UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO" CAMPUS DE BAURU

VIRGILIO SANTINHO TAGLIAVINI

ESTUDO DA EFICÁCIA DE MODELOS DE ESTIMATIVA DE IRRADIAÇÃO SOLAR NA REGIÃO DO CENTRO DE SÃO PAULO

VIRGILIO SANTINHO TAGLIAVINI

ESTUDO DA EFICÁCIA DE MODELOS DE ESTIMATIVA DE IRRADIAÇÃO SOLAR NA REGIÃO DO CENTRO DE SÃO PAULO :

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO da Faculdade de Ciências do Campus de Bauru, Universidade Estatual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO.

Orientador: Prof^o Dr. João Eduardo Machado

Perea Martins

Bauru

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO" CAMPUS DE BAURU

VIRGILIO SANTINHO TAGLIAVINI

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE "GRADUANDO EM CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO "

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO

Prof^o Dr. ANDREA CARLA GONÇALVES VIANNA Coordenador

BANCA EXAMINADORA:

Prof^o Dr. João Eduardo Machado Perea Martins Orientador/UNESP-FC

Prof^o Dr. Nome Completo do Membro Interno UNESP-FC

Prof^o Dr. Nome Completo do Membro Externo Membro Externo

RESUMO

A irradiação solar incidente na superfície terrestre é uma variável importante em diversas aplicações científicas e comerciais assim a capacidade de estimar e prever a irradiação solar global é necessária em diversos cenários, por isso existem diversos modelos para a estimar mas nenhum modelo é efetivo para toda a superfície terrestre. Assim, este trabalho tem como objetivo avaliar o desempenho de três modelos numéricos para estimar a irradiação solar diária para a região do centro do estado de São Paulo. Para isso foram utilizados dados meteorológicos de sete cidades do centro do estado de São Paulo disponibilizados pelo INMET para executar e registrar os resultados dos modelos estudados, então seus resultados foram comparados com os dados reais registrados utilizando medidas estatísticas e estocásticas. Os resultados inicialmente obtidos indicaram que apenas o modelo de Hargreaves e Samani é efetivo em estimar a irradiação solar incidente na região porque os resultados dos demais modelos apresentaram baixos índices de concordância com os dados reais. Para aumentar a precisão dos modelos estudados foi adicionado um coeficiente de ajuste para cada cidade e modelo, isso resultou em estimativas adequadas em todos os modelos, com altos valores nas medidas de avaliação utilizadas, mas o modelo de Hargreaves e Samani permaneceu como o modelo de maior precisão para todas as cidades estudadas, com exceção de Barra Bonita onde é o segundo modelo mais preciso. Assim, estes modelos são apropriados para a estimativa da irradiação solar na região do centro do estado de São Paulo.

PALAVRAS-CHAVE: Irradiação Solar Incidente; Estimativa; Modelos Numéricos; São Paulo

ABSTRACT

The incident solar irradiation on the Earth's surface is an important variable in many scientific and commercial applications thus the ability to estimate and predict the incident solar irradiation is necessary in many scenarios, therefore many models exist to estimate it but none are effective in Earth's entire surface. Thus, this paper has the objective of measuring the performance of three numerical models in estimating the daily solar irradiation on the central region of the state of São Paulo. To achieve that the meteorological data of seven cities in São Paulos's central region made available by INMET was used to execute and register the results of the studied models then their results were compared to each other and the real data using statistical and stochastic measurements. The initial results generated indicated that only the model of Hargreaves e Samani is effective in estmating the incident solar irradiation in the region because the other models produced low agreement indexes for the real data. To increase the models' accuracy an adjustment coefficient was added to each model in each city studied, this resulted in adequate estimates for all models, with high agreement indexes values, but the model of Hargreaves e Samani was still the model with highest precision on all cities with exception of Barra Bonita where it was the second most accurate. Thus, these models are able to adequately estimating the daily incident solar irradiation on São Paulos's state central region.

PALAVRAS-CHAVE: Incident Solar Irradiation; Estimation; Numerical Models; São Paulo

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Diagrama da dissipação da irradiação solar pela atmosfera	11
Figura 2	Programa desenvolvido	18
Figura 3	Modelos inalterados para a cidade de Avaré	23
Figura 4	Modelos inalterados para a cidade de Barra Bonita	23
Figura 5	Modelos inalterados para a cidade de Bauru	23
Figura 6	Modelos inalterados para a cidade de Ibitinga	23
Figura 7	Modelos inalterados para a cidade de Lins	24
Figura 8	Modelos inalterados para a cidade de Piracicaba	24
Figura 9	Modelos inalterados para a cidade de São Carlos	24
Figura 10	Modelos ajustados para a cidade de Avaré	26
Figura 11	Modelos ajustados para a cidade de Barra Bonita	26
Figura 12	Modelos ajustados para a cidade de Bauru	26
Figura 13	Modelos ajustados para a cidade de Ibitinga	26
Figura 14	Modelos ajustados para a cidade de Lins	27
Figura 15	Modelos ajustados para a cidade de Piracicaba	27
Figura 16	Modelos ajustados para a cidade de São Carlos	27

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Estações meteorológicas do INMET	17
Tabela 2 -	Resultados iniciais dos modelos estudados	22
Tabela 3 –	Resultados dos modelos aiustados	25

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

INMET Instituto Nacional de Meteorologia

LISTA DE SÍMBOLOS

R_a	Radiação solar no topo da atmosfera
R_d	Radiação solar dissipada pela atmosfera
R_s	Radiação solar incidente na superfície
T_a	Coeficiente de transmissidade atmosférica
Ti_{max}	Temperatura máxima diária do dia i
Ti_{min}	Temperatura mínima diária do dia i
C_a	Coeficiente de ajuste do modelo de Hargreaves e Samani
B_d	Coeficiente de transmissividade direta atmosférica
B_i	Coeficiente de transmissividade indireta atmosférica
δ	Declinação solar
ω_s	Ângulo do pôr do sol
D_r	Distância relativa entre a Terra e o Sol
P_{\sim}	Potência da irradiação solar incidente no topo da atmosfera

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	TRABALHOS CORRELATOS	13
2.1	Global Solar Radiation Models in Minas Gerais, Southeastern Brazil	13
2.2	Radiação solar global estimada a partir da insolação para Macapá (AP)	13
2.3	A Simple Method To Estimate Global Radiation	14
2.4	On modeling global solar irradiation using air temperature for Alagoas State, Northe-	
	astern Brazil	14
3	MODELOS NUMÉRICOS DE ESTIMATIVA DA IRRADIAÇÃO SOLAR .	15
3.1	Modelo de Weiss e Hays	15
3.2	Modelo de Hargreaves e Samani	15
3.3	Modelo de Thornton e Running	16
4	DADOS UTILIZADOS	17
5	PROGRAMA DESENVOLVIDO	18
5.1	Pré-Processador	18
5.2	Estimador	18
5.3	Avaliador	19
5.3.1	Média	19
5.3.2	Desvio padrão	19
5.3.3	Erro Médio Quadrático	20
5.3.4	Índice de concordância de Willmott	20
5.3.5	Coeficiente de determinação	20
6	RESULTADOS	22
7	CONCLUSÃO	28
	REFERÊNCIAS	29

1 INTRODUÇÃO

A irradiação solar na superfície da Terra, a energia solar que atinge a superfície terrestre, é um fator importante em diversos cenários. Ela é um importante fator no clima, determinando fatores como a taxa de evaporação da água e a temperatura do ar, (HARGREAVES G. H.; SAMANI, 1982); para a produção de energia renovável, sendo o fator mais importante na geração de energia solar; e é importante para a agricultura e o meio ambiente já que determina quanta energia organismos autótrofos fotossintetizantes podem obter. Assim, a capacidade de prever a irradiação solar é valiosa para diversos propósitos científicos e comerciais.

