JETS

Abbiamo visto che gli elementi di matrice perturbativi crescono (fino a divergere) nelle regioni collineari e di gluoni soffici.
Di conseguenza le emissioni partoniche dovute all'irraggiamento da parte dei partoni iniziali è più probabile in tali regioni; ci aspettiamo di osservare particelle energetiche concentrate in fasci collimati, più particelle soffici sparse un pò ovunque.

Questi fasci di particelle collimati attorno ad una direzione comune sono chiamati JET (getti) e sono la più evidente manifestazione della dinamica della QCD a corte distanze.

Sperimentalmente i JET si osservano come gruppi di particelle emesse in direzioni contenute in un "piccolo" angolo solido, e con grande impulso trasferito $|\vec{P}_{T\,jet}| \gg \Lambda_{QCD}$.

Per confrontare quantitativamente le misure di eventi con jet con i calcoli teorici, bisogna specificare in modo preciso cosa si intende per jet.

Bisogna cioè definire una procedura per decidere quali particelle siano da raggruppare all'interno dei jet e quali no,

→ tenendo in conto le particelle soffici ←

(questo è un aspetto cruciale!)

Una tale procedura si chiama ALGORITMO DI JET: è una ben precisa corrispondenza tra

$$\{\text{stati finali}\} \longrightarrow \{\text{gruppi di jet}\}$$

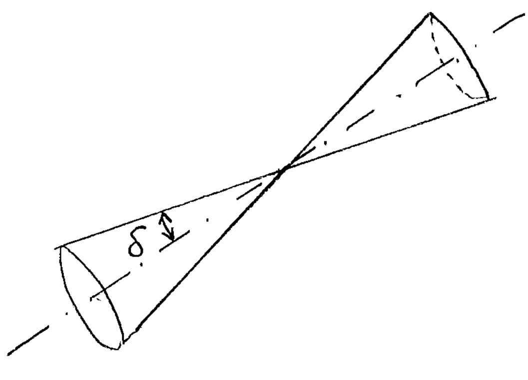
Affinché un algoritmo di jet sia utilizzabile, deve soddisfare alcuni requisiti:

- IR finito
- semplice per l'analisi sperimentale ($\sim 10^6 \div 10^3$ eventi con $\sim 10^2 \div 10^3$ particelle)
- semplice per i calcoli teorici
- poco sensibile agli effetti non perturbativi

Uno dei primi tentativi di definire una sezione d'urto per jet in teoria delle perturbazioni, semplice e che racchiude le idee fondamentali: un evento è classificato a 2jet se quasi tutta l'energia dello stato finale è contenuta in una coppia di coni (evidentemente opposti per conservazione dell'impulso).

"Quasi tutta" nel senso di tutta, eccetto al più una frazione $\frac{\varepsilon}{2} \ll 1$.

I coni sono specificati dall'angolo di apertura 2δ



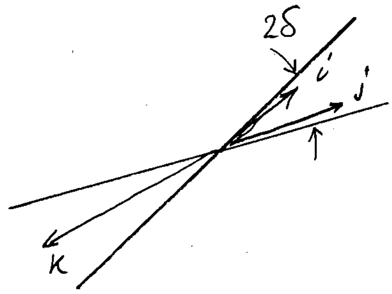
La sezione d'urto per osservabili a 2 jet si ottiene integrando gli $|$elementi di matrice$|^2$ per stati finali di quark e gluoni sulla corrispondente regione di spazio delle fasi.

All'ordine più basso ci sono solo 2 partoni che banalmente possono essere inseriti ciascuno nel proprio cono:

$$F_2^{(2j)}(P_1, P_2) = 1 \qquad \Rightarrow \sigma_{LO}^{(2jet)} = \sigma_{LO}^{(tot)}$$

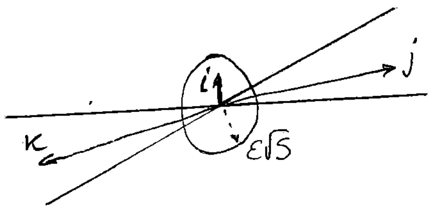
A NLO la condizione di 2 jet è non banale, ed avendo 3 particelle nello stato finale possiamo formare 2 jet se e solo se:

