Adaptado de: Tomlinson and McTighe, Integrating Differentiated Instruction + Understanding by Design, ASCD, 2006.

DATOS INFORMATIVOS				
Nombre del alumno: Israel Cupacán	Pregunta esencial o tema de la clase: Descubriendo el Origen del Cálculo: La Derivada Desde Cero			
Grupo: Estudiantes con edades de entre 17-18 años (3ro BGU) de la Unidad Educativa María Angelica Idrobo. Se trata de un grupo de 30 estudiantes.	Información del tema de la clase: Las funciones modelan la relación entre dos variables interdependientes, y la derivada es una medida clave para analizar esta relación. Como lo mencionan algunos expertos, la derivada indica cómo varía la variable dependiente respecto a la independiente en un punto dado (Spivak, 1994). Esta se obtiene calculando la pendiente de una recta secante entre dos puntos $(x, f(x))$; $(x+h, f(x+h))$ y aplicando el límite cuando $h\rightarrow 0$ para determinar la pendiente de la recta tangente. En términos formales, la derivada de una función $f(x)$ en un punto x se define como: $f'(x) = \lim_{h\rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ donde $f'(x)$ es la derivada de $f(x)$. Mediante esta definición, se pueden calcular las funciones derivadas de otras funciones conocidas como las funciones polinómicas y racionales.			
Metodología y/o estrategias que se van a aplicar: En un inicio, para esta lección se utilizará la metodología de flipped classroom donde se enviará material a los alumnos de forma previa para que lo revisen en casa, y de esta forma utilizar esta información en clase. Adicionalmente se utilizará la metodología de centros de aprendizaje durante la hora de clase, para permitir una mayor participación de los alumnos en su proceso de aprendizaje	Diferenciación: El proceso se diferenciará según la preparación de los estudiantes (readiness) en la metodología de centros. Cada centro tendrá actividades con distintos niveles de andamiaje para derivar una función o interpretar la derivada. Los estudiantes podrán elegir a qué centros ir según su preparación, y habrá un centro para revisar de nuevo los materiales que se enviaron previamente. Esta diferenciación responde a que los estudiantes alcanzan niveles de comprensión distintos al estudiar el material enviado en casa.			

Paso 1—Resultados deseados

En esta sección se debe detallar los objetivos instruccionales que se desean alcanzar en la lección.

Al final de esta lección, los estudiantes serán capaces de:

- Obtener la derivada de una función por medio de la definición de derivada.
- Interpretar el valor de la derivada de una función evaluada en un punto x=a.

Paso 2—Evidencia de evaluación

¿Cómo se puede comprobar que cada uno de los objetivos fueron alcanzados? ¿Cuáles serán los criterios que utilice para determinar si el aprendizaje ocurrió o no?

Tipo de evaluación: Sumativa

Actividad de evaluación: Los estudiantes tendrán que resolver una hoja de trabajo (Anexo 1) tras terminar los centros de aprendizaje en la cual se encontrarán dos actividades. En la primera cada estudiante tendrá que obtener la derivada de una función dada por medio de la definición de derivada, mientras que en la siguiente actividad el estudiante tendrá que explicar qué significa el que la derivada tome ciertos valores en un punto de una función.

Adaptado de: Tomlinson and McTighe, Integrating Differentiated Instruction + Understanding by Design, ASCD, 2006.

Instrumentos de evaluación (Anexo 2): Se utilizará un checklist para evaluar si el estudiante completó cada paso de la actividad 1 y si logró obtener la derivada. Además, se utilizará una rubrica analítica para evaluar la actividad 2 de la hoja de trabajo.

Paso 3—Ruta de aprendizaje

Detalle descriptivo y con ejemplos del procedimiento y actividades que se llevarán a cabo para cumplir con los objetivos planteados.

Antes de la lección (en casa):

Al finalizar la lección anterior los estudiantes recibirán las instrucciones con el material (Anexo 3) que deben revisar antes de la siguiente clase. El material consta de un video donde se explica la definición de derivada, un ejemplo sencillo y una aplicación del concepto. Además, también se provee acceso a una página de GeoGebra, donde los estudiantes podrán interactuar con los elementos de la definición de derivada de forma visual. Por último, los estudiantes deberán llenar un formulario (Anexo 4) donde tendrán que subir una foto de sus apuntes, responder una pequeña pregunta y escribir las dudas implícitas que tengan sobre el tema para que el profesor las responda en la lección. El profesor por medio del formulario enlistará quién ha revisado el material y quién no.