Assim, a irradiação solar em determinada região é uma informação importante em diversas aplicações porém ela não está sempre disponível por duas razões. A primeira é que nem todas as regiões da superfície terrestre possuem estações meteorológicas que observem e registrem a irradiação solar, (THORNTON P E.; RUNNING, 1999). E a segunda é que várias vezes se deseja não apenas as informações atuais e históricas da irradiação de uma região mas também deseja-se prever valores futuros para a irradiação solar. Então foram desenvolvidas diversas técnicas para estimar a irradiação solar em uma região, como modelos de aprendizado de máquina, ajuste de curvas e modelos numéricos mas neste trabalho estudaremos apenas modelos numéricos para estimativa da irradiação solar global. A irradiação solar em determinada região da superfície terrestre depende de dois fatores, a irradiação solar no topo da atmosfera, que segundo (GOMEZ et al., 2018) varia mas é considerada como uma constante de 1387,6 W/m², e as condições atmosféricas da região, que determinam quanta energia solar foi dissipada pela atmosfera através dos fenômenos de reflexão, difração e absorção antes de atingir a superfície terrestre (BERUSKI G. C; PEREIRA, 2015).

Como a irradiação solar no topo da atmosfera se mantém aproximadamente constante ao longo do tempo e a sua previsão depende de fatores de difícil previsão, como manchas solares além efeitos atmosféricos e magnéticos solares, estimativas da irradiação solar na superfície terrestre se focam na dissipação da energia solar pela atmosfera através de variáveis atmosféricas terrestres, como a umidade, temperatura e presença de nuvens. Assim, é possível estimar a irradiação solar de uma região com base nas condições atmosféricas regionais, permitindo estimar a irradiação solar para aplicações científicas e comerciais.

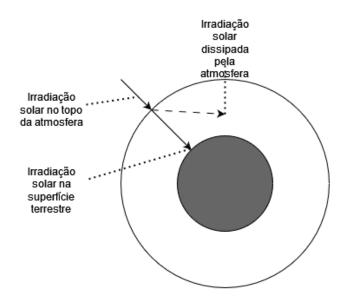


Figura 1 – Diagrama da dissipação da irradiação solar pela atmosfera

O cálculo da irradiação solar incidente através da dissipação atmosférica por modelos numéricos pode ser dividido em três tipos segundo (MONTEIRO A. F. M.; MARTINS, 2019) e (ALMOROX J; HONTORIA, 2011) com base nos fatores utilizados para estimar a irradiação solar.

O primeiro tipo é o dos modelos baseados na duração do dia, esses modelos abstraem completamente os fenômenos atmosféricos que dissipam a radiação solar e as variáveis atmosféricos responsáveis por isso, preferindo coeficientes de ajuste empíricos. Esses modelos podem ser precisos em certas situações mas precisam ser precisamente ajustados com dados históricos da irradiação solar incidente da região na qual se deseja os utilizar e deixarão de ser precisos caso as condições atmosféricas presentes nos dados de calibração do modelo mudarem, como observado por Belúcio para a região de Macapá onde o modelo estudado foi preciso apenas em certos meses do ano por causa de seus carateres climáticos distintos, (BELUCIO et al., 2014).

O segundo tipo de modelos numéricos para estimar a irradiação solar são os modelos de nebulosidade, modelos que consideram a cobertura de nuvens em uma região em suas estimativas (SUPIT I; VAN KAPPEL, 1998). Esses modelos são capazes de estimar dados precisos para diversas condições atmosféricas e são menos suscetíveis a mudanças atmosféricas porque levam em consideração a cobertura das nuvens, importante fator na dissipação da irradiação solar (BELUCIO et al., 2014), mas dependem de registros da cobertura de nuvens na região para serem calibrados e, como registros da irradiação solar incidente, nem todas as estações atmosféricas registram essa variável então ela deve ser obtida de outras fontes como satélites meteorológicos (SUPIT I; VAN KAPPEL, 1998) ou estimada, mas ela é difícil de estimar com precisão e modelos para estimar a cobertura das nuvens necessitam da irradiação solar já que ela é uma importante variável na formação de nuvens de todos os tipos.

O último tipo de modelo é dos modelos de temperatura e umidade, este modelos calculam a dissipação da irradiação solar pela atmosfera terrestre através das variáveis de temperatura e umidade do ar. Estes modelos tem a vantagem de utilizarem variáveis medidas na maioria das estações meteorológicas e possuírem diversos modelos para as estimar caso necessário, sendo assim modelos versáteis. Porém, o desempenho destes modelos também é suscetível a mudanças atmosféricas como a passagem das estações, como observado na região de Minas Gerais por (MONTEIRO A. F. M.; MARTINS, 2019)

onde o clima é definido por verões úmidos e invernos secos.

Mas não é viável aplicar qualquer modelo numérico a qualquer região terrestre. Um modelo realista é muito custoso computacionalmente e na quantidade de entradas para ser útil para a maioria das aplicações, (WEISS A.; HAYS, 2004), então todos os modelos utilizados são simplificações dos complexos efeitos físicos que atuam na dissipação da irradiação solar pela atmosfera. Assim, diversos fatores são desconsiderados e por isso um modelo eficaz em uma região pode não ser eficaz em outra. Por exemplo, (BORGES et al., 2010) determinou que para a região de Cruz das Almas da Bahia o modelo de Hargreaves-Samani se mostrou mais preciso do que o modelo de Thornton-Running mesmo que o modelo de Hargreaves e Samani seja um modelo mais simples e antigo que o de Thornton e Running. Assim, é necessário estudar a eficácia de cada modelo para determinada região terrestre a fim de determinar qual modelo mais preciso. Logo, se justifica o estudo da eficácia de modelos numéricos para estimar a irradiação solar para a região do centro de São Paulo.

