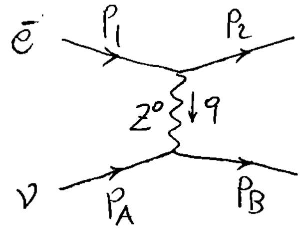
RIEPILOGO



Abbiamo considerato $e\nu \to e\nu$

(trascuriamo il fatto che Z^0 si accoppia all'elettrone con un vertice che oltre a γ^μ ha anche un $\gamma^5\gamma^\mu$).

$$\mathcal{M}^{(0)} = i g^2 \frac{\bar{u}_2 \gamma^\mu u_1 \ \bar{u}_B \gamma_\mu u_A}{q^2 - M_Z^2}$$

Abbiamo quindi calcolato le correzioni virtuali $\mathcal{O}(\alpha)$ generate dai fotoni:

$$= \gamma^\mu \underbrace{\Big[1 + \underbrace{\delta F_1^\wedge + \delta_1}_{\delta F_1} \Big]}_{F_1} - \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m} F_2$$

$\propto Z_1 - 1 \equiv \delta_1$

$F_2 \to$ finito UV
" IR

Regolarizzando le divergenze UV con $D = 4 - 2\varepsilon$; $e \to e\mu^\varepsilon$
" " IR con $\lambda > 0$ (massa fotone)

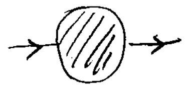
$$\delta F_1(q^2) = \frac{\alpha}{4\pi} \Big[\underbrace{\frac{1}{\varepsilon}}_{\text{UV}} - \gamma + \underbrace{\ln\Big(4\pi \frac{\mu^2}{m^2}\Big)}_{\mu\text{-dip}} - \frac{1}{\beta_{12}} \ln \frac{1+\beta_{12}}{1-\beta_{12}} \underbrace{\ln \frac{m^2}{\lambda^2}}_{\text{IR}} + \underbrace{\mathcal{F}_1\Big(\frac{q^2}{m^2}\Big)}_{\text{finito}} \Big] + \delta_1$$

Qui $\alpha = \frac{e_R^2}{4\pi}$, $m = m_R$, $1 + \delta_1 = Z_1 = Z_2 Z_e \sqrt{Z_3}$

e $\beta_{12} = \sqrt{1 - \left(\frac{m_1 m_2}{p_1 \cdot p_2}\right)^2} = (m_1 = m_2) = \sqrt{1 - \left(1 - \frac{q^2}{2m^2}\right)^{-2}} \overset{|q|^2 \gg m^2}{\sim} 1 - 2\frac{m^4}{q^4}$

è la velocità relativa tra p_1 e p_2.

Abbiamo poi calcolato le correzioni $\mathcal{O}(\alpha)$ al propagatore dell'elettrone



$$= G_{R\psi}(p) = i/[\hat{p} - m_R - \Sigma(\hat{p}) - \delta m + \delta_2 \hat{p}]$$

controtermini

$$\delta_2 = Z_2 - 1$$

$$\stackrel{!}{=} \frac{i R_\psi}{\hat{p} - m_F} + (\text{regolare a } \hat{p} = m_F)$$

Sviluppando
$$\Sigma(\hat{p}) = \Sigma(m_F) + \left.\frac{\partial \Sigma}{\partial \hat{p}}\right|_{\hat{p}=m_F} (\hat{p} - m_F) + \mathcal{O}(\hat{p} - m_F)^2$$
$$= \Sigma_F + \Sigma'_F \quad (\hat{p} - m_F) + \quad ''$$

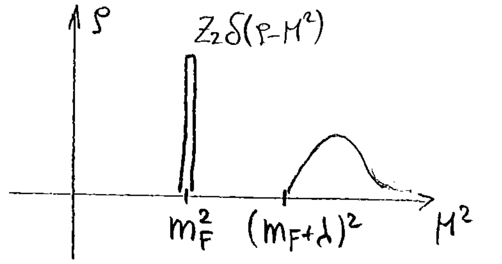
Abbiamo:
$$R_\psi = \frac{1}{1 + \delta_2 - \Sigma'_F} \simeq 1 - \delta_2 + \Sigma'_F + \mathcal{O}(\alpha^2)$$

$\mathcal{O}(\alpha)$

$$m_F = \frac{m_R + \delta m + \Sigma_F}{1 + \delta_2} = m_R + \Sigma_F + \delta m - \delta_2 m_R + \mathcal{O}(\alpha^2)$$

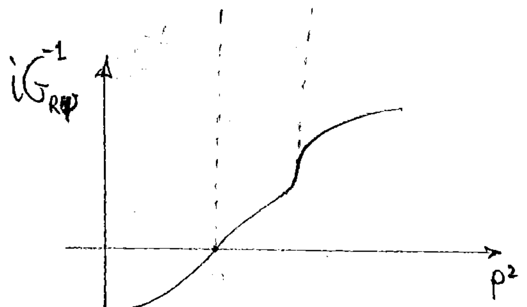
$$\Sigma_F = m_R \frac{\alpha}{\pi}\left[\frac{3}{4}\left(\frac{1}{\varepsilon} - \gamma + \ln\frac{4\pi\mu^2}{m_R^2}\right) + 1\right] \qquad \text{div. UV}$$

$$\Sigma'_F = \frac{\alpha}{\pi}\left[-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\varepsilon} - \gamma + \ln\frac{4\pi\mu^2}{m_R^2}\right) - 1 + \frac{1}{2}\ln\frac{m_R^2}{\lambda^2}\right] \qquad \text{div UV e IR}$$



KÄLLEN LEHMANN REPRESENTATION:

$$G_R(p^2) = \int dM^2 \, \rho(M^2) \underbrace{G_0(p^2, M^2)}_{\frac{i}{\hat{p} - M + i0}}$$



$\lambda \to 0 \Rightarrow$ flesso verticale a $p^2 = m_F^2$

SIGNIFICATO FISICO:

Quando la virtualità p^2 dell'elettrone è sufficiente a generare una coppia $e + \gamma$ reali (si apre cioè un canale di produzione) la DENSITÀ SPETTRALE $\rho(p^2)$ cresce improvvisamente. Questo a $p^2 = (m_F + \lambda)^2$