En clase:

• Apertura (20 min):

A modo de apertura el profesor formará grupos de 5 estudiantes (6 grupos) donde estos deban responder a la pregunta de cómo se puede medir el cambio de una función respecto a la variable independiente en un punto dado. El criterio para formar los grupos será que en cada grupo mínimo esté un estudiante que haya revisado el material. (10 min)

Después de que cada grupo tenga su respuesta, el profesor integrará de nuevo la clase, y, por medio de las respuestas de cada grupo, construirá la definición de derivada y contestará las preguntas conceptuales que pudo recibir por medio del formulario. (5 min)

Para terminar la apertura, el profesor explicará que cada estudiante tendrá que escoger entre los siguientes centros y recorrer entre ellos según lo sienta necesario:

- Centro de revisión de material: En este centro los estudiantes podrán regresar para revisar de nuevo el material que se dio en la etapa previa a la lección o buscar nuevos ejemplos en internet. OBLIGATORIO para los estudiantes que no hayan revisado el material en casa.
- 2. Centro de derivación nivel 1: Se proveerá a los estudiantes una hoja de trabajo (Anexo 5) con un ejercicio relativamente sencillo e instrucciones claras de lo que se debe hacer paso a paso. También contendrá un ejemplo.
- 3. Centro de derivación nivel 2: Se proveerá a los estudiantes un ejercicio de dificultad media y se les permitirá buscar ejemplos guía en internet.
- 4. Centro de derivación nivel 3: Se dará al estudiante una función que deberá derivar. El estudiante solo podrá hacer preguntas puntuales al profesor mientras hace el ejercicio.
- 5. Centro de significado de la derivada: Los estudiantes tendrán que abrir de nuevo el enlace del paso 3 en el material enviado a casa y tendrán que interactuar con la página para resolver ciertas preguntas en una hoja de papel (Anexo 6).

Se debe enfatizar en que los estudiantes para haber culminado con la etapa de centros deben lograr superar el centro 4 y 5; y que los estudiantes que no han revisado el material deberán ir obligatoriamente al centro 1 primero antes de pasar a los demás.

• Desarrollo (Hasta el minuto 35 del 3er día):

En el desarrollo los estudiantes deberán recorrer los centros según su elección con las instrucciones explicadas anteriormente.

Además, los criterios para superar los centros 1, 4 y 5 son:

Adaptado de: Tomlinson and McTighe, Integrating Differentiated Instruction + Understanding by Design, ASCD, 2006.

- 1. Centro 1: Responder el formulario dado con anterioridad. Si el estudiante no lo ha hecho en casa deberá hacerlo primero antes de ir a los demás centros. En el caso contrario, no es necesario que el estudiante realice este centro o llene el formulario de nuevo si decide pasar por este centro nuevamente.
- 2. Centro 4: Obtener una derivada por definición preguntando al profesor solo en dos ocasiones. De caso contrario el estudiante debe realizar más ejercicios hasta lograrlo.
- 3. Centro 5: El estudiante debe entregar al profesor las respuestas a las preguntas.

Luego los demás centros son de libre acceso y salida.

Mientras el resto de los estudiantes culminan esto, los que ya hayan terminado podrán enfrentarse a problemas un poco más abstractos y complejos de forma opcional (Anexo 7) con la asistencia continua del profesor. Esta etapa se desenvolverá como máximo hasta el minuto 20 del 3er día. Posteriormente, cuando todos los estudiantes hayan superado los centros 4 y 5, se les entregará la hoja de trabajo de la actividad de evaluación y tendrán un tiempo para resolverla de 15 minutos.

• Cierre (10 minutos):

Finalmente, para culminar con la lección, el profesor recapitulará lo aprendido en cada centro de forma ordenada enfatizando en los centros 4 y 5. Para enfatizar esto el profesor realizará dos ejercicios respectivos a cada centro explicando los detalles y respondiendo las preguntas que puedan tener los alumnos en ese momento.