2 TRABALHOS CORRELATOS

2.1 GLOBAL SOLAR RADIATION MODELS IN MINAS GERAIS, SOUTHEASTERN BRAZIL

O trabalho desenvolvido por Ana Flávia e Fabrina em 2019 tem como objetivo avaliar a efetividade de modelos empíricos em estimar a irradiação solar diária incidente no estado de Minas Gerais, tema relevante porque poucas estações meteorológicas registram a irradiação solar. Nesse trabalho treze modelos empíricos foram avaliados utilizando dados meteorológicos históricos de dez cidades do estado de Minas Gerais disponibilizados pelo Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa, os resultados dos modelos foram avaliados através de cinco métricas: a raiz do erro médio quadrático, porcentagem média do erro absoluto, média do erro de viés, índice de concordância de Willmott e o índice de performance.

Para manter o trabalho breve e facilitar seu desenvolvimento, os oito modelos com pior desempenho foram descartados e apenas os cinco melhores tiveram uma análise aprofundada da sua efetividade em cada cidade. Também, as autoras agruparam as cidades estudadas em três grupos com base na efetividade registrada dos modelos empíricos a fim de facilitar a análise dos resultados além de ser uma informação útil para futuros trabalhos da área.

O trabalho conclui que não existe um melhor modelo para estimar a irradiação solar diária incidente em todo o estado de Minas Gerais porque a região apresenta cinco tipos climáticos segundo a classificação de Köppen-Geiger's e nenhum modelo apresentou bom desempenho em todos os climas, gerandos os grupos de cidades anteriormente citados.

2.2 RADIAÇÃO SOLAR GLOBAL ESTIMADA A PARTIR DA INSOLAÇÃO PARA MACAPÁ (AP)

Desenvolvido por Liana, Ana Paula, Leandro e Geber esse trabalho tem como objetivo utilizar e avaliar a efetividade da técnica de aprendizado de máquina da regressão linear sobre o modelo empírico de estimativa da irradiação solar incidente desenvolvido por Angström e Prescott com dados meteorológicos históricos da capital do estado de Amapá, a cidade de Macapá. A efetividade da regressão linear no modelo de Angström-Prescott foi avaliada através do uso do índice de concordância de Willmott e o coeficiente de correlação sobre os dados reais de irradiação solar incidente e os resultados do modelo treinado.

A regressão linear foi realizada para duas variáveis a e b do modelo de Angström-Prescott para previsões mensais e anuais, utilizando dados diários provenientes de duas fontes o INMET e Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais para o período de janeiro de 2006 até dezembro de 2012.

Os autores concluem em seu trabalho que o modelo pode ser utilizado para estimar a irradiação solar incidente na cidade de Macapá. Mas que para os modelos mensais a precisão varia entre os meses com os meses chuvosos, de janeiro a abril, apresentam bom desempenho enquanto os meses secos apresentaram desempenho pior. Porém, o modelo de estimativa anual apresentou bom desempenho, aconselhando o uso dele para todo o ano.

2.3 A SIMPLE METHOD TO ESTIMATE GLOBAL RADIATION

O trabalho de Supit e Van Kappel tem como objetivo desenvolver um modelo para estimar a irradiação solar incidente para uso em estimativas agronômicas na região da União Europeia e como poucas da estações meteorológicas registram a irradiação solar da região, como apenas 500 de 1200 estações do *Global Telecommunication System* registrando essa variável. Essa falta de dados torna modelos numéricos baseados em insolação inviáveis pois não há dados suficientes para calibrar seus coeficientes de ajuste empíricos então o modelo desenvolvido deveria utilizar variáveis atmosféricas. Os dados meteorológicos utilizados no estudo foram disponibilizados pelo *Global Telecommunication System* para o período de 1970 a 1995.

O modelo desenvolvido por Supit e Van Kappel é uma combinação do modelo de Hargreaves e Samani, que utiliza temperatura e caráter climático, com o modelo de Wörner, que utiliza a cobertura de nuvens na região, para estimar a irradiação solar incidente na região. O modelo desenvolvido conta com três variáveis empíricas que foram calculadas para cada região estudada através da técnica de regressão linear.

O modelo desenvolvido pelo autores apresentou bom desempenho com um coeficiente de determinação médio de 0.91 para as estações estudadas, algumas estações paresentaram coeficientes de determinação menores e a análise dos resultados do modelo nessas estações mostrou que ele estimou valores de irradiação solar incidente maiores que os reais então o modelo é otimista. Os autores concluem que o modelo não é apropriado para estimativas diárias mas adequado para estimativas mensais e para o uso em aplicações agronômicas.

2.4 ON MODELING GLOBAL SOLAR IRRADIATION USING AIR TEMPERATURE FOR ALAGOAS STATE, NORTHEASTERN BRAZIL

O trabalho tem dois objetivos avaliar a efetividade de nove modelos numéricos para estimar a irradiação solar incidente diariamente e mensalmente no estado de Alagoas e determinar o melhor método de calcular a amplitude diária da temperatura do ar entre dois diferentes métodos. Os modelos avaliados podem ser divididos em dois grupos os modelos derivados do modelos de Bristow e Campbell, e os modelos derivados do modelos de Hargreaves e Samani. O cálculo dos modelos foi feita com dados meteorológicos de oito estações meteorológicas do estado do Alagoas para o período de 2007 a 2009.

Os autores, Cícero Manoel Dos Santos e oito outros, concluem que a diferença no desempenho dos modelos numéricos para estimar a irradiação solar incidente não foi afetado pelos diferentes métodos de de calcular a amplitude diária da temperatura do ar com ambos os métodos gerando resultados semelhantes então os autores recomendam utilizar o método mais simples. E que não há um modelo numérico efetivo para todo o estado de Alagoas, com modelos derivados do modelos de Hargreaves e Samani gerando os melhores resultados para a região interiorana e seca do estado enquanto os derivados do modelo de Bistow e Campbell tiveram a maior precisão para a região litorânea e úmida.

3 MODELOS NUMÉRICOS DE ESTIMATIVA DA IRRADIAÇÃO SOLAR

Como descrito anteriormente, a irradiação solar que atinge a superfície terrestre é apenas parte do irradiação que atinge o topo da atmosfera já que a atmosfera dissipa parte dessa energia em si. Assim, a forma geral de um modelo numérico para estimar a irradiação na superfície terrestre pode ser descrito como

$$R_a = R_d + R_s \tag{1}$$

Mas como a R_d é proporcional a R_a , isto é, a energia dippipada pela atmosfera é dependente da irradiação incidente no topo da atmosfera. A expressão pode ser reescrita como

$$R_s = R_a * T_a \tag{2}$$

Assim, os modelos numéricos para estimativa de irradiação solar na superfície terrestre tem como objetivo estimar T_a com base em variáveis atmosféricas como temperatura, umidade e pressão. Neste trabalho, a eficácia de três modelos será estudada para a região central do estado de São Paulo, os modelos de Weiss e Hays, Hargreaves e Samani, e o modelo de Thornton e Running. Os modelos de Weiss e Hays, e Thornton e Running são modificações do modelo desenvolvido por Bristow e Campbell em 1984, que relaciona a irradiância solar diária com as temperaturas mínimas e máximas diárias do ar (BORGES et al., 2010).