- c'è una coppia di particelle la cui separazione angolare $\theta_{ij} < 2\delta$



OPPURE (VEL)

- c'è una particella con energia $E_i < \varepsilon \frac{\sqrt{S}}{2}$



Nel caso in cui nessuna delle due condizioni si verifichi, i tre partoni non sono raccolti in 2 jet e quindi danno luogo ad un evento a 3 jet:

$$F_3^{(3jet)}(p_1, p_2, p_3) = \Theta(E_1 - \varepsilon\sqrt{S})\,\Theta(E_2 - \varepsilon\sqrt{S})\,\Theta(E_3 - \varepsilon\sqrt{S}) \times$$
$$\times\,\Theta(\theta_{12} - 2\delta)\,\Theta(\theta_{23} - 2\delta)\,\Theta(\theta_{31} - 2\delta)$$

$$\Rightarrow F_3^{(2jet)}(p_1, p_2, p_3) = 1 - F_3^{(3jet)}$$

Se una particella (p.es. $i=3$) diventa soffice

$$\lim_{E_3 \to 0} \Theta(E_3 - \varepsilon\sqrt{S}) = 0 \qquad \Rightarrow \lim F_3^{(3j)} \to 0$$
$$\lim F_3^{(2j)} \to 1 = F_2^{(2j)}$$

Se due particelle (p.es, $i=1, j=3$) diventano collineari

$$\lim_{\theta_{13} \to 0} \Theta(\theta_{13} - 2\delta) = 0 \qquad \Rightarrow \lim F_3^{(3j)} \to 0$$
$$\lim F_3^{(2j)} \to 1 = F_2^{(2j)}$$

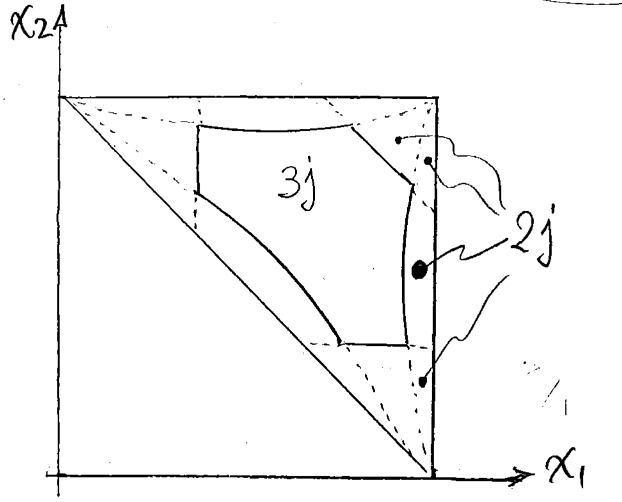
Vediamo quindi che a NLO questa procedura di definire eventi a 2 jet è IR finita.

<u>OSSERVAZIONE</u>

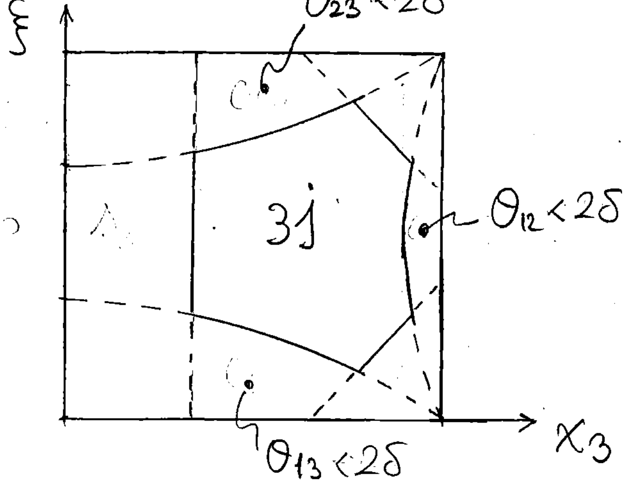
Per la finitezza IR di $F_3^{(2j)}$ è essenziale
sia ammettere particelle ad angolo $\theta_{ij} > 0$ $(\delta > 0)$
sia includere particelle soffici $E_i > 0$ $(\varepsilon > 0)$
In caso contrario $(\delta = 0$ o $\varepsilon = 0)$ non si otterrebbe un osservabile IR finito

