

Le misure dei fattori di forma del protone, e delle sue funzioni di struttura poi, hanno rivelato proprietà molto interessanti.

I fattori di forma per  $Q \sim 1 \text{ GeV}$  hanno evidenziato che il protone non è una particella elementare, ma piuttosto una distribuzione di carica estesa di raggio dell'ordine di  $1 \text{ fm} \approx 10^{-15} \text{ m}$ .

Infatti  $F_1(Q^2) \approx \frac{1}{\left(1 + \frac{Q^2}{Q_0^2}\right)^2}$  con  $Q_0 \approx 0,8 \text{ GeV}$

Esercizio : il fattore di forma per una distribuzione di carica  $\rho(\vec{x})$  normalizzata ( $\int d^3x \rho(x) = 1$ ) è

$$F_1(\vec{q}) := \int d^3x \rho(x) e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}}$$

Mostrare che per  $\rho(x) = N e^{-Q_0 |\vec{x}|}$  :  $N = \frac{Q_0^3}{8\pi}$

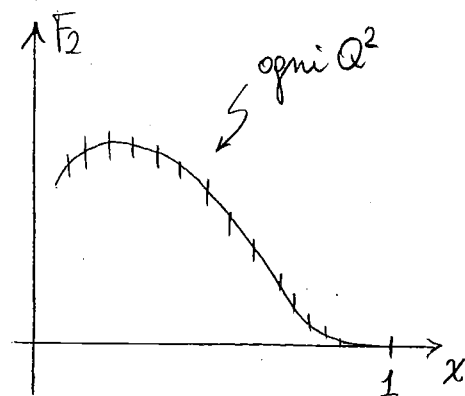
si ha che  $F_1(\vec{q}) = \frac{1}{\left(1 + \frac{|\vec{q}|^2}{Q_0^2}\right)^2}$

Esercizio: calcolare il fattore di forma di una distribuzione di carica sferica uniforme  $\rho(x) = N \Theta(R - |\vec{x}|)$  :  $N = \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)^{-1}$

2

Buttane per urti profondamente anelastici  
 la decrescita  $\sim 1/Q^4$  che si osservava nei fattori  
 di forma si arresta nelle funzioni di struttura,  
 le quali evidenziano una sostanziale indipendenza  
 da  $Q^2$ .

Questo comportamento è  
 spiegabile ipotizzando  
 che, nell'urto profondamente  
 anelastico, il protone si



comporti come un insieme di  
 oggetti puntiformi non interagenti tra loro:

i PARTONI,

ed uno solo di essi è coinvolto nella reazione.

Indichiamo con "a" l'indice che specifica il partone  
 all'interno dell'adrone h;

$\xi \in [0,1]$  la frazione d'impulso del partone  
 rispetto all'adrone:  $P_a = \xi_a P_h$ ;

$f_{a/h}(\xi)$  la densità di probabilità in  $\xi$  di  
 trovare il partone "a" nell'adrone h.

In pratica, il modello a partoni ipotizza che

$$d\sigma_{h \rightarrow l'X} = \sum_a \int_0^1 d\xi f_{a/h}(\xi) d\sigma_{a \rightarrow l'X}$$

cioè la sezione d'urto con adrone iniziale h è data  
 dalla somma delle sezioni d'urto partoniche;  
 questa somma è una somma sulle specie partoniche "a"  
 ed un integrale sulle frazioni d'impulso " $\xi$ ".

È cruciale rendersi conto che il modello a partoni consiste in una somma di probabilità di diffusione, e non di ampiezze di transizione.

3

In pratica questo modello assume che i vari partoni contribuiscano alla sezione d'urto in modo incoerente, senza interferenze tra partoni diversi.

Vedremo in seguito la giustificazione di questa ipotesi.

Se  $\int_{\xi_1}^{\xi_2} d\xi f_{2/h}(\xi)$  rappresenta la probabilità di

trovare un partone di tipo 2 con prez. d'impulso  $\xi \in [\xi_1, \xi_2]$ , devono valere

$$f_{2/h}(\xi) \geq 0$$

$$\int_0^1 d\xi f_{2/h}(\xi) = n_2 \quad \text{numero di partoni di tipo 2 in } h$$

$$\sum_a \int_0^1 d\xi \xi f_{a/h}(\xi) = 1 \quad \text{conservazione dell'impulso di } h.$$

### OSSERVAZIONE

Assumere che l'impulso  $P$  di una particella sia distribuito tra vari partoni, ciascuno dei quali ne porta una frazione  $P_a = \xi_a P$ , richiede che, se  $P^2 = M^2$ ,  $m_a^2 = P_a^2 = \xi_a^2 M^2$ , cioè il partone avrebbe una massa variabile con  $\xi_a$ . Questo non ha senso, e meno che  $M=0$ . In pratica, il modello a partoni ha senso solamente in SDR in cui  $E_p = |\vec{P}| \gg M$  (SDR di impulso infinito) ove le masse sono trascurabili.



Calcoliamo la sezione d'urto differenziale per DIS 4  
nel modello a partoni.