3.1 MODELO DE WEISS E HAYS

O modelo desenvolvido por Weiss e Hays foi criado com o objetivo de refinar o modelo de Bristow e Campbell, muito utilizado pela sua simplicidade, para melhorar sua eficácia mas preservando sua simplicidade (WEISS A.; HAYS, 2004). O modelo é definido por (BORGES et al., 2010) e (WEISS A.; HAYS, 2004) como segue, sendo *b* uma variável empírica dependente da região estudada.

$$T_a = 0.75 * \left[1 - exp\left(\frac{-b * \Delta T^2}{R_{s(i-30)}}\right)\right]$$
(3)

$$\Delta Ti = Ti_{max} - \frac{Ti_{min} + Ti - 1_{min}}{2} \tag{4}$$

3.2 MODELO DE HARGREAVES E SAMANI

O modelo de Hargreaves e Samani é, como o modelo de Bristow e Campbell, um dos modelos numéricos para estimativa da irradiação solar mais antigos, (BORGES et al., 2010). Assim, ele também é simples mas diferentemente do modelo de Bristow e Campbell ele considera também o caráter climático da região, representado pelo coeficiente de ajuste C_a que é de 0.19 para regiões costeiras e 0.16 para regiões interioranas, (BORGES et al., 2010). Mas diferentemente do modelo de Bristow e Campbell e suas variações, o modelo de Hargreaves e Samani não possui variáveis empíricas. Como a

região central de São Paulo está distante do oceano Atlântico e a região não possui grandes corpos de água, ela é considerada interiorana e terá C_a de 0.16. (HARGREAVES G. H.; SAMANI, 1982) e (BORGES et al., 2010) definem o modelo como

$$T_a = C_a * (Ti_{max} - T_{min})^{0.5} (5)$$

3.3 MODELO DE THORNTON E RUNNING

O modelo desenvolvido por Thornton e Running é, assim como o de Weiss e Hays, um refinamento do modelo desenvolvido por Bristow e Campbell porém ele não é tão simples como os demais modelos estudados neste trabalho, pois depende de duas variáveis B_d e B_i que descrevem a transmissividade atmosférica direta e indireta, respectivamente, e que devem ser calculadas externamente, neste trabalho utilizamos as relações utilizadas por (BORGES et al., 2010) e descritas por (ALLEN, 1996). O modelo de Thornton e Running é definido por (THORNTON P E.; RUNNING, 1999) e (BORGES et al., 2010) como segue, ΔT a amplitude térmica mensal histórica da região.

$$T_a = (B_d + B_i) * (1 - 0.9 * e^{-B*(Ti_{max} - Ti_{min})^{1.5}})$$
(6)

$$B = 0.031 + 0.201 * e^{-0.185*\bar{\Delta T}} \tag{7}$$

4 DADOS UTILIZADOS

Neste trabalho foram utilizados os dados meteorológicos oferecidos pelo INMET de 7 cidades do estado de São Paulo: Avaré, Barra Bonita, Bauru, Ibitinga, Lins, Piracicaba e São carlos.

Inicialmente foram requisitados dados de 01/01/2001 até 31/12/2022 porém nenhuma cidade possuía registros disponíveis para todo esse período, então foram requisitados todos os dados registrados pela estação até 31/12/2022. Assim, a análise da eficácia de modelos numéricos para estimativa de irradiação solar será realizado individualmente para cada cidade e utilizará todos os dados disponíveis para a mesma.

Todos os dados registrados pelas estações foram requisitados mas o INMET também disponibilizou a latitude, a longitude e a altitude de cada estação.

As estações meteorológicas do INMET utilizadas neste trabalho foram

Cidade	Data de início	Latitude	Longitude	Altitude (m)
Avaré	21/09/2006	-23.101666	-48.941111	776.36
Barra Bonita	23/04/2008	-22.471111	-48.557500	533.68
Bauru	29/08/2001	-22.358052	-49.028877	636.17
Ibitinga	08/11/2007	-21.855555	-48.799722	496.75
Lins	19/09/2006	-21.666111	-49.734722	460.65
Piracicaba	25/09/2006	-22.703055	-47.623333	566.46
São Carlos	03/09/2006	-21.980353	-47.883927	859.29

Tabela 1 – Estações meteorológicas do INMET

Estas são estações automáticas que registram horariamente os dados atmosféricos da região.

Os dados disponibilizados pelo Instituto Nacional de Metereologia (INMET) apresentam falhas então é necessário os tratar antes de os utilizar. Isto é, equipamentos de medição meteorológica ocasionalmente falham ou param de funcionar, gerando lacunas nos seus registros então para utilizar seus dados é necessário remover entradas com falhas ou substituir as lacunas com valores válidos.

5 PROGRAMA DESENVOLVIDO

Para o estudo da eficácia dos modelos numéricos para estimativa da irradiação solar neste trabalho foi desenvolvido um programa que inicialmente possui duas funções: Executar e registrar o resultados dos modelos escolhidos utilizando os dados disponibilizados pelo INMET, e analisar o desempenho desses modelos através de medidas como o erro médio quadrático, o coeficiente de determinação e a variância dos resultados. Porém, como foi discutido anteriormente, é necessário também tratar os dados oferecidos pelo INMET antes de os utilizar como entrada dos modelos escolhidos. Assim, o programa possu três módulos com funções diferentes e sua visão geral é como segue

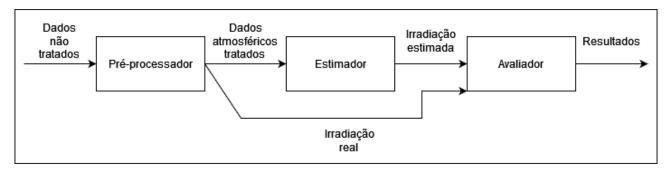


Figura 2 – Programa desenvolvido

5.1 PRÉ-PROCESSADOR

Este módulo tem como objetivo tratar os dados brutos das estações meteorológicas do INMET. Ele tem dois objetivos: preencher lacunas nos registros com valores apropriados e formatar os dados registrados de forma que a execução dos próximos módulos seja facilitada. Neste trabalho, o preenchimento das lacunas nos registros foi tratada preenchendo cada uma delas com a média dos valores válidos do mesmo horário, por exemplo, uma lacuna nos dados às 21:00 foi preenchida com a média dos valores válidos das 21:00.

5.2 ESTIMADOR

É neste módulo que os modelos numéricos de estimativa da irradiação solar são executados, ele recebe os valores formatados pelo Pré-Processador e aplica sobre eles os modelos escolhidos neste trabalho então seus resultados são salvos em conjunto com os valores reais de irradiação solar global para posterior análise.

