

# EVENT SHAPES

Vedi: ELLIS, STIRLING, WEBBER  
QCD & Collider physics

(1)

Sono osservabili escogitati per studiare la "forma" degli stati adronici finali (tipicamente in collisioni  $e^+e^-$ ).

L'idea è quella di definire in modo quantitativo la distribuzione degli adroni prodotti nello spazio delle fasi, per caratterizzare la forma degli eventi: "a matita", planari, sferici, ecc.

## THRUST

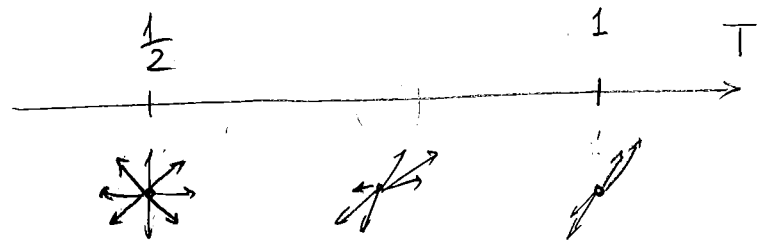
$$T_m(\{P\}) = \max_{\hat{n}} \frac{\sum_{i=1}^m |\vec{P}_i \cdot \hat{n}|}{\sum_{i=1}^m |\vec{P}_i|}$$

$$F_m(\{P\}) = \delta(T - T_m(\{P\}))$$

Esercizio:

$$F_2 = \delta(T - 1)$$

$$T \in [\frac{1}{2}, 1]$$



SOFFICE:  $P_i \rightarrow 0 \Rightarrow i$  è come escluso dalla sommatoria  
 $\Rightarrow T_{m+1} \rightarrow T_m$

COLLINEARE:  $P_i = zP$ ,  $P_k = (1-z)P$   $P_i + P_k = P$ ,  $P_i \parallel P_k \parallel P$

$$\text{NUM: } |P_i \cdot \hat{n}| + |P_k \cdot \hat{n}| = [z + (1-z)] |P \cdot \hat{n}| = |(P_i + P_k) \cdot \hat{n}|$$

$$\text{DEN: } |P_i| + |P_k| = [z + (1-z)] |P| = |P_i + P_k|$$

$$\Rightarrow T_{m+1}(\dots 2P \dots (1-2)P \dots) = T_m(\dots P \dots)$$

(2)

Il Thrust è un osservabile IR finito.

La proprietà banale è aver definito le variabili tramite quantità LINEARI negli impulsi.

Esercizio:

$$\frac{d\sigma_R}{dT} = \sigma_{LO} \times \int dx_1 dx_2 \frac{\alpha_s C_F}{2\pi} \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)} \times$$

$$\times \delta(T - \max(x_1, x_2, x_3 = 2 - x_1 - x_2))$$

$$\downarrow$$

$$F_3 = \delta(T - \max\{x_i\})$$

$$\downarrow$$

$$T \geq \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad = \sigma_{LO} \frac{\alpha_s C_F}{2\pi} \left[ \frac{2(3T^2 - 3T + 2)}{T(1-T)} \ln \frac{2T-1}{1-T} - \frac{3(3T-2)(2-T)}{(1-T)} \right]$$

Il thrust diverge per  $T \rightarrow 1$  come conseguenza delle singolarità soffici e collineari nell'elemento di matrice.

Il contributo virtuale dà un termine divergente con supporto a  $T=1$ :

$$\frac{d\sigma_V}{dT} = \sigma_{LO} \frac{\alpha_s C_F}{2\pi} \delta(1-T) \cdot A_V \quad \begin{matrix} \nearrow \text{divergente} \\ \text{negativo} \end{matrix}$$

Regolarizzando opportunamente,

$$\int_{T_{\min}}^{T_{\max}} \frac{d\sigma_R + d\sigma_V}{dT} \quad \text{è finito}$$

$$\forall T_{\min}, T_{\max} \in [\frac{1}{2}, 1]$$

Per  $T \simeq 1$

$$\sigma_{\text{Thrust}} \sim \sum_n \alpha_s^n \frac{\ln^n(1-T)}{1-T}$$

È importante calcolare e riassumere questi termini a tutti gli ordini  $n \in \mathbb{N}$ .

