Análisis Numérico

Nicolás Camacho PlazasDaniela Cortes Antonio Mateo Florido Sanchez

Introducción

En el presente documento se encontrará la descripción del desarrollo de los algoritmos propuestos en clase.Además de este documento, contamos con los archivos .R (código fuente) que se encuentra en cada repositorio de GitHUb de los integrantes del grupo, los cuales son: NicolasCamachoP , dcortesantonio y mateoflorido.

Algoritmos para encontrar las raíces de una función:
Cuadrática

Al calcular la raíz de una función cuadrática utilizamos la función cuadrática clásica:

$$x = \frac{-b+-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}(fórmula1)$$

Pero además al racionalizar por el conjugado esta misma fórmula obtenemos:

$$x = \frac{-2c}{b+-\sqrt{b^2-4ac}}(fórmula2)$$

De esta forma si b tiene valores muy grandes la función no va tender a 0.Por tanto teniendo los valores de la fórmula como: a=3, b= 9^{12}) , c=-3 , obtenemos los siguienets resultados:

```
Cuadratica = function (a,b,c){
  #La variaci?n de la f?rmula se utilizar? en la resta para evitar el
inconveniente.
  #-------------------------
  #M?todo normal (suma)
  x1=-(b+sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a)
  #F?rmula racionalizada por el conjugado
  x2=-(2*c)/(b+sqrt(b^2-4*a*c))
  cat("Con 8 decimales.\n")
  options(digits=8)
  cat("fórmula 1: ",x1, ", fórmula 2: ",x2,"\n")
  options(digits=16)
  cat("Con 16 decimales.\n")
   cat("fórmula 1: ",x1, " , fórmula 2: ",x2,"\n")
}
Cuadratica(3,9^12,-3)
```

```
## Con 8 decimales.
## fórmula 1:  -94143178827 , fórmula 2:  1.0622118e-11
## Con 16 decimales.
## fórmula 1:  -94143178827  , fórmula 2:  1.062211848441645e-11
```

Bisección

Bisección dos parámetros

Para este algoritmo contabamos con cuatro parámetros, la función de la cual queríamos obtener su raíz, la toleracia y un intervalo [a,b] donde la función f(x) es continua.Además de esto era necesario verificar que existiera por lo menos una raíz, esto dado que la función f(x) evaluada en los valor de a y b tuvieran signo contrario.

PASO 1: Verificar que existe una raíz en el intervalo. PASO 2: Empezar ciclo. PASO 3: Encontrar punto medio m en el intervalo. PASO 4: Si el signo de f(a) es diferente a el signo f(m), entonces b = m, si no a = m. PASO 5: Si |f(m)| es igual a 0, terminar el ciclo. PASO 6: Calcular error = (b-a)/2. PASO 7: Si el error es menor al valor de la tolerancia, terminar el ciclo. PASO 8: Si el número de iteraciones es mayor a 100, terminar el ciclo.