RECURSOS Y REFERENCIAS

Lista de todos los materiales y recursos que se utilizarán durante la lección y que se consultaron para la planificación.

Referencias:

Bernal, B. (2018). ¿Qué es la derivada? El concepto gráfico de derivada [Video]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=YH1WfIT6TFg

Edutopia. (n.d.). The flipped learning toolkit [YouTube playlist]. YouTube.

https://www.youtube.com/playlist?list=PL10g2YT_ln2jORaF5dv5jwVZyQqUhcPeY

GeoGebra. (2023). GeoGebra (Version 6.0) [Computer software]. https://www.geogebra.org

Spivak, M. (2006). Calculus (3rd ed.). Cambridge University Press.

Stone, S. J. (1996). Multi age classroom. Good Year Books. (pp. 42-54).

Anexos:

- Anexo 1: Hoja de trabajo para la actividad de evaluación.
 https://www.canva.com/design/DAGifvtUQP8/s0TA5MY 7lZIsLpEmdKpkQ/edit?utm_content=DAGifvtUQP8&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=sharebutton
- Anexo 2: Instrumentos de evaluación.

- Checklist para la actividad 1 de la hoja de trabajo:

Criterio	Cumple (1 punto)	Observación
	/ no cumple (0 puntos)	
Escribe la definición de		
derivada		
Calcula f(x+h)		
Simplifica $f(x+h)-f(x)$		
Logra levantar la		
indeterminación de h y		
resuelve el límite.		
Obtiene la derivada		
Total	/5	

Adaptado de: Tomlinson and McTighe, Integrating Differentiated Instruction + Understanding by Design, ASCD, 2006.

- Rubrica analítica para la segunda actividad de la hoja de trabajo:					
Criterios	Excelente (4)	Bueno (3)	Satisfactorio (2)	Necesita Mejora (1)	
Comprensión Matemática	Explica de manera clara y correcta el significado de cada valor utilizando lenguaje matemático adecuado.	Explica de forma mayormente correcta, con errores menores en notación o razonamiento.	Muestra cierta comprensión, pero tiene errores conceptuales o razonamiento incompleto.	Explicación incorrecta o ausente sobre el significado de la derivada.	
Interpretación en Contexto Gráfico	Describe con precisión la derivada en términos del crecimiento, decrecimiento y crestas de la función, relacionándolo con la forma de la gráfica.	Explicación mayormente correcta de la interpretación gráfica, pero con errores menores.	Intenta interpretar gráficamente, pero confunde ideas clave (ej., identifica mal regiones de crecimiento/dis minución).	No menciona o interpreta incorrectamente el significado gráfico de la derivada.	

- Anexo 3: Instrucciones a seguir en casa antes de la lección.
 https://www.canva.com/design/DAGif_e7bMc/81JDDdHOi3aW7XypjBSvBg/edit?utm_co_ntent=DAGif_e7bMc&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=sha_rebutton
- Anexo 4: Acceso a la edición y datos del formulario para el profesor.
 https://docs.google.com/forms/d/1c6uehvejANMQmyDNlXrVZaqn3pKIkNN3-Z96UdrlBbo/edit
- Anexo 5: Hoja de trabajo para centro 2.
 Hoja_de_Trabajo_Derivada_Definicion.docx
- Anexo 6: Preguntas para centro 5.
 - 1. ¿Qué pasa con la gráfica de la función cuando la derivada tiene valores positivos (> 0)?
 - 2. ¿Qué pasa con la gráfica de la función cuando la derivada tiene valores negativos (< 0)?
 - 3. ¿Qué pasa con la gráfica de la función cuando la derivada tiene valor de 0?
- Anexo 7: Preguntas y problemas adicionales para estudiantes que hayan terminado antes la etapa de centros.
 - 1. ¿Cómo podría encontrar las "crestas" de una función con su derivada?
 - 2. Derive las funciones f(x) = x, $f(x) = x^2$, $f(x) = x^3$, $f(x) = x^4$.
 - 3. Según la actividad 2, ¿podrías dar una regla general para derivar $f(x) = x^n$?