

# Orientaciones Modelos de Optimización II.

Facultad de Matemática y Computación, UH.

Curso 2019-2020

## 1 Orientaciones

El objetivo de esta asignatura es resolver los problemas que se presentan en este documento, utilizando modelos matemáticos. Para ello, se debe construir y “solucionar” un modelo matemático que describa la situación planteada.

Qué significa “solucionar el modelo” dependerá del modelo construido y del problema en cuestión. En cualquier caso, se le debe entregar al usuario final una aplicación “computacional” que pueda usar para resolver el problema.

Cada uno de los trabajos se pueden resolver de manera individual o por equipo. Los equipos pueden ser de tantas personas como los integrantes estimen conveniente. Sobre ese aspecto, véase el punto 2.4 de las condiciones para considerar resuelto un problema.

Un problema puede ser resuelto por más de un equipo. Sin embargo, para cada problema solo se otorgará un 5, solo un 4 y solo un 3. Eso quiere decir que si dos equipos resuelven el mismo problema, al menos uno de ellos no podrá terminar con 5.

A continuación se presentan los requisitos que deben cumplirse para considerar que un problema ha sido resuelto, y en la sección 3 se presentan los problemas que deben ser resueltos durante la asignatura.

Si algún estudiante está investigando en algún tema relacionado con Matemática Aplicada puede presentarle a los profesores de la asignatura el contenido de su investigación para valorar si esa investigación puede ser considerada como proyecto de la asignatura.

## 2 Requisitos para resolver un problema

El problema se considerará resuelto si se cumplen las condiciones que se presentan en la secciones siguientes.

### **2.1 Existe una aplicación computacional que resuelve el problema y que en el momento de la evaluación ya ha sido usada por el usuario final.**

Además de la aplicación, también existe una buena documentación de cómo usar la aplicación, que puede ser entendida por personas que no sean especialistas en matemática o computación, y solo conozcan el problema que se desea resolver. La forma de verificar esto será preguntándole al usuario final cuál ha sido el resultado de usar la aplicación que recibió.

Si en el momento de la evaluación final la aplicación no se ha usado, o el usuario final decide que no la va usar (porque no supo cómo usarla, o porque es difícil o incómoda de utilizar, o porque no le gusta o no tuvo tiempo de probarla) no se cumplieron los objetivos y se suspende la asignatura.

Para terminar con 5 la asignatura es necesario que, en el momento de la evaluación final, la aplicación haya sido usada al menos durante 3 semanas por el usuario final.

## **2.2 Existe un documento técnico en el que se demuestra que el producto realizado es la mejor opción posible tomando en cuenta el tiempo de desarrollo.**

Este reporte técnico será revisado por especialistas, quienes evaluarán la calidad científica de la propuesta. Si el informe no cumple con los requisitos de un buen reporte científico, se considera que no se cumplieron los objetivos y se suspende la asignatura.

Además, para terminar la asignatura con 5 es una condición necesaria que el documento esté prácticamente listo para ser enviado a un evento científico de Matemática o Computación.

## **2.3 Los integrantes del equipo que resolvió el problema defienden su propuesta delante de un tribunal de especialistas en el tema.**

En esta defensa, los integrantes del equipo (que puede ser de una persona) deben demostrar su dominio del problema, así como de las técnicas y los modelos matemáticos usados en la solución del mismo.

Si en el momento de la defensa el tribunal no está satisfecho con la presentación realizada o con las respuestas a las preguntas, no se cumplieron los objetivos y se suspende la asignatura.

Todos los integrantes deben ser capaces de responder cualquier pregunta relacionada con el problema o la solución. Si no es el caso, esa persona está suspensa y se afecta la nota del equipo.

## **2.4 Existe una descripción de qué hizo cada integrante del equipo.**

En caso de que el trabajo se haga en equipo, se debe entregar, junto con el resto de la documentación, un texto que describa exactamente cómo contribuyó cada integrante al resultado del trabajo. Este documento debe reflejar de manera precisa quién o quiénes son los responsables de cada aspecto del producto final.

En caso de no existir el documento con la descripción del trabajo de cada cual, se asumirá que el trabajo lo realizó una sola persona y por lo tanto que no se cumplió el objetivo de trabajar en equipo. En ese caso, todos los integrantes suspenden la asignatura.