Dada la función x^3-x-1 con un intervalo de [1,2] y una tolerancia de 10^-8 obtenemos los siguientes resultados:

```
biseccion = function(f, a1, b1, tol)
{
  if( sign(f(a1)) == sign(f(b1)) )
  {
    stop("f(a1) y f(b1) tienen el mismo signo")
  }
  a = a1;
  b = b1;
  i = 0;
  errores = c()
  iteraciones = c()
  Errori = c()
  Errorj = c()
  cat(formatC(c("a","b","m","Error est."), width = -15, format = "f", flag =
" "),"\n")

  repeat
  {

    m = a + 0.5 * ( b - a )
    if(f(m) == 0)
    {
      cat("Cero de la funcion en [",a1,",",b1,"] es: ",m)
    }
    if(sign(f(a)) != sign(f(m)))
    {
```

```
      b = m
    }
    else
    {
      a = m
    }
    #Calcular el error generado
    estError = ( b - a ) / 2
    errores = c(errores,estError)
    iteraciones = c(iteraciones,i)
    #Imprimir resultado de algoritmo de bisecci?n
    cat(formatC( c(a,b,m,estError), digits = 7, width = -15, format = "f",
flag = " "), "\n")
    # Hacer update de Index (Iteraciones)
    i = i + 1
    #Condici?n del ciclo (Tolerancia de Error)
    if( estError < tol || i>100)
    {
      cat("Cero de la función en [",a1,",",b1,"] aproximadamente es: ", m, "
con error <=", estError, "Iteraciones: ", i,"\n Predicción: ",log((b1 -
a1)/tol)/log(2))
      break;
    }
  }

  plot(iteraciones,errores, type = "l",, main="Figura 1. Gráfica errores e
iteraciones", xlab = "N iteraciones",ylab="Error")
  #Error i y Error i+1=j
  for(b in 1:i){
    if(b!=i){
      Errori[b]=errores[b]
      Errorj[b]=errores[b+1]
    }
  }
  plot(Errori,Errorj, type = "l", main="Figura 2. Gráfica errores", xlab =
"Error i",ylab="Error i+1")
}

f = function(x) x^3-x-1
biseccion(f, 1,2, 0.000000001)
```

```
## a               b               m               Error est.
##  1.0000000       1.5000000       1.5000000       0.2500000
##  1.2500000       1.5000000       1.2500000       0.1250000
##  1.2500000       1.3750000       1.3750000       0.0625000
##  1.3125000       1.3750000       1.3125000       0.0312500
##  1.3125000       1.3437500       1.3437500       0.0156250
##  1.3125000       1.3281250       1.3281250       0.0078125
```

```
##  1.3203125       1.3281250       1.3203125       0.0039062
##  1.3242188       1.3281250       1.3242188       0.0019531
##  1.3242188       1.3261719       1.3261719       0.0009766
##  1.3242188       1.3251953       1.3251953       0.0004883
##  1.3247070       1.3251953       1.3247070       0.0002441
##  1.3247070       1.3249512       1.3249512       0.0001221
##  1.3247070       1.3248291       1.3248291       0.0000610
##  1.3247070       1.3247681       1.3247681       0.0000305
##  1.3247070       1.3247375       1.3247375       0.0000153
##  1.3247070       1.3247223       1.3247223       0.0000076
##  1.3247147       1.3247223       1.3247147       0.0000038
##  1.3247147       1.3247185       1.3247185       0.0000019
##  1.3247166       1.3247185       1.3247166       0.0000010
##  1.3247175       1.3247185       1.3247175       0.0000005
##  1.3247175       1.3247180       1.3247180       0.0000002
##  1.3247178       1.3247180       1.3247178       0.0000001
##  1.3247179       1.3247180       1.3247179       0.0000001
##  1.3247179       1.3247180       1.3247179       0.0000000
##  1.3247179       1.3247180       1.3247180       0.0000000
##  1.3247180       1.3247180       1.3247180       0.0000000
##  1.3247180       1.3247180       1.3247180       0.0000000
##  1.3247180       1.3247180       1.3247180       0.0000000
##  1.3247180       1.3247180       1.3247180       0.0000000
## Cero de la función en [ 1 , 2 ] aproximadamente es:  1.3247179556638  con
error <= 9.313225746154785e-10 Iteraciones:  29
##  Predicción:  29.89735285398626
```