Denotiamo con un cappuccio le variabili partoniche:

$$\hat{p} = \xi p, \quad \hat{x} = \frac{Q^2}{2\hat{p} \cdot q} = \frac{x}{\xi}; \quad \hat{y} = \frac{\hat{p} \cdot q}{\hat{p} \cdot k} = \gamma$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\text{el} \rightarrow \text{xe}'}}{dx dQ^2 d\varphi} &= \sum_a \int_0^1 d\xi f_{a/h}(\xi) \frac{d\hat{\sigma}_{\text{el} \rightarrow \text{xe}'}}{dx dQ^2 d\varphi} = \sum_a \int_0^1 d\xi f_a(\xi) \frac{1}{\xi} \frac{d\hat{\sigma}_{\text{el} \rightarrow \text{xe}'}}{d\hat{x} dQ^2 d\varphi} \\ &= \sum_a \int_0^1 d\xi f_a(\xi) \frac{1}{\xi} \frac{\alpha^2}{\hat{x} Q^4} \left[ \hat{x} \hat{y}^2 \hat{F}_{1a}(\hat{x}, Q^2) + (1-\hat{y}) \hat{F}_{2a}(\hat{x}, Q^2) \right] \end{aligned}$$

Supponiamo che i partoni siano fermioni elementari.

$$\hat{F}_{1a}(\hat{x}, Q^2) = Q_a^2 \frac{1}{2} \delta(1-\hat{x})$$

con carica  $Q_a$ :

$$\hat{F}_{2a}(\hat{x}, Q^2) = Q_a^2 \delta(1-\hat{x}) = Q_a^2 \delta(1-\frac{x}{\xi}) = Q_a^2 x \delta(\xi-x)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dx dQ^2 d\varphi} &= \frac{\alpha^2}{x Q^4} \sum_a \int_0^1 d\xi f_a(\xi) Q_a^2 \left[ \frac{x}{\xi} \gamma^2 \cdot \frac{1}{2} + (1-\gamma) \right] x \delta(\xi-x) \\ &= \frac{\alpha^2}{x Q^4} \sum_a Q_a^2 f_a(x) \left[ x \gamma^2 \cdot \frac{1}{2} + (1-\gamma) \cdot x \right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow F_1(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_a Q_a^2 f_a(x)$$

$$F_2(x, Q^2) = \sum_a Q_a^2 x f_a(x)$$

$$F_L(x, Q^2) = F_2 - 2xF_1 = 0$$

relazione di Callan-Gross

Il modello a partoni spiega l'indipendenza delle funzioni di struttura da  $Q^2$ .

Il fatto che sperimentalmente  $F_L \approx 0$  si accorda con l'ipotesi che i partoni carichi abbiano spin  $\frac{1}{2}$  (quark).

Per riassumere, la sezione d'urto differenziale per DIS si può parametrizzare in termini di 2 funzioni di strutture adimensionali 15

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 dx} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} \left\{ \underbrace{[1+(1-\gamma)^2]}_{\text{fattori dipendenti da } \gamma, \cos\theta} F_2(x, Q^2) - \gamma^2 F_L(x, Q^2) \right\}$$

include dipendenza da:

- dinamica elettro-debole
- cinematica

fattori  
dipendenti  
da  $\gamma$ ,  $\cos\theta$   
da  $S$

Incorporano la dinamica delle interazioni forti dell'adrone incidente.

NOTA:

Considerando conto degli scambi di bosone  $Z$  tra leptone ed adrone, c'è la possibilità di termini che violano la parità. In questo caso  $W_{\mu\nu}$  può essere scomposto usando anche il tensore  $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ , che dà luogo alla presenza di una terza funzione di struttura indipendente chiamata  $F_3(x, Q^2)$

NOTA: Le funzioni di strutture sono adimensionali.

La dipendenza dai 3 invarianti indipendenti costruibili con  $p$  e  $q$ , cioè  $p^2 = M^2$ ,  $q^2 = -Q^2$ ,  $p \cdot q = \frac{Q^2}{2x}$  può avvenire solo tramite rapporti adimensionali.

Ce ne possono essere solo due indipendenti, p. es.

$$x \text{ e } \frac{Q^2}{M^2} \Rightarrow F_i(x, \frac{Q^2}{M^2})$$

Generalmente la dipendenza da  $M$  è sottintesa e si scrive  $F_i(x, Q^2)$

Il modello a partoni spiega perché le funzioni di struttura non decrescono con potenza di  $Q^2$  (come avverrebbe se il protone fosse costituito da una distribuzione regolare di cariche): (PARTONI)

- Il protone è composto di cariche puntiformi per le quali le funzioni di struttura sono costanti in  $Q^2$ . SCALING DI BJORKEN  $\rightarrow$
- La variabile di Bjorken  $x$  è identificata con la frazione d'impulso del partone che subisce l'urto.
- La dipendenza da  $x$  delle funzioni di struttura è strettamente collegata alle distribuzioni di probabilità partoniche (PDF)  $f_{2/h}(x)$  dell'adrone  $h$ :

$$F_i(x, Q^2) = \sum_a Q_a^2 x f_{a/h}(x) \quad (i = 2, L)$$

- Le densità partoniche  $f_a(x)$  (PDF) non sono un concetto astratto, sono direttamente misurabili nei processi di DIS.
- $F_L = 0 \Rightarrow$  partoni di spin  $\frac{1}{2}$  (quelli carichi)
- Nel modello a partoni la dinamica di QCD è congelata durante l'interazione con il  $\gamma^*$  o  $Z^*$ :  $\alpha_s = 0$
- Quando includiamo le correzioni di QCD ( $\alpha_s > 0$ )
  - Lo scaling di Bjorken è violato:  $F_i$  dipendono logar. da  $Q^2$
  - $F_L \neq 0$
  - Le PDF rimangono una quantità utile per descrivere la QCD.