

GR

D.C. Kim

July 30, 2023

교재와 같이

$$\bar{h}^{\alpha\beta} := h^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta^{\alpha\beta}h, \quad (1)$$

$$\bar{h} := \bar{h}^{\alpha}_{\alpha} \quad (2)$$

라 정의하면,

$$\bar{h}^{\alpha}_{\alpha} = \eta_{\alpha\beta}\bar{h}^{\alpha\beta} \quad (3)$$

$$= \eta_{\alpha\beta}\left(h^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta^{\alpha\beta}h\right) \quad (4)$$

$$= \eta_{\alpha\beta}h^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta^{\alpha\beta}\eta_{\alpha\beta}h \quad (5)$$

$$= h^{\alpha}_{\alpha} - \frac{1}{2}\delta^{\alpha}_{\alpha}h \quad (6)$$

$$= h - 2h \quad (7)$$

$$= -h \quad (8)$$

이므로 교재의 식 (8.30)이 맞음을 확인할 수 있다. $\bar{h}^{\alpha\beta}$ 가 $h_{\alpha\beta}$ 의 ‘trace reverse’ 텐서라고 불리는 것은 이와 같이 trace가 정말로 $h_{\alpha\beta}$ 와 크기가 같고 부호가 반대이기 때문이다. 이렇게 정의하면 좋은 것은 앞으로 수식을 전개함에 있어 편리하다는 것인데, 이는 교재의 뒷 내용을 따라가면 자세히 알 수 있다.