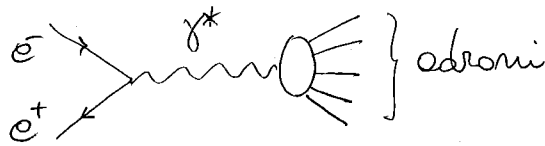


(Il più semplice processo adronico che ammetta una descrizione perturbativa in QCD è la produzione di adroni da un'annichilazione e^+e^- .

All'ordine più basso nella costante d'accoppiamento elettromagnetica $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$, il diagramma che descrive questa reazione coinvolge un fotone virtuale (prodotto dall'annichilazione) che si converte in uno stato adronico:



Possiamo supporre che, se la virtualità $q^2 = s \gg \Lambda_{QCD}^2$ del fotone è molto maggiore delle scale adroniche, il primo passo della conversione $\gamma^* \rightarrow$ adroni sia la produzione di una coppia $q\bar{q}$ a piccole distanze relative (i gluoni non possono essere prodotti direttamente dal fotone, perché non hanno carica elettrica) i quali, allontanandosi a grande velocità, raggiungono una distanza $\Delta x \sim 1/\Lambda_{QCD} \sim 1\text{fm}$ danno luogo a produzione di coppie del vuoto, fino a generare uno stato di adroni "bianchi", cioè non colorati, che a quel punto possono viaggiare liberi l'uno dall'altro ed essere rilevati (eventualmente dai loro prodotti di decadimento, se sono instabili).

(Quest'ultima fase, ossia il passaggio da quark e gluoni ad adroni si chiama ADRONIZZAZIONE.

L'adronizzazione è un processo di lunghe distanze, 12
in cui l'interazione forte è veramente forte, $\alpha_s \approx 1$,
e non si può trattare perturbativamente.

Se però mai ci concentriamo sulla sezione d'urto
totale (detta anche "inclusiva", visto che includiamo
negli stati finali del nostro osservabile tutti i possibili
stati adronici) e se il processo di adronizzazione è
in qualche modo separato dal processo di conversione
 $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$, e non lo influenza, allora del solo
calcolo della probabilità $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow q\bar{q}$ mai
dovremmo essere in grado di calcolare la sezione
d'urto totale $\sigma_{e^+e^- \rightarrow \text{adroni}}$.

Ovviamente l'ipotesi dell'indipendenza tra la
produzione dei partoni (quark e gluoni) e la loro
adronizzazione è un'ipotesi forte, e per il momento
ingiustificata.

Vedremo più avanti come giustificarla.

Per ora diciamo che è un'approssimazione tanto più
valida quanto più grande è \sqrt{s} .

Impareremo anche a calcolare le correzioni perturbative
(in serie di potenze in α_s) a questa approssimazione.

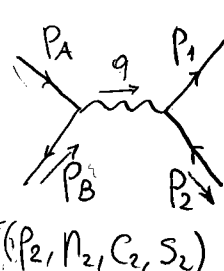
Ribadiamo che questo modo di procedere si applica
se non osserviamo i dettagli dello stato finale adronico,
trova la sua ragione nel fatto che le scale di tempo
di produzione di $q\bar{q}$ ($t \ll \frac{1}{\Lambda_{QCD}}$) è molto minore del
tempo in cui avviene l'adronizzazione $t_{adr} \sim \frac{1}{\Lambda_{QCD}}$.

13

Ipotesizziamo dunque che, nel tempo tra la creazione dei quark e la loro adronizzazione, essi si possano considerare liberi (grazie alla libertà asintotica) ed on-shell.

L'ampiezza corrispondente, rappresentata da

$$e: iM = \bar{v}_B (-ie\gamma^\mu) u_A \frac{-i g_{\mu\alpha}}{q^2} \bar{u}(P_1, n_1, c_1, s_1) (-ie s_1 \gamma^\alpha \frac{1}{2} \gamma_5) u(P_2, n_2, c_2, s_2)$$



$\delta_{q c_1}$ $\delta_{s_1 s_2}$
 vertice elettromagnetico

il vertice elettromagnetico non cambia colore né sapore, quindi l'ampiezza è identica a quella per produrre, p.es. $\mu^+ \mu^-$, ma con una carica $e_s = Q_s e$ ove $Q_s = \frac{2}{3}$ o $-\frac{1}{3}$.

Mediando sulle polarizzazioni degli elettroni (iniziali) e sommando su polarizzazioni, colori e sapori dei quark (finali) troviamo

$$\overline{|M|^2} = \frac{1}{4} \sum_{n_A n_B} [\bar{v}_B ((e\gamma^\mu) u_A)] [\quad]^* \frac{1}{(q^2)^2} \sum_{\substack{n_1 n_2 \\ c_1 c_2 \\ s_1 s_2}} [\delta_{q c_1} \delta_{s_1 s_2} \bar{u}_1 (e\gamma_\mu) u_2] [\quad]^*$$

$$=: \frac{1}{4} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{tensore leptonic}}} L^{\mu\nu}(P_B, P_A) \frac{e^4}{(q^2)^2} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{tensore adronico}}} H_{\mu\nu}(P_1, P_2)$$

In $H_{\mu\nu}$ la $\sum_{q c_1}^{N_c} \delta_{q c_1} = N_c$

$$\sum_{s_1 s_2=1}^{n_f} \delta_{s_1 s_2} Q_{s_1}^2 = \sum_{s=1}^{n_f} Q_s^2$$

NOTA: n_f qui dipende da s , in quanto il γ^* può produrre una coppia di quark di sapore s purché $\sqrt{s} > 2m_s$.

Pertanto, all'ordine più basso, $H_{\mu\nu}^{(0)} = N_c \sum_s Q_s^2 L_{\mu\nu}$ [4]

$$\Rightarrow \overline{|M|^2} = N_c \sum_s Q_s^2 \frac{e^4}{2s^2} [t^2 + (s+t)^2] = N_c \sum_s Q_s^2 \frac{e^4}{4} (1 + \cos^2 \theta)$$

avendo trascurato la massa degli elettroni e dei quark:
 $m_e^2, m_s^2 \ll s, |t|$.

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow \text{adroni}) &= \frac{1}{2s} \overline{|M|^2} d\Phi_2 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{32\pi^2} d\Omega_1 \\ &= \frac{4\pi\alpha^2}{3s} N_c \sum_s Q_s^2 \end{aligned}$$

da confrontare con

$$\sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}$$

Si preferisce calcolare (e misurare) il rapporto

$$R := \frac{\sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow \text{adroni})}{\sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = N_c \sum_s Q_s^2$$

che dà una misura diretta del numero di colori,
note le cariche dei quark $Q_s = \begin{cases} \frac{2}{3} : u & c & t \\ -\frac{1}{3} : d & s & b \end{cases}$

Sperimentalmente si osserva un buon accordo per $N_c = 3$.