Calcoliamo pertanto la $\sigma_{NLO}^{(2j)}$.

$$d\sigma_R = \sigma_{LO} \frac{\alpha_s C_F}{2\pi} \underbrace{dx_1 dx_2 dx_3 \, \delta(x_1+x_2+x_3-2) \frac{x_1^2+x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)}}_{dK_R}$$



È più conveniente usare x_3 e $\xi := \dfrac{x_1+x_3-1}{x_3}$ come variabili indipendenti



$x_1 < \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad 1 - \xi < \dfrac{1-\varepsilon}{x_3}$

$x_2 < \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad \xi > \dfrac{1-\varepsilon}{x_3}$

$x_3 < \varepsilon$

$\theta_{23} < 2\delta \quad \Leftrightarrow \quad \xi > \dfrac{1-\sigma}{1-\sigma x_3} =: \xi_2$

$\theta_{13} < 2\delta \quad \Leftrightarrow \quad \xi < \dfrac{\sigma(1-x_3)}{1-\sigma x_3} =: \xi_1$

$\theta_{12} < 2\delta \quad \Leftrightarrow \quad \xi^2 - \xi + \frac{1-x_3}{x_3^2}\frac{1-\sigma}{\sigma} < 0$

ove $\sigma := \operatorname{sen}^2 \delta$

Per calcolare la $\sigma_{NLO}^{(2jet)} = \sigma_V + \sigma_R^{(2jet)} = \underbrace{\sigma_V + \sigma_R^{(tot)}}_{\sigma_{NLO}^{(tot)}} - \sigma_R^{(3jet)}$

è sufficiente sottrarre la $\sigma_R^{(3jet)}$

alla $\sigma_{NLO}^{(tot)} = \sigma_{LO} \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \cdot \frac{3}{4}$

Poiché l'integrazione sullo spazio delle fasi della $\sigma_R^{(3jet)}$ non tocca le regioni singolari IR, il calcolo può essere effettuato in $D=4$ (non necessita regolarizzaz. IR):

$$\sigma_R^{(3jet)} = \sigma_{LO} \frac{\alpha_s C_F}{2\pi} K_3(\delta, \varepsilon)$$

$$\longrightarrow \int \frac{dx_3}{x_3} \int \frac{d\xi}{\xi(1-\xi)} \left[2 - 4x_3(1-\xi) + 2x_3^2(1-\xi)^2\right]$$

La regione a 3 jet è un po' complicata per il calcolo analitico. Visto che per $e^+e^- \to q\bar{q}g$ le zone con $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $\theta_{12} = 0$ non sono singolari, possiamo non richiedere $x_1 > \varepsilon$, $x_2 > \varepsilon$, $\theta_{12} > 2\delta$. Questa approssimazione introduce delle differenze relative $\mathcal{O}(\varepsilon)$ e $\mathcal{O}(\delta)$ a σ_{NLO}.

In questo modo la regione a 3 jet è limitata dalle condizioni: $\varepsilon < x_3 < 1$; $\xi_1 < \xi < \xi_2 \rightarrow$ dipendono da x_3

$$K_3 = 2\int_\varepsilon^1 \frac{dx_3}{x_3} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{d\xi}{\xi(1-\xi)} \left[1 - 2x_3(1-\xi) + 2x_3^2(1-\xi)^2\right] =: 2(i_0 + i_1 + i_2)$$

$$i_0 = \int_\varepsilon^1 \frac{dx_3}{x_3} \int_{\xi_1}^{\xi_2} d\xi \left(\frac{1}{\xi} + \frac{1}{1-\xi}\right) = \int_\varepsilon^1 \frac{dx_3}{x_3} \left[\ln \frac{\xi_2}{\xi_1} - \ln \frac{1-\xi_2}{1-\xi_1}\right]$$

$$i_1 = -2\int_\varepsilon^1 dx_3 \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{d\xi}{\xi} = -2\int_\varepsilon^1 dx_3 \ln \frac{\xi_2}{\xi_1}$$

$$i_2 = \int_\varepsilon^1 dx_3\, x_3 \int_{\xi_1}^{\xi_2} d\xi\, \frac{1-\xi}{\xi} = \int_\varepsilon^1 dx_3\, x_3 \left[\ln\frac{\xi_2}{\xi_1} + \xi_1 - \xi_2 \right]$$