Esercizio: se invece che tramite il gluone (spin 1) (3 i quark interagissero tramite uno scalare (spin 0) accoppiato "alla Yukawa"  $\mathcal{L}_I = g \bar{\Psi} \Psi \phi$ , mostrare che l'elemento di matrice  $|\mathcal{M}|^2$  per  $\gamma^* \rightarrow q \bar{q} \phi$  si ottiene rimpiazzando

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)} \rightarrow \frac{x_3^2/2}{(1-x_1)(1-x_2)}$$

Scompare la singolarità soffice ( $x_3 \rightarrow 0$ );

Restano le singolarità collineari ( $x_{1,2} \rightarrow 1$ );

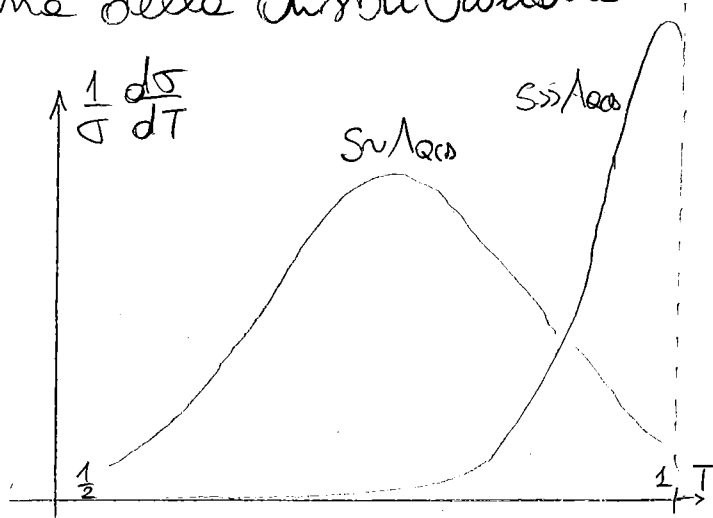
Determinare la nuova distribuzione per il thrust, osservando la diversa dipendenza da  $T$ .

- Misure di event shapes possono discriminare la natura dei costituenti fondamentali
- Permettono di determinare le costanti fondamentali ( $\alpha_s$ ).
- I calcoli ad ordini superiori danno

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dT}(S) = \alpha_s(S) f_1(T) + \alpha_s^2(S) f_2(T) + \dots$$

Al variare di  $S$  la forma della distribuzione del thrust cambia:

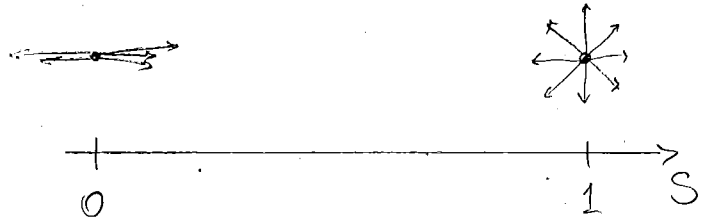
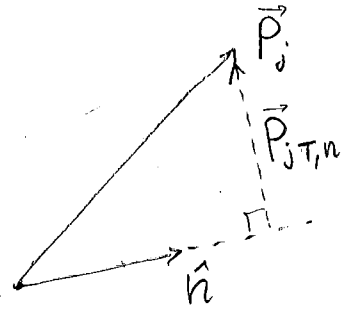
- Piccata a  $T=1$  per  $S \rightarrow \infty$
- Più popolata a piccoli  $T$  per  $S \sim \Lambda_{QCD}$



Un'altra event shape introdotta per lo studio delle QCD è la

## SPHERICITY

$$S := \frac{3}{2} \min_{\hat{n}} \frac{\sum_j |\vec{P}_{jT,\hat{n}}|^2}{\sum_j |\vec{P}_j|^2}$$



Questa quantità NON È IR finita.

(nonostante sia stata usata a PETRA (Germania) per la scoperta del gluone).

Il problema è nell'uso dei quadrati:

$$|z P_T|^2 + |(1-z) P_T|^2 = [z^2 + (1-z)^2] |P_T|^2 \neq |P_T|^2$$

## SPHEROCITY

$$S_p := \frac{3}{2} \min_{\hat{n}} \frac{\sum_j |\vec{P}_{jT,\hat{n}}|}{\sum_j |\vec{P}_j|}$$

è IR finita.