Para terminar con 5 la asignatura es necesario que sea posible, a partir del documento, determinar exactamente qué fragmento de código, o de los documentos escritos, corresponden a cada integrante del equipo.

## **2.5 La aplicación final puede ser modificada por alguien externo al equipo de desarrollo.**

Cualquier persona con conocimientos de matemática, computación y del problema que resuelve la aplicación debe ser capaz de modificar el código fuente para adaptarlo a nuevas necesidades. Para

asegurar eso, se recomienda que junto con la aplicación se entregue algún tipo de documento que oriente y guíe al “modificador” sobre el funcionamiento y la arquitectura de la aplicación.

Para comprobar este punto, se le entregará el código fuente de la aplicación, junto con toda la documentación recibida, a recién graduados de matemática o computación y se les orientará que realicen la modificación deseada. Si estas personas no pueden realizar la modificación en el tiempo solicitado, se considera que este objetivo no se cumplió y se suspende la asignatura.

### 3 Problemas propuestos

#### 1. Simulador de batallas diferenciales

El objetivo de este trabajo es diseñar e implementar una herramienta que permita simular batallas utilizando ecuaciones diferenciales, y dinámicas poblacionales. El usuario debe poder decidir las poblaciones que componen cada ejército y cuál es la dinámica de las interacciones entre ellas. La aplicación debe interfaz visual agradable y atractiva, de forma que personas sin formación en matemática o computación puedan utilizarla para analizar sus propuestas de batallas. El único conocimiento que debe tener la persona es cómo modelar batallas con ecuaciones diferenciales y dinámicas poblacionales. Además, debe tener un modo en el que los resultados de las batallas se presenten de manera “dramática” e “impresionante”.

Se desean analizar y modelar batallas reales históricas y batallas ficticias, en las que puedan participar criaturas con poderes sobrenaturales.

Un ejemplo de batalla con poderes sobrenaturales es que un ejército puede tener ángeles y el otro, nigromantes. Los ángeles pueden revivir a soldados muertos como soldados para que sigan luchando por su ejército original, mientras que los nigromantes pueden convertir a los muertos en muertos vivientes. En dependencia de quién “reviva” a los caídos, estos se incorporan al ejército correspondiente.

Para esto, se debe consultar la literatura existente sobre el tema, y modificar las ecuaciones existentes para adaptarlas a las situaciones que el usuario desee explorar.

#### 2. Modelos de optimización en RPGs (¿y viceversa?)

En los juegos de Rol de computadora o consolas (CRPG) los jugadores deben tomar constantemente decisiones con respecto al desarrollo de los personajes, y de la historia. Muchas de esas decisiones se pueden modelar como problemas de optimización. El primer objetivo de este proyecto es, dado un RPG, identificar, modelar y resolver los problemas de optimización que resultan de analizar las decisiones que el jugador debe tomar durante el juego. El segundo objetivo es, a partir de los problemas identificados en el paso anterior, diseñe un RPG que utilice esos modelos para desarrollar un curso de modelos de optimización a partir de la solución de estos problemas. El RPG propuesto debe abarcar todos los contenidos de la asignatura Modelos de Optimización.

#### 3. ¿Tú crees que hoy llueva?

El objetivo de este trabajo es visualizar los campos de determinadas variables meteorológicas que genera el modelo WRF que se corre cada 6 horas en el Centro de Física del Instituto de Meteorología. En particular, interesa analizar las salidas del 27 de enero de 2019 con el tornado de La Habana.

El modelo brinda un grupo de ellas sistemáticamente, pueden ser algunas de ellas, pero otras son variables complejas y/o criterios de estabilidad de flujos lineales y vórtices circulares, que deben ser generados a partir de las variables elementales.

El trabajo debe tributar a determinar cuál de todas ellas nos pudieran aclarar las causas que dieron lugar a que, de tantos vórtices que existían ese día, por qué se intensificó uno sólo que dio lugar a un tornado tan intenso.