Valgono: $\ln\frac{\xi_2}{\xi_1} = \ln\frac{1-\sigma}{\sigma} - \ln(1-x_3) = -\ln\frac{1-\xi_2}{1-\xi_1}$

$$\xi_1 - \xi_2 = \frac{-1+2\sigma-\sigma x_3}{1-\sigma x_3}$$

$$i_0 = 2\left[\ln\frac{1-\sigma}{\sigma}\ln\frac{1}{\varepsilon} + Li_2(1) - Li_2(\varepsilon)\right] = 4\ln\frac{1}{\delta}\ln\frac{1}{\varepsilon} + \frac{\pi^2}{3} + O(\delta,\varepsilon)$$

$$i_1 = -2(1-\varepsilon)\left[\ln\frac{1-\sigma}{\sigma} + 1 - \ln(1-\varepsilon)\right] = -4\ln\frac{1}{\delta} - 2 \qquad + O(\delta,\varepsilon)$$

$$i_2 = \frac{1-\varepsilon}{2}\left[(1+\varepsilon)\ln\frac{1-\sigma}{\sigma} + \frac{3+\varepsilon}{2} - (1+\varepsilon)\ln(1-\varepsilon)\right] = \ln\frac{1}{\delta} + \frac{1}{4} \qquad + O(\delta,\varepsilon)$$

$$\Rightarrow K_3 = 2\left[4\ln\frac{1}{\delta}\ln\frac{1}{\varepsilon} - 3\ln\frac{1}{\delta} - \frac{7}{4} + \frac{\pi^2}{3}\right] + O(\delta,\varepsilon)$$

è ovviamente finito per $\delta > 0$, $\varepsilon > 0$
(verificare che $K_3(\varepsilon=1) = 0$)

$$Li_2(z) = -\int_0^z \frac{\ln(1-t)}{t}\,dt = \sum_{n=1}^\infty \frac{z^n}{n^2}$$

$$Li_2(1) = \frac{\pi^2}{6}$$

DILOGARITMO

e finita è anche

$$\sigma^{(2jet)} = \sigma_{LO}\left[1 + \frac{\alpha_s C_F}{2\pi}\left(\frac{3}{2} - K_3(\delta,\varepsilon)\right)\right]$$

Un osservabile usato per verificare la QCD e per misurare α_s è il rapporto tra eventi con diverso numero di jet:

$$\frac{\sigma^{(3jet)}}{\sigma^{(2jet)}} = \frac{\frac{\alpha_s C_F}{2\pi}K_3}{1 + \frac{\alpha_s C_F}{2\pi}\left(\frac{3}{2} - K_3\right)} + O(\alpha_s^2)$$

che dipende dalla procedura adottata per definire i jet (in particolare dipende da δ e ε).

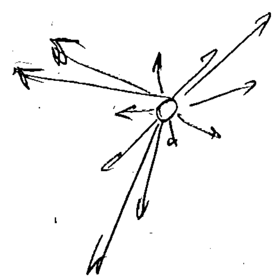
Per calcoli ad ordini superiori e per misure sperimentali con grande numero di particelle, definire i jet mediante coni è problematico, se si vuole mantenere la proprietà di finitezza IR.

Il modo più moderno ed usato per definire i jet si basa su

ALGORITMI DI RAGGRUPPAMENTO (CLUSTERING).

Ci limitiamo per ora a processi senza adroni nello stato iniziale (reazioni e^+e^- principalmente).

Data una configurazione di impulsi di particelle finali, vogliamo stabilire una procedura che determini quanti jet ci sono nell'evento, e quali particelle compongono i vari jet.



Il punto cruciale, che ha costituito il problema principale nell'evoluzione storica della fisica dei jet, riguarda il trattamento delle particelle soffici, se e come includerle nei jet.

La procedura più moderna e più utilizzata attualmente in fisica delle particelle consiste in un

ALGORITMO DI RICOMBINAZIONE SEQUENZIALE

e si basa sui seguenti ingredienti: