texts in an Trailer Head we recommend to use

```
\begin{trailer}{Trailer Head}
...
\end{trailer}
```

? Questions

If you want to emphasize complete paragraphs of texts in an Questions we recommend to use

```
\begin{question}{Questions}
...
\end{question}
```



---

**> Important**

If you want to emphasize complete paragraphs of texts in an `Important` we recommend to use

```
\begin{important}{Important}
```

```
...
```

```
\end{important}
```

---

**! Attention**

If you want to emphasize complete paragraphs of texts in an **Attention** we recommend to use

```
\begin{warning}{Attention}  
...  
\end{warning}
```

---

**Program Code**

If you want to emphasize complete paragraphs of texts in an **Program Code** we recommend to use

```
\begin{programcode}{Program Code}  
\begin{verbatim}...\end{verbatim}  
\end{programcode}
```

---

**Tips**

If you want to emphasize complete paragraphs of texts in an **Tips** we recommend to use

```
\begin{tips}{Tips}  
...  
\end{tips}
```

---

**Overview**

If you want to emphasize complete paragraphs of texts in an **Overview** we recommend to use

```
\begin{overview}{Overview}  
...  
\end{overview}
```

---

### Background Information

If you want to emphasize complete paragraphs of texts in an `Background Information` we recommend to use

```
\begin{backgroundinformation}{Background Information}
...
\end{backgroundinformation}
```

---

### Legal Text

If you want to emphasize complete paragraphs of texts in an `Legal Text` we recommend to use

```
\begin{legaltext}{Legal Text}
...
\end{legaltext}
```

---

**Acknowledgements** If you want to include acknowledgments of assistance and the like at the end of an individual chapter please use the `acknowledgement` environment – it will automatically render Springer’s preferred layout.

## Appendix

When placed at the end of a chapter or contribution (as opposed to at the end of the book), the numbering of tables, figures, and equations in the appendix section continues on from that in the main text. Hence please *do not* use the `appendix` command when writing an appendix at the end of your chapter or contribution. If there is only one the appendix is designated “Appendix”, or “Appendix 1”, or “Appendix 2”, etc. if there is more than one.

$$a \times b = c \tag{2.16}$$

## Problems

**3.20** A given problem or Exercise is described here. The problem is described here. The problem is described here.

### 3.21 Problem Heading

- (a) The first part of the problem is described here.  
 (b) The second part of the problem is described here.

### 3.22 Generalized tension

일반적으로 실의 장력을 구하기 위해 가속도를 구하고 이를 이용하여 한 물체에 대한 힘을 분석하지만, 때때로 가속도가 포함되지 않은 식을 이용하는 것이 유용하다.

(a) 그림과 같이 마찰이 없는 수평면에 질량이 각각  $m_A$ ,  $m_B$  인 물체 A, B가 놓여 있고, 각각 반대 방향으로 힘  $F_A$ ,  $F_B$ 가 작용한다. 편의상 물체의 가속도의 방향이  $F_B$ 와 같다고 하고, 가속도  $a$ 를  $m_A$ ,  $m_B$ ,  $F_A$ ,  $F_B$ 에 대한 식으로 나타내라.



- (b) 이번에는 A에 작용하는 힘만을 고려하여 실의 장력  $T$ 를  $m_A$ ,  $F_A$ ,  $a$ 에 대한 식으로 나타내라.  
 (c) 앞선 두 결과를 이용하여  $a$ 를 소거하여 실의 장력에 대한 식을 얻어라. 그리고 이 식을 기하학적 의미를 해석하라.  
 (d) (23학년도 9월 14번) (가)와 (나)에서 실 q에 걸린 장력을  $m$ ,  $M$ ,  $g$ , 빗면 가속도  $a$ 에 대해 나타내고 두 값이 동일함을 확인하라. (가)에서 실 q에 걸린 장력이  $4mg$ 임은 명백히 알 수 있다. (가)에서 p가 B를 당기는 힘의 조건이 필요 없음을 확인하라.  
 (e) (22학년도 10월 13번) 물체 A, B에 대해 각각 실에 걸린 장력을 물체와 추의 질량, 중력 가속도  $g$ , 빗면 가속도  $a$ 에 대해 나타내라. 걸린 시간이 4초, 2초인 조건이 필요 없음을 확인하라.

# Glossary

Use the template *glossary.tex* together with the Springer document class SVMono (monograph-type books) or SVMult (edited books) to style your glossary in the Springer layout.

**glossary term** Write here the description of the glossary term. Write here the description of the glossary term. Write here the description of the glossary term.

**glossary term** Write here the description of the glossary term. Write here the description of the glossary term. Write here the description of the glossary term.

**glossary term** Write here the description of the glossary term. Write here the description of the glossary term. Write here the description of the glossary term.

**glossary term** Write here the description of the glossary term. Write here the description of the glossary term. Write here the description of the glossary term.

**glossary term** Write here the description of the glossary term. Write here the description of the glossary term. Write here the description of the glossary term.



# **Solutions**

## **Problems of Chapter ??**

**3.20** The solution is revealed here.

### **3.21 Problem Heading**

- (a) The solution of first part is revealed here.
- (b) The solution of second part is revealed here.