El (o la) estudiante que decida realizar esta tarea debe ponerse en contacto con los investigadores del Instituto de Meteorología para explicarle en detalles la tarea, a partir de la cuál se debe elaborar un programa de post-procesamiento operativo de la salidas del WRF dirigido a los meteorólogos del Centro de Pronósticos.

Este proyecto puede ser continuado en las prácticas de producción y trabajos de tesis.

#### **4. Tun, tu tún**

Diseñe e implemente una aplicación que muestre gráficamente cómo hacer malabares con  $n$  pelotas contra el suelo de forma tal que al impactar la superficie reproduzcan una secuencia de sonidos dada por el usuario.

#### **5. ¿Y si no hacemos exámenes?**

Dados el sistema de contenido y el sistema de habilidades de una asignatura, ¿cuál es la mejor forma de evaluarla? El sistema propuesto debe permitir analizar distintas asignaturas, incluso asignaturas que no hayan sido previstas en la concepción original del producto.

#### **6. Cuando el saber es poder (y dinero)**

¿Cómo sería el funcionamiento de una sociedad donde el dinero es información? (Cuando se paga no se pierde el dinero con el que se pagó, pero más personas (instituciones) tienen acceso a esa información)

#### **7. Pa diseñador... ¿yo?**

Dado un conjunto de objetos geométricos de distintas formas y que pueden tener colores distintos o no, ¿cuál es la mejor forma, visualmente hablando, de ubicarlos en una región rectangular?

#### **8. ¿Cuántos créditos me dan por esto?**

En la asignatura Matemática Numérica de MATCOM se usa un sistema de evaluación basado en créditos que los estudiantes pueden acumular a lo largo del curso realizando varias actividades, como hacer ejercicios de CP, participar en seminarios opcionales, pertenecer a gremios, o participar en juegos que se realizan durante las CP. El objetivo de este trabajo es proponer un mecanismo que permita decidir cuál es la cantidad de créditos que se deberían recibir por cada acción, de forma que el curso resulte “balanceado” con respecto a la distribución de los créditos, que las personas que más créditos tengan sean las que más hayan demostrado sus conocimientos de la asignatura, y que al mismo tiempo impida que algunas personas se alejen demasiado del resto.

#### **9. ¿Y esto cuándo lo hago?**

El objetivo de este trabajo es diseñar e implementar una aplicación que permita, dado un conjunto de actividades que una persona desea realizar en un período de tiempo y otras

actividades que ya están planificadas en ese período, determinar cuál es la mejor forma de agregar las nuevas actividades a las ya planificadas en el período.

Este trabajo tiene dos usuarios potenciales: uno que gestionaría sus actividades y agenda a través de su teléfono móvil y otro que utilizaría el modo ORG (org-mode) de Emacs.

10. **Primero Análisis, después Probabilidades, no, no, así no.**

Diseñe e implemente una aplicación que ayude a los estudiantes de la facultad en la planificación de los exámenes finales y extraordinarios al final de cada semestre.

11. **Determinar vecinos repetidos en criterios de vecindad**

El objetivo de este trabajo es, dada una definición de un criterio de vecindad para un Problema de Enrutamiento de Vehículos, determinar qué elementos de la vecindad no vale la pena analizar porque ya han sido explorados como parte de la misma vecindad.

12. **¡Aprovecha que esto está bueno!**

Diseñe, implemente y ponga en uso un sistema que permita determinar, a partir de las características de una oferta determinada de venta de casa en Revolico (o algún otro sitio cubano de clasificados de su elección), si es una “muy buena opción”, si está “demasiado cara”, o si es “normal”.

13. **¡De aquí pál Circo! (Y en el menor tiempo posible)**

Algunos movimientos de malabares se pueden representar mediante una secuencia de números. Si un malabarista que domina varios movimientos desea aprender un nuevo movimiento (descrito mediante la secuencia de números) ¿qué otros movimientos debería practicar para aprenderlo en el menor tiempo posibles?

14. **¿Ataque, hechizo, o cambiar la tolerancia del algoritmo?**

El objetivo de este proyecto es diseñar e implementar un juego de combate a partir de las siguientes reglas:

- Los participantes (que pueden ser guerreros, vehículos, planetas, otros, eso debe ser definido por los autores del proyecto) tienen puntos de vida y puntos de ataque.
- Cada vez que un ataque es efectivo con N puntos de impacto, se le restan al atacado N puntos de vida.
- Cada participante tiene un conjunto de funciones reales de una variable real, con las que puede protegerse. La función que usa para protegerse puede cambiarla al comienzo de su turno.
- Cada participante tiene un conjunto de algoritmos para hallar ceros de funciones, que debe usar como armas de ataque. En todo momento debe tener uno de esos algoritmos como el algoritmo activo.
- Un ataque del participante A al participante B consiste en aplicar el algoritmo activo de A a la función que B usa para protegerse. El ataque es efectivo si el algoritmo de A encuentra el cero de la función de B en menos iteraciones que la cantidad de puntos de ataque de A. En ese caso la cantidad de puntos de impacto se calcula restando esta cantidad de iteraciones a los puntos de ataque de A.

- El jugador cuyos puntos de ataque lleguen a 0 pierde la partida.
- Tanto los algoritmos como las funciones deben ser proporcionados por los participantes.

Entre los objetivos de este proyecto está enriquecer las reglas y posibilidades de juego utilizando elementos de la asignatura Matemática Numérica o Modelos de Optimización.

#### 15. Relaciones de parejas diferenciales

El objetivo de este trabajo es diseñar e implementar una aplicación que permita a los usuarios explorar el futuro de una relación de pareja a partir de su modelación mediante ecuaciones diferenciales. Los usuarios deben poder variar aspectos como las condiciones iniciales o el intervalo de integración.

Se debe asumir que los usuarios no tendrán conocimientos avanzados de Matemática o Computación, y que solo saben modelar las relaciones de pareja utilizando ecuaciones diferenciales ordinarias. Entre las funcionalidades de la aplicación deben estar agregar nuevos integrantes a la pareja (que se traduce en nuevas incógnitas para la EDO).

#### 16. Al desperdicio, ¡ni un tantico así!

El objetivo de este trabajo es diseñar e implementar un algoritmo que permita determinar qué patrones de corte deben usarse para cortar un conjunto de hojas de forma que se satisfaga una demanda (de hojas más pequeñas) solicitada por el usuario de forma que el desperdicio resultante de los cortes sea el menor posible.

El producto debe tener una interfaz de usuario que pueda ser usada por personas sin conocimientos de matemática o computación.

Los interesados en realizar este trabajo deben contactar al profesor Ernesto Borrego por el correo [ernesto.borrego@matcom.uh.cu](mailto:ernesto.borrego@matcom.uh.cu).

#### 17. Lenguaje para operaciones de cruzamiento en VRP

El objetivo de este trabajo es diseñar e implementar un lenguaje que permita, dado un Problema de Enrutamiento de Vehículos (VRP), obtener todos los posible criterios de cruzamiento que se puedan realizar entre dos (o más) soluciones de ese VRP. A partir de las cadenas de ese lenguaje se debe obtener el código fuente de un programa que permita realizar las operaciones de cruzamientos que ellas describen. Este código fuente se debe poder obtener en cualquiera de los lenguajes de programación que hayan sido previamente definidos en los usuarios.

#### 18. Análisis automático de juegos de mesa

El objetivo de este trabajo es diseñar e implementar un sistema que permita, dado un juego de mesa descrito en determinado lenguaje, determinar cuán atractivo puede resultar para los distintos tipos de jugadores.

#### 19. Quiero estar en un buen lugar

Se desea obtener zonas en que situar una facilidad que esté cerca de determinadas facilidades ya dadas y lejos de otras. Tanto las facilidades de las que se desea alejar la nueva, como a la que se desea acercarla tienen localización conocida y fija.

En el producto final, los puntos de las localidades conocidas se deben poder colocar gráficamente o hacerlo mediante pares ordenados. La salida, con la ubicación propuesta para la nueva facilidad, debe darse en ambos formatos también.

20. **Electroencefalogramas multiobjetivos no suaves**

Se quiere aplicar el principio de Blesa para resolver el problema inverso de determinar fuentes de emisión en electroencefalogramas. Para ello es necesario resolver un problema de optimización en que se minimiza una norma 2 y la cantidad de componentes no nulas de un vector  $y$  tal que  $y = Ax - b$ .