Dito isso, as estações do INMET registram apenas dados atmosféricos então falta aos modelos estudados o valor da irradiação solar no topo da atmosfera ao longo do dia. Infelizmente, observar e registrar esse valor por longos períodos de tempo para uma região não é possível então é necessário também estimar o irradiação solar no topo da atmosfera para cada dia em cada cidade estudada. Nessa estimativa, foram utilizadas as relações descritas por (ALLEN, 1996), que calculam a potência média

da irradiação solar no topo da atmosfera P_a durante todo o dia a partir da latitude do local ϕ e do dia do ano DDA como segue. Então a irradiação solar diária no topo da atmosfera R_a pode ser obtida multiplicando P_a pela duração de um dia.

$$\delta = 0.409 * sin(\frac{2 * pi * DDA}{365} - 1.39) \tag{1}$$

$$\omega_s = \cos^{-1}(-\tan(\phi) * \tan(\delta)) \tag{2}$$

$$D_r = 1 + 0.033 * cos(\frac{2 * \pi * DDA}{365})$$
 (3)

$$P_a = \frac{1367 * D_r}{\pi} * (\omega_s * \sin(\phi) * \sin(\delta) + \cos(\phi) * \cos(\delta) * \sin(\omega_s))$$
 (4)

$$R_a = P_a * 60 * 60 * 24 = P_a * 86400 \tag{5}$$

5.3 AVALIADOR

Este módulo auxilia a análise da eficácia dos modelos executados pelo Estimador. Ele recebe os resultados gerados pelo Estimador, aplica sobre ele seis medidas para avaliar seu desempenho e registra os resultados. O Avaliador calcula e registra 6 medidas para avaliar os modelos: média, desvio padrão, erro absoluto médio, índice de concordância de Willmott e o coeficiente de determinação.

5.3.1 Média

A média aritmética representa o valor central de um conjunto de dados. Para um conjunto C de n elementos ela é calculada como

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i}{n} \tag{6}$$

Para este trabalho, a média pode ser utilizada para avaliar a efetividade dos modelos estudados. Onde idealmente a diferença entre a média dos valores reais e estimados deve ser zero, o que indicaria que o modelo é preciso já que uma discrepância entre as médias mostra que o modelo numérico estima valores maiores ou menores que os reais. Porém, médias próximas não garantem que o modelo seja preciso então são necessárias outras medidas para avaliar os modelos.

5.3.2 Desvio padrão

Esta medida indica quão dispersos os elementos de um conjunto estão, isto é, quão distantes os elementos de um conjunto estão da média desse conjunto, (MORETTIN P. A.; BUSSAB, 2010). O desvio padrão de um conjunto C é calculado como

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (C_i - \bar{C})^2}{n}} \tag{7}$$

Na avaliação dos modelos deste trabalho ela pode ser utilizada em conjunto com a média para avaliar o caráter de uma função. Isto é, como descrito no item anterior, a média não pode ser utilizada por si só

para avaliar modelos porque mesmo que as médias reais e estimadas sejam próximas as funções ainda podem ter amplitudes diferentes mas com o auxílio do desvio padrão é possível considerar também a amplitudes das funções permitindo análises mais detalhadas. Idealmente um modelo deve ter seu desvio igual ou próximo do desvio padrão dos dados reais.

5.3.3 Erro Médio Quadrático

O erro médio quadrático é uma medida que compara dois conjuntos ordenados de dados, ela mede a diferença absoluta entre cada par de elementos dos conjuntos. Isso a torna uma medida útil da discrepância entre dois conjuntos de dados contanto que se considere que ela é uma medida quadrática então ela cresce mais rapidamente que a diferença real entre os conjuntos, realçando erros maiores. Para os conjuntos O dos dados observado e E dos valores estimados o erro médio quadrático EMQ é cálculado como

$$EMQ = \frac{\sum_{i=1}^{n} (O_i - E_i)^2}{n}$$
 (8)

Assim, neste trabalho ele é utilizado para avaliar quanto as previsões diferem dos valores reais considerando apenas o valor absoluto do erro. Idealmente, o erro médio quadrático entre os dados reais e os resultados de um dado modelo seria próximo de zero indicando que o modelo é preciso enquanto valores maiores indicam que o modelo é impreciso mas não indicando se o modelo erra por estimar valores maiores ou menores que os dados reais, sendo necessário utilizar outras métricas para determinar a natureza do erro.

5.3.4 Índice de concordância de Willmott

O índice de concordância de Willmott é uma medida utilizada para avaliar a concordância entre dados reais e valores estimados que foi criado como uma alternativa ao coeficiente de determinação pois ele pode ser impreciso em certas circunstâncias, (WILLMOTT, 1982) e (LEGATES D. R; MCCABE, 1999).

Essa métrica está contida em [0,1] onde 1 indica que o modelo replicou perfeitamente os dados reais, 0 que o modelo está em total discordância com os dados reais, (WILLMOTT, 1981).

Assim ela é útil para indicar a semelhança entre duas curvas e neste trabalho pode indicar quão preciso um dado modelo é para a cidade dos dados reais utilizados. O índice de Willmott d é calculado como

$$d = 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} (E_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} (|E_i - \bar{E}| + |O_i - \bar{O}|)^2}\right)$$
(9)

5.3.5 Coeficiente de determinação

Apesar da motivação de Willmott estar correta, o coeficiente de determinação é impreciso em certas circunstâncias ele ainda pode ser útil na análise da efetividade de modelos numéricos. Isso porque o coeficiente de determinação não avalia apenas a correlação entre as variáveis mas também a proximidade delas a uma reta o que pode ser interpretado como a dispersão dessa variáveis no plano, (MORETTIN P. A.; BUSSAB, 2010).

Isto é, o coeficiente de determinação está no intervalo [0, 1] com 1 indicando que o modelo explica toda

a variação dos dados reais (WILLMOTT, 1981) e que eles estão pouco dispersos no plano cartesiano, enquanto o coeficiente de determinação 0 indica que o modelo e os dados reais discordam ou que estão dispersos pelo plano.

O coeficiente de determinação R é calculado como

$$R^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (O_{i} - \bar{O})(E_{i} - \bar{E})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (O_{i} - \bar{O})^{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (E_{i} - \bar{E})^{2}}}$$
(10)

Neste trabalho, o coeficiente de determinação é utilizado para duas coisas: avaliar a precisão do modelo, assim como o índice de Willmott mas também avaliar a dispersão dos dados.

6 RESULTADOS

Os resultados das medidas estatísticas e estocásticas para os resultados dos modelos numéricos para estimativa da irradiação solar incidente para cada cidade estão registrados na tabela a seguir.