Figura 1. Gráfica errores e iteraciones

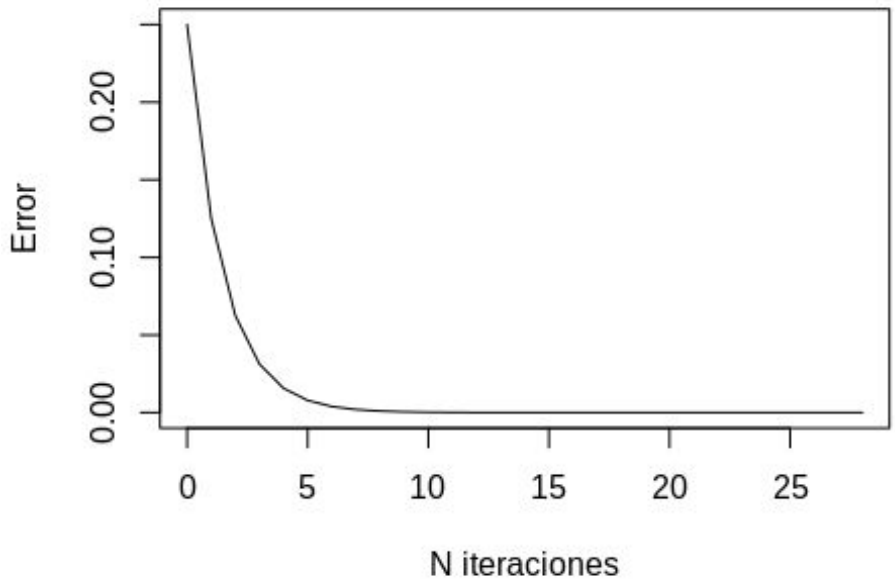
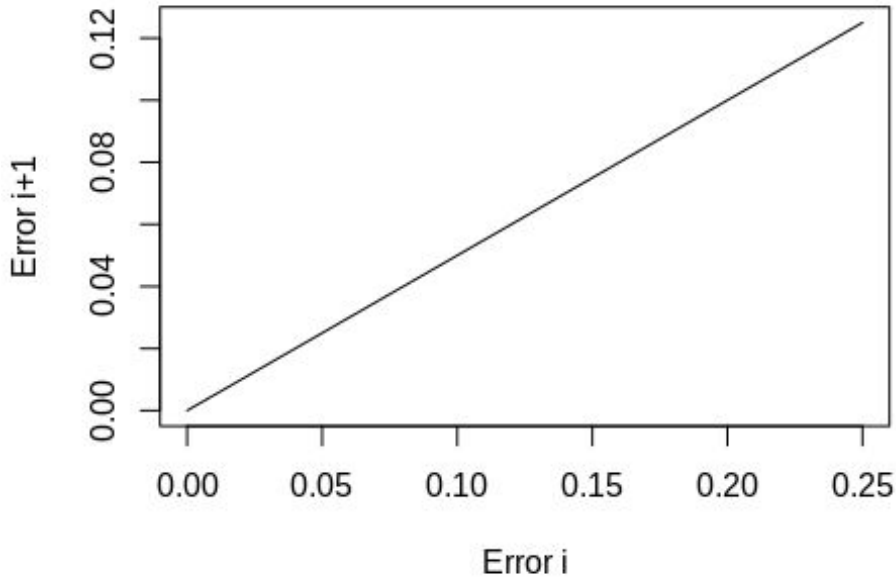


Figura 2. Gráfica errores



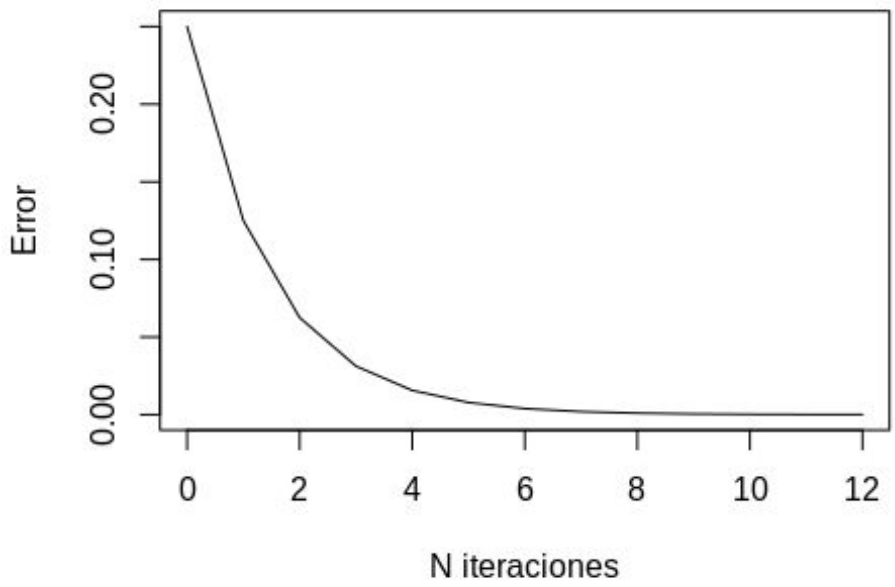
Además al graficar la cantidad de iteraciones en x y el valor de los errores en y podemos observar que a medida que aumenta la cantidad de iteraciones la curva tiende a cero sin embargo nunca toca este valor dado que el valor de tolerancia de este error es de $10^{-}8$ esta

