

Esame di Applicazioni di Meccanica Quantistica

Prova scritta del 7/9/2006

Problema 1

Si consideri un elettrone soggetto al campo magnetico di componenti

$$\mathbf{B} \equiv \frac{B}{\sqrt{5}}(1, 0, 2),$$

dove B è una costante positiva.

- Se al tempo $t = 0$ lo spin dell'elettrone è diretto lungo l'asse z positivo, si calcoli la probabilità che una misura di S_z dia il valore $-\frac{1}{2}$ in funzione del tempo, resolvendo l'equazione del moto dello spinore e trascurando il moto orbitale dell'elettrone.
- Supponiamo che la hamiltoniana complessiva dell'elettrone sia della forma

$$H = H_0 + \mu_B \mathbf{B} \cdot (\mathbf{l} + \boldsymbol{\sigma}) + A \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma}$$

dove $H_0 = p^2/2m + V(r)$ è indipendente dallo spin; $\mu_B = e\hbar/2mc$ è il magnetone di Bohr; \mathbf{B} è il campo magnetico dato, ma che cambiando il sistema di riferimento si può prendere diretto lungo l'asse z ; \mathbf{l} è il momento angolare orbitale in unità \hbar ; $\boldsymbol{\sigma}$ sono le matrici di Pauli e A è una costante positiva.

Consideriamo dapprima il caso $A = 0$ e supponiamo che l'elettrone si trovi in uno stato con $l = 1$. Indicando con E_0 l'autovalore di H_0 , per effetto del campo magnetico questo livello si separa in più componenti. Si dica quante sono le componenti del multipletto e si calcoli la separazione in energia fra due livelli vicini.

- Nel caso che sia $A \neq 0$, ma $A \ll \mu_B B$, il termine di spin-orbita si può trattare come una perturbazione. Si calcoli lo spostamento dei livelli del multipletto della domanda b) per effetto di questa perturbazione, al primo ordine.

Problema 2

Un elettrone in un atomo d'idrogeno si trova per $t \rightarrow -\infty$ nello stato $n = 2$, $l = 1$, $j = \frac{1}{2}$, $m_j = +\frac{1}{2}$, e viene sottoposto a un campo magnetico omogeneo diretto lungo l'asse z e variabile col tempo secondo la legge

$$B_z(t) = B_0 e^{-\gamma t^2},$$

con γ costante positiva.

- Trascurando la struttura fine dei livelli, si dica verso quali stati $|n l j m_j\rangle$ si possono avere transizioni al primo ordine perturbativo.
- Si calcoli l'ampiezza di probabilità di transizione al primo ordine verso il livello $n = 2$, $l = 1$, $j = \frac{3}{2}$, per $t \rightarrow +\infty$.