Cidade	Irradiação	\bar{C}	σ	EMQ	d	R^2
Avaré	Real	18.015	5.867			
	Weiss e Hays	11.670	6.044	74.452	0.556	0.268
Avare	Hargreaves e Samani	16.365	5.479	30.431	0.715	0.326
	Thornton e Running	21.281	7.812	57.202	0.661	0.284
	Real	15.635	6.585			
Barra Bonita	Weiss e Hays	14.448	5.472	40.404	0.663	0.226
Darra Domita	Hargreaves e Samani	18.177	4.889	34.830	0.722	0.364
	Thornton e Running	22.504	6.349	80.824	0.622	0.358
	Real	16.119	5.752			
Bauru	Weiss e Hays	13.144	6.451	41.967	0.678	0.314
Dauru	Hargreaves e Samani	17.100	5.729	24.626	0.783	0.410
	Thornton e Running	21.461	7.994	71.761	0.642	0.341
	Real	19.342	6.103			
Ibitinga	Weiss e Hays	15.577	5.977	42.927	0.699	0.367
Toldinga	Hargreaves e Samani	18.879	4.973	16.868	0.845	0.557
	Thornton e Running	22.547	6.765	33.933	0.791	0.516
	Real	18.759	5.872			
Lins	Weiss e Hays	14.399	5.702	44.122	0.685	0.391
Lilis	Hargreaves e Samani	18.127	4.863	16.852	0.835	0.532
	Thornton e Running	22.409	6.764	38.486	0.760	0.480
	Real	18.540	5.770			
Piracicaba	Weiss e Hays	13.330	6.626	63.471	0.595	0.285
Piracicaba	Hargreaves e Samani	17.253	5.613	27.190	0.747	0.367
	Thornton e Running	21.230	8.055	53.756	0.683	0.308
	Real	17.744	5.544			
São Carlos	Weiss e Hays	12.509	5.758	53.403	0.627	0.352
Sau Carios	Hargreaves e Samani	16.876	5.001	20.630	0.781	0.418
	Thornton e Running	21.783	7.367	51.842	0.687	0.366

Tabela 2 – Resultados iniciais dos modelos estudados

Estes resultados inicias indicam que o modelo mais eficaz para todas as cidades estudadas é o modelo de Hargreaves e Samani porque em todos os casos ele apresentou média e desvio padrão próximos dos reais, e os maiores índices de concordância de Willmott e coeficientes de correlação de Pearson.

Para o modelo de Thornton e Running, ele apresentou o segund melhor índice de concordância de Willmott em todas as cidades mas suas médias e desvios padrões foram maiores que as reais então ele tende a estimar valores de irradiação solar maiores que os reais para toda a região e a primeiro momento não é um modelo adequado.

O modelo de Weiss e Hays por sua vez, apresentou o pior desempenho dos três modelos tendo média

menor que a real em todos os casos e apresentando os menores valores para o índice de concordância de Willmott e o coeficiente de Correlação de Pearson.

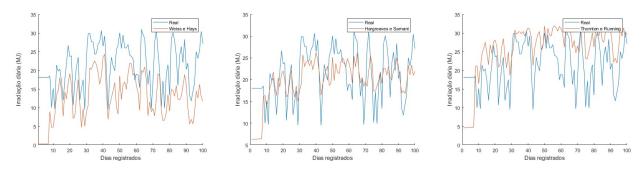


Figura 3 – Modelos inalterados para a cidade de Avaré

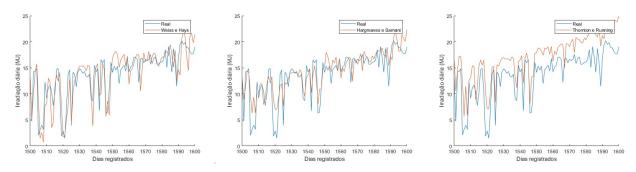


Figura 4 – Modelos inalterados para a cidade de Barra Bonita

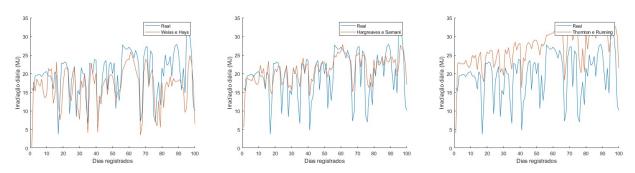


Figura 5 – Modelos inalterados para a cidade de Bauru

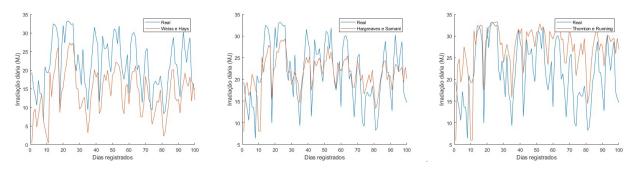


Figura 6 – Modelos inalterados para a cidade de Ibitinga

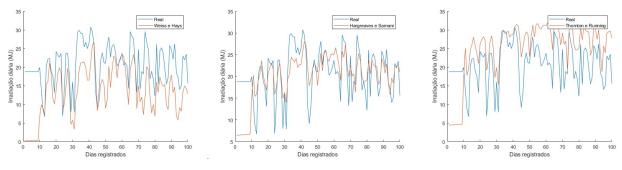


Figura 7 – Modelos inalterados para a cidade de Lins

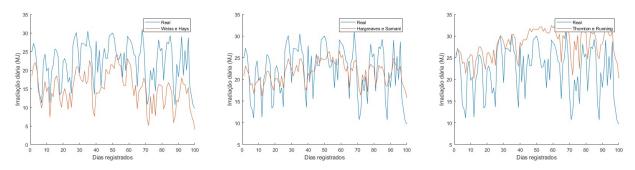


Figura 8 – Modelos inalterados para a cidade de Piracicaba

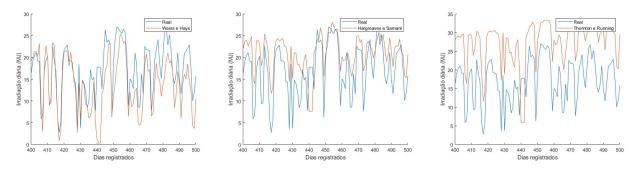


Figura 9 – Modelos inalterados para a cidade de São Carlos

Porém, analisando os resultados dos modelos percebe-se que eles são adequados, isto é, que acompanham os valores reais mas estão deslocados no eixo das ordenadas como observado nos gráficos abaixo.

Modelos numéricos podem ser ajustados para se adequar aos dados reais, assim é possível corrigir o deslocamento no eixo das ordenadas observado adicionando um coeficiente de ajuste aos modelos. Neste trabalho o coeficiente de ajuste escolhido foi a diferença entre as médias reais e a média de cada modelo, isto é dessa forma os resultados dos modelos serão deslocados de forma a se alinhar com os resultados dos dados reais.

Os resultados dos modelos ajustados estão registrados abaixo.

Cidade	Irradiação	Ajuste	σ	EMQ	d	R^2
	Weiss e Hays	6.344	6.044	34.200	0.703	0.268
Avaré	Hargreaves e Samani	1.649	5.479	27.710	0.737	0.326
	Thornton e Running	-3.266	7.808	46.480	0.692	0.284
	Weiss e Hays	1.187	5.472	38.995	0.673	0.226
Barra Bonita	Hargreaves e Samani	-2.542	4.889	28.367	0.750	0.364
	Thornton e Running	-6.869	6.281	32.883	0.770	0.364
	Weiss e Hays	2.975	6.451	33.114	0.729	0.314
Bauru	Hargreaves e Samani	-0.980	5.729	23.664	0.787	0.410
	Thornton e Running	-5.342	7.813	40.406	0.736	0.357
	Weiss e Hays	3.764	5.977	28.752	0.767	0.367
Ibitinga	Hargreaves e Samani	0.463	4.973	16.653	0.847	0.557
	Thornton e Running	-3.205	6.764	23.657	0.838	0.516
	Weiss e Hays	4.359	5.702	25.114	0.780	0.391
Lins	Hargreaves e Samani	0.631	4.863	16.453	0.839	0.532
	Thornton e Running	-3.650	6.763	25.1584	0.820	0.480
	Weiss e Hays	5.209	6.626	36.330	0.709	0.285
Piracicada	Hargreaves e Samani	1.286	5.613	25.533	0.761	0.367
	Thornton e Running	-2.690	8.055	46.519	0.702	0.308
São Carlos	Weiss e Hays	5.234	5.758	25.998	0.756	0.352
	Hargreaves e Samani	0.868	5.001	19.877	0.789	0.418
	Thornton e Running	-4.038	7.345	35.207	0.748	0.369

Tabela 3 – Resultados dos modelos ajustados

Comparando os resultados dos modelos inalterados e ajustados nota-se que o ajuste aumentou a precisão de todos os modelos, isto é que os valores do índice de concordância de Willmott e o coeficiente de correlação de Pearson aumentaram enquanto o erro médio quadrático diminui. Mas isso ocorreu desigualmente entre os modelos com o modelo de Weiss e Hays apresentando melhoria mais significativa que o modelo de Hargreaves e Samani.

Nos resultados ajustados o modelo de Hargreaves e Samani continua sendo o mais preciso para todas as cidades, com exceção da cidade de Barra Bonita onde o modelo de Thornton e Running apresentou melhor desempenho. Enquanto os modelos de Weiss e Hays, e Thornton e Running apresentaram desempenho variado dependendo da cidade estudada com o modelo de Weiss e Hays apresentando melhor desempenho que o modelo de Thornton e Running para as cidade de Avaré, Piracicaba e São Carlos enquanto o modelo de Thornton e Running apresentou melhor resultado nas cidades de Barra Bonita, Bauru, Ibitinga e Lins.

Segue abaixo os gráficos dos modelos ajustados para facilitar a visualização.

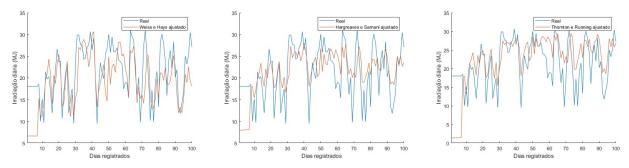


Figura 10 – Modelos ajustados para a cidade de Avaré

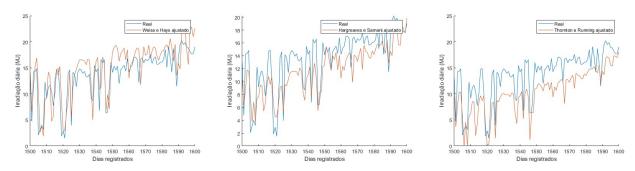


Figura 11 – Modelos ajustados para a cidade de Barra Bonita

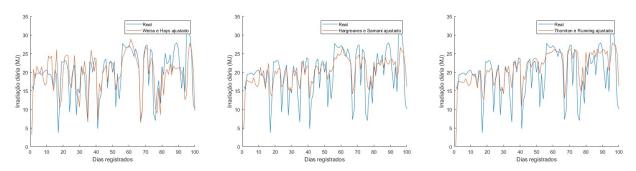


Figura 12 – Modelos ajustados para a cidade de Bauru

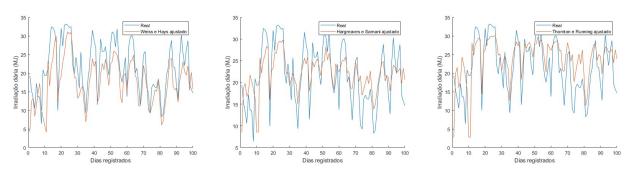


Figura 13 – Modelos ajustados para a cidade de Ibitinga

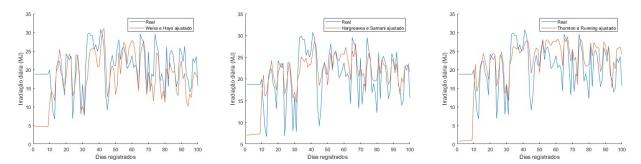


Figura 14 – Modelos ajustados para a cidade de Lins

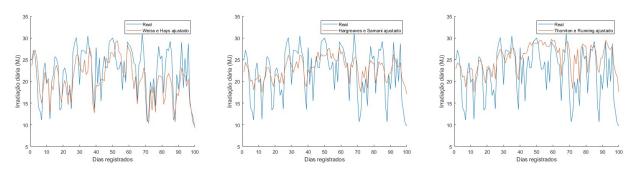


Figura 15 – Modelos ajustados para a cidade de Piracicaba

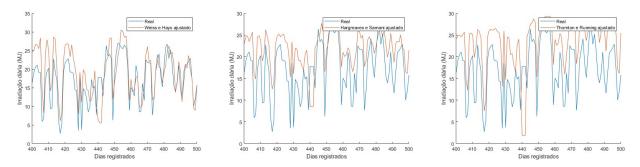


Figura 16 – Modelos ajustados para a cidade de São Carlos

7 CONCLUSÃO

A estimativa da irradiação solar incidente é necessária para diversas aplicações pois a cobertura das estações meteorológicas que medem a irradiação solar é menor do que a das esteções que medem apenas variáveis atmosféricas da região e também porque oferece a capacidade de prever futuros valores da irradiação solar na região.

Assim técnicas efetivas de estimar a irradiação solar se fazem necessárias e entre as diversas técnicas os modelos numéricos se destacam pela sua simplicidade e facilidade de uso, necessitando de menor poder computacional e dados de treinamento do que outras técnicas como as de aprendizado de máquina. Porém, modelos numéricos não são efetivos em toda a superfície terrestre e devem ser avaliados para cada região justificando assim a avaliação da efetividade de modelos numéricos para estimativa da irradiação solar incidente na região do centro do estado de São Paulo.

Isto foi feito utilizando dados meteorológicos históricos de sete cidades do estado de São Paulo disponibilizados pelo INMET, que foram utilizados na execução de três modelos numéricos: o modelo de Weiss e Hays, o modelo Hargreaves e Samani, e o modelo Thornton e Running. Inicialmente, apenas o modelo de Hargreaves e Samani apresentou bom desempenho enquanto so modelos de Weiss e Hays, e Thornton e Running apresentaram desempenhos piores com o modelo de Weiss e Hays estimando valores menores que os reais enquanto o modelo de Thornton e Running estimava valores maiores. Porém, uma análise mais aprofundada indicou que todos os modelos geraram resultados adequados, resultados que acompanham as variações dos valores reais, apenas deslocados dos valores reais no eixo das ordenadas. Para melhorar o desempenho dos modelos foi adicionado a cada modelo um coeficiente de ajuste relativo a cada cidade estudada e com a adição desses coeficientes todos os modelos tiveram suas precisões melhoradas, suas estimativas se aproximaram dos valores reais de irradiação solar.

As medidas de avaliação utilizadas indicaram que todos os modelos ajustados tiveram bom desempenho, com altos valores do índice de concordância de Willmott e do coeficiente de correlação de Pearson indicando boa concordância entre os valores reais e estimados, e que o modelo de Hargreaves e Samani tem a maior precisão para todas as cidades exceto Barra Bonita, onde o modelo de Thornton e Running o supera.

Assim, concluiu-se que os modelos numéricos estudados neste trabalho são uma forma apropriada de estimar a irradiação solar incidente na região central do estado de São Paulo contanto que sejam adequadamente ajustados para o local onde se deseja os utilizar.

REFERÊNCIAS

- ALLEN, R. G. Assessing integrity of weather data for use in reference evapotranspiration estimation. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, American Society of Civil Engineers, Logan, Utah, v. 122, n. 2, 1996. Disponível em: Acesso em: 22/08/2023.
- ALMOROX J; HONTORIA, C. B. M. Models for obtaining daily global solar radiation with measured air temperature data in madrid (spain). **Applied Energy**, Elsevier, Madri, Espanha, v. 88, n. 5, p. 1703–1709, 2011. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261910004666 Acessado em: 28/10/2023.
- BELUCIO, L. P. et al. Radiação solar golbal estimada a partir da insolação para macapá (ap). **Revista Brasileira de Meteorologia**, Scientific Electronic Library Online, Macapá, Amapá, v. 29, n. 4, 2014. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rbmet/a/pD8ZJN9LPWZjxyg9Nn7KSYQ/# Acessado em: 22/10/2023.
- BERUSKI G. C; PEREIRA, A. B. S. P. C. Desempenho de diferentes modelos de estimativa da radiação solar global em ponta grossa, pr, brazil. **Revista Brasileira de Meteorologia**, Scientific Electronic Library Online, v. 30, n. 2, 2015. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rbmet/a/DffWSTtL9mTjm7N57sqy5HG/#">https://www.scielo.br/j/rbmet/a/DffWSTtL9mTjm7N57sqy5HG/# Acessado em: 16/10/2023.
- BORGES, V. P. et al. Avaliação de modelos de estimativa da radiação solar incidente em cruz das almas, bahia. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, v. 14, n. 1, p. 74–81, 2010. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rbeaa/a/jBFvhD6zLNKbDTPQ4wzJQ8N/?lang=pt&format=html# Acesso em: 22/08/2023.
- GOMEZ, J. M. R. et al. A irradiância solar: conceitos básicos. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, v. 40, n. 3, 2018. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rbef/a/DfZGpdWH53yHvvj9kwjMqqt/?lang=pt#> Acesso em: 22/08/2023.
- HARGREAVES G. H.; SAMANI, Z. A. Estimating potential evapotranspiration. **Journal of the irrigation and Drainage Division**, American Society of Civil Engineers, Missoula, USA, v. 108, n. 3, p. 225–230, 1982. Disponível em: https://ascelibrary.org/doi/10.1061/JRCEA4.0001390 Acesso em: 22/08/2023.
- LEGATES D. R; MCCABE, G. J. J. Evaluating the use of "goodness-of-fit"measures in hydrologic and hydroclimatic model validation. **Water Resources Research**, American Geophysical Union, Louisiana, EUA, v. 35, n. 1, p. 233–241, 1999. Disponível em: https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/1998WR900018 Acessado em: 15/09/2023.
- MONTEIRO A. F. M.; MARTINS, F. B. Global solar radiation models in minas gerais, southeastern brazil. **Advances in Meteorology**, Hindawi, Itajubá, Minas Gerais, v. 2019, n. 1, 2019. Disponível em: https://www.hindawi.com/journals/amete/2019/9515430/ Acessado em: 16/10/2023.
- MORETTIN P. A.; BUSSAB, W. d. O. **Estatística Básica**. 6. ed. São Paulo, SP: Saraiva, 2010. Disponível em: https://libgen.is/book/index.php?md5=057E0E80811AF8A60739FF773D7015D0 Acessado em: 23/10/2023.

- SANTOS, C. M. D. et al. On modeling global solar irradiation using air temperature for alagoas state, northeastern brazil. **Energy**, Elsevier, Maceió, Alagoas, v. 71, n. 1, p. 388–398, 2014. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544214005507?via%3Dihub Acessado em: 29/10/2023.
- SUPIT I; VAN KAPPEL, R. R. A simple method to estimate global radiation. **Solar Energy**, Elsevier, Haia, Holanda, v. 63, n. 3, p. 147–160, 1998. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038092X98000681 Acessado em: 29/10/2023.
- THORNTON P E.; RUNNING, S. W. An improved algorithm for estimating incident daily solar radiation from measurements of temperature, humidity, and precipitation. **Agricultural and forest meteorology**, Elsevier, Missoula, USA, v. 93, n. 4, p. 211–228, 1999. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168192398001269 Acesso em: 22/08/2023.
- WEISS A.; HAYS, C. J. Simulation of daily solar irradiance. **Agricultural and Forest Meteorology**, Elsevier, Nebraska, USA, v. 123, n. 3-4, p. 187–199, 2004. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168192303002946?ref=pdf_download&fr=RR-2&rr=7fc6f32d0afd6055 Acesso em: 22/08/2023.
- WILLMOTT, C. J. On the validation of models. **Physical Geography**, Center for Climatic Research, University of Delaware, Delaware, EUA, v. 2, n. 2, 1981. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Suman-Maity-3/post/Query-regarding-Index-of-Agreement-Calculation/attachment/5d471fe7cfe4a7968dbccac6/AS%3A788239338205184%401564942311802/download/wilmott1981.pdf Accessado em: 31/10/2023.
- WILLMOTT, C. J. Some comments on the evaluation of model performance. **American Meteorological Society**, Center for Climatic Research, University of Delaware, v. 63, n. 11, 1982. Disponível em: https://journals.ametsoc.org/view/journals/bams/63/11/1520-0477_1982_063_1309_scoteo_2_0_co_2.xml Acessado em: 22/10/2023.