gráfica se encuentra en la Figura 1 , así mismo y al cambiar el valor de la tolerancia a 10^{-3} observamos que el número de interaciones se reduce a 13 y además la curva que representa la relación entre el error y las iteraciones tiende a un valor que es mucho menos cercano a cero, dado que es una presición mucho menor a la anterior, esta gráfica la podemos encontrar en la Figura 3.

```
biseccion = function(f, a1, b1, tol)
{
  if( sign(f(a1)) == sign(f(b1)) )
  {
    stop("f(a1) y f(b1) tienen el mismo signo")
  }
  a = a1;
  b = b1;
  i = 0;
  errores = c()
  iteraciones = c()
  Errori = c()
  Errorj = c()
  cat(formatC(c("a","b","m","Error est."), width = -15, format = "f", flag =
" "),"\n")

  repeat
  {

    m = a + 0.5 * ( b - a )
    if(f(m) == 0)
    {
      cat("Cero de la función en [",a1,",",b1,"] es: ",m)
    }
    if(sign(f(a)) != sign(f(m)))
    {
      b = m
    }
    else
    {
      a = m
    }
    #Calcular el error generado
    estError = ( b - a ) / 2
    errores = c(errores,estError)
    iteraciones = c(iteraciones,i)
    #Imprimir resultado de algoritmo de bisecci?n
    cat(formatC( c(a,b,m,estError), digits = 7, width = -15, format = "f",
flag = " "), "\n")
    # Hacer update de Index (Iteraciones)
    i = i + 1
```

```
    #Condici?n del ciclo (Tolerancia de Error)
    if( estError < tol || i>100)
    {
      cat("Cero de función en [",a1,",",b1,"] aproximadamente es: ", m, " con
error <=", estError, "Iteraciones: ", i,"\n Predicción: ",log((b1 -
a1)/tol)/log(2))
      break;
    }
  }

  plot(iteraciones,errores, type = "l",, main="Figura 3. Gráfica errores e
iteraciones", xlab = "N iteraciones",ylab="Error")
  #Error i y Error i+1=j
  for(b in 1:i){
    if(b!=i){
      Errori[b]=errores[b]
      Errorj[b]=errores[b+1]
    }
  }
}

f = function(x) x^3-x-1
biseccion(f, 1,2, 0.0001)

## a               b               m               Error est.
##  1.0000000       1.5000000       1.5000000       0.2500000
##  1.2500000       1.5000000       1.2500000       0.1250000
##  1.2500000       1.3750000       1.3750000       0.0625000
##  1.3125000       1.3750000       1.3125000       0.0312500
##  1.3125000       1.3437500       1.3437500       0.0156250
##  1.3125000       1.3281250       1.3281250       0.0078125
##  1.3203125       1.3281250       1.3203125       0.0039062
##  1.3242188       1.3281250       1.3242188       0.0019531
##  1.3242188       1.3261719       1.3261719       0.0009766
##  1.3242188       1.3251953       1.3251953       0.0004883
##  1.3247070       1.3251953       1.3247070       0.0002441
##  1.3247070       1.3249512       1.3249512       0.0001221
##  1.3247070       1.3248291       1.3248291       0.0000610
## Cero de función en [ 1 , 2 ] aproximadamente es:  1.3248291015625  con
error <= 6.103515625e-05 Iteraciones:  13
##  Predicción:  13.28771237954945
```

Figura 3. Gráfica errores e iteraciones



Bisección tres parámetros

Para este algoritmo contamos con los mismos parámetros de la bisección de dos parámetros, sin embargo a la hora de ejecutar el algoritmo calculamos dos pivotes para poder dividir el intervalo en tres secciones y así verificando entre estos nuevos intervalos sus signos para comprobar si existe alguna raíz en estos intervalos, de esta forma en el mejor de los casos estamos descartando dos terceras partes del intervalo total haciendo este algoritmo más eficiente que el anterior, ya que para una misma función realiza una cantidad menor de iteraciones.

PASO 1: Verificar que existe una raíz en el intervalo. PASO 2: Empezar ciclo. PASO 3: Encontrar dos puntos medios m1 y m2 en el intervalo. PASO 4: Si el signo de f(a) es diferente a signo de f(m1), entonces b = m1. PASO 5: Si no, si el signo de f(m1) es diferente a signo de f(m2), entonces a = m1 y b = m2. PASO 6: Si no, a = m2 PASO 7: Si |f(m1)| es igual a 0 o si |f(m2)| es igual a 0, terminar el ciclo. PASO 8: Calcular error = (b-a)/2. PASO 9: Si el error es menor al valor de la tolerancia, terminar el ciclo. PASO 10: Si el número de iteraciones es mayor a 100, terminar el ciclo.

Dada la función x^3-x-1 con un intervalo de [1,2] y una tolerancia de $10^{-}8$ obtenemos los siguientes resultados:

```
biseccion = function(f, a1, b1, tol)
{
  if( sign(f(a1)) == sign(f(b1)) )
  {
```

```
    stop("f(a1) y f(b1) tienen el mismo signo")
  }
  a = a1;
  b = b1;
  i = 0;
  errores = c()
  iteraciones = c()
  Errori = c()
  Errorj = c()
  cat(formatC(c("a","b","m1","m2","Error est."), width = -15, format = "f",
flag = " "),"\n")

  repeat
  {

    m1 = a + ( b - a )/3
    m2 = a + 2*( b - a )/3
    if(f(m1) == 0)
    {
      cat("Cero de la función en [",a1,",",b1,"] es: ",m1)
    }
    if(f(m2) == 0)
    {
      cat("Cero de la función en [",a1,",",b1,"] es: ",m2)
    }
    if(sign(f(a)) != sign(f(m1)))
    {
      b = m1
    }
    else if(sign(f(m1)) != sign(f(m2)))
    {
      a=m1
      b=m2
    }
    else
    {
      a=m2
    }
    #Calcular el error generado
    estError = ( b - a ) / 2
    errores = c(errores,estError)
    iteraciones = c(iteraciones,i)
    #Imprimir resultado de algoritmo de bisecci?n
    cat(formatC( c(a,b,m1,m2,estError), digits = 7, width = -15, format =
"f", flag = " "), "\n")
    # Hacer update de Index (Iteraciones)
    i = i + 1
    #Condici?n del ciclo (Tolerancia de Error)
```

```
    if( estError < tol || i>1000)
    {
      m1 = a + ( b - a )/3
      m2 = a + 2*( b - a )/3
      cat("Cero de función en [",a1,",",b1,"] aproximadamente es: ",
(m2+m1)/2, " con error <=", estError, "Iteraciones: ", i,"\n Predicción
bisección: ",log((b1 - a1)/tol)/log(2))
      break;
    }
  }
  for(b in 1:i){
    if(b!=i){
      Errori[b]=errores[b]
      Errorj[b]=errores[b+1]
    }
  }
  plot(iteraciones,errores, type = "l",  main="Figura 4. Gráfica errores e
iteraciones",xlab="N iteraciones",ylab="Error")

  plot(Errori,Errorj, type = "l",main="Figura 5. Gráfica errores", xlab
="Error i", ylab= "Error i+1")
}

f = function(x) x^3-x-1
biseccion(f, 1,2, 0.000000001)
```

```
## a               b               m1              m2              Error est.
##  1.0000000       1.3333333       1.3333333       1.6666667       0.1666667
##  1.2222222       1.3333333       1.1111111       1.2222222       0.0555556
##  1.2962963       1.3333333       1.2592593       1.2962963       0.0185185
##  1.3209877       1.3333333       1.3086420       1.3209877       0.0061728
##  1.3209877       1.3251029       1.3251029       1.3292181       0.0020576
##  1.3237311       1.3251029       1.3223594       1.3237311       0.0006859
##  1.3246456       1.3251029       1.3241884       1.3246456       0.0002286
##  1.3246456       1.3247980       1.3247980       1.3249505       0.0000762
##  1.3246964       1.3247472       1.3246964       1.3247472       0.0000254
##  1.3247134       1.3247303       1.3247134       1.3247303       0.0000085
##  1.3247134       1.3247190       1.3247190       1.3247247       0.0000028
##  1.3247171       1.3247190       1.3247153       1.3247171       0.0000009
##  1.3247178       1.3247184       1.3247178       1.3247184       0.0000003
##  1.3247178       1.3247180       1.3247180       1.3247182       0.0000001
##  1.3247179       1.3247180       1.3247178       1.3247179       0.0000000
##  1.3247180       1.3247180       1.3247179       1.3247180       0.0000000
##  1.3247180       1.3247180       1.3247180       1.3247180       0.0000000
##  1.3247180       1.3247180       1.3247180       1.3247180       0.0000000
##  1.3247180       1.3247180       1.3247180       1.3247180       0.0000000
## Cero de función en [ 1 , 2 ] aproximadamente es:  1.324717957375077  con
```

```
error <= 4.301957678976009e-10 Iteraciones:  19
##  Predicción bisección:  29.89735285398626
```

Figura 4. Gráfica errores e iteraciones

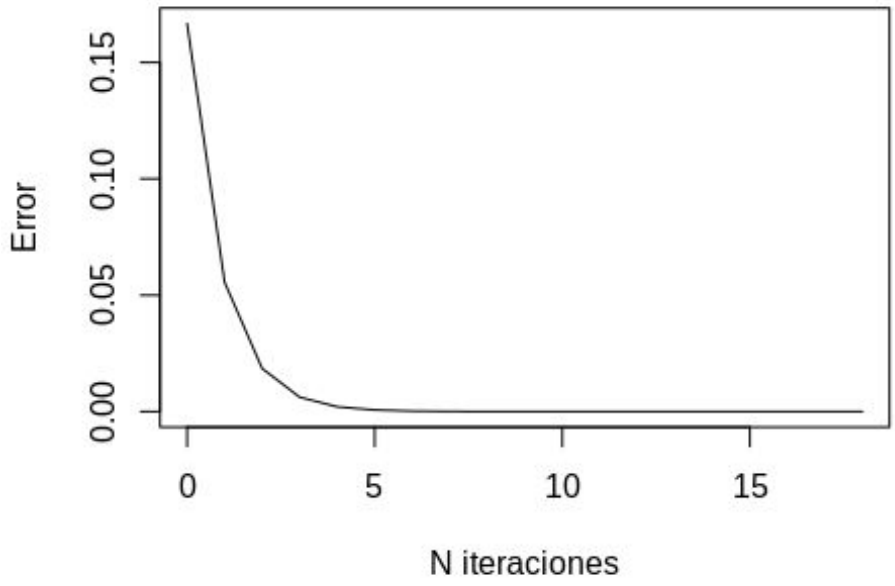
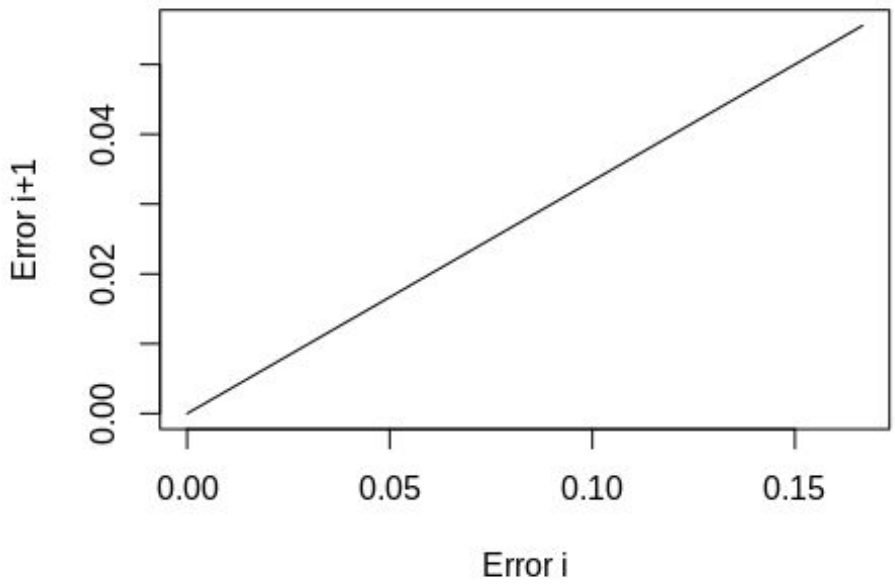


Figura 5. Gráfica errores



Newton

Para este algoritmo contabamos con cuatro parámetros, la función de la cual queríamos obtener su raíz, la toleracia , el valor inicial de xk es decir x0 (el cual es un valor cercano a la raíz) y el valor máximo de iteraciones que se podrán realizar. Ya que en para este algoritmo no contamos con un intervalo donde podamos asegurar la existencia de por lo menos una raíz, tenemos un valor máximo de iteraciones el cual nos da una condición de salida para no quedarnos en un ciclo infinito.

PASO 1: Empezar ciclo. PASO 2: Calcular nuevo valor de x1.

$$x1 = x0 - \frac{f(x0)}{df(x0)}$$

PASO 3: x0 = x1 PASO 4: Calcular diferencia dx = |x1-x0| PASO 5: Si dx es menor o igual al valor de la tolerancia, terminar el ciclo. PASO 6: Si el número de iteraciones es mayor al valor máximo de iteraciones, terminar el ciclo.

Dada la función $e^x - \pi x$ con un valor inicial de x igual a 1.6, un máximo de iteraciones igual a 1000 y una tolerancia de 10^-8, obtenemos los siguientes resultados:

```
Newton = function (f,fp,x0,tol,maxiter){
  k=0
  errores = c()
  iteraciones = c()
  Errori=c()
  Errorj=c()
  cat(formatC(c("x0","x1","dx","Error est."), width = -15, format = "f", flag
= " "),"\n")
  repeat{
    correcion = f(x0)/fp(x0)
    x1 = x0 - correcion
    dx = abs(x1-x0)
    x0 = x1
    errores[k+1]=abs(correcion)
    iteraciones[k+1]=k+1
    k = k+1
    cat(formatC( c(x0,x1,dx,correcion), digits = 7, width = -15, format =
"f", flag = " "), "\n")
    if(dx<=tol || k >maxiter)
      break

  }
  for(b in 1:(k+1)){
    if(b!=k+1){
      Errori[b]=errores[b]
      Errorj[b]=errores[b+1]
    }
  }
```

```
  if(k > maxiter){
    cat("Numero máximo de Iteraciones alcanzado.")
    cat("Iteraciones=", k, " X: ",x1," f(x):",f(x1)," Error Estimado: ",
correcion)
  }
  else{
    cat("Iteraciones=", k, " X: ",x1," f(x):",f(x1)," Error Estimado: ",
correcion)

  }
  plot(iteraciones,errores,type = "l", main="Figura 6. Gráfica errores e
iteraciones",xlab = "N iteraciones", ylab= "Error")
  plot(Errori,Errorj, type = "l",main="Figura 7. Gráfica errores", xlab=
"Error i", ylab = "Error i+1")

}
f= function(x) exp(x)-pi*x
fp= function(x) exp(x)-pi
Newton(f,fp,1.6,1e-8,1000)
```

```
## x0              x1              dx              Error est.
##  1.6405842       1.6405842       0.0405842      -0.0405842
##  1.6385338       1.6385338       0.0020504       0.0020504
##  1.6385284       1.6385284       0.0000054       0.0000054
##  1.6385284       1.6385284       0.0000000       0.0000000
## Iteraciones= 4  X:  1.638528419970363  f(x): -8.881784197001252e-16  Error
Estimado:  3.743240808769806e-11
```

Figura 6. Gráfica errores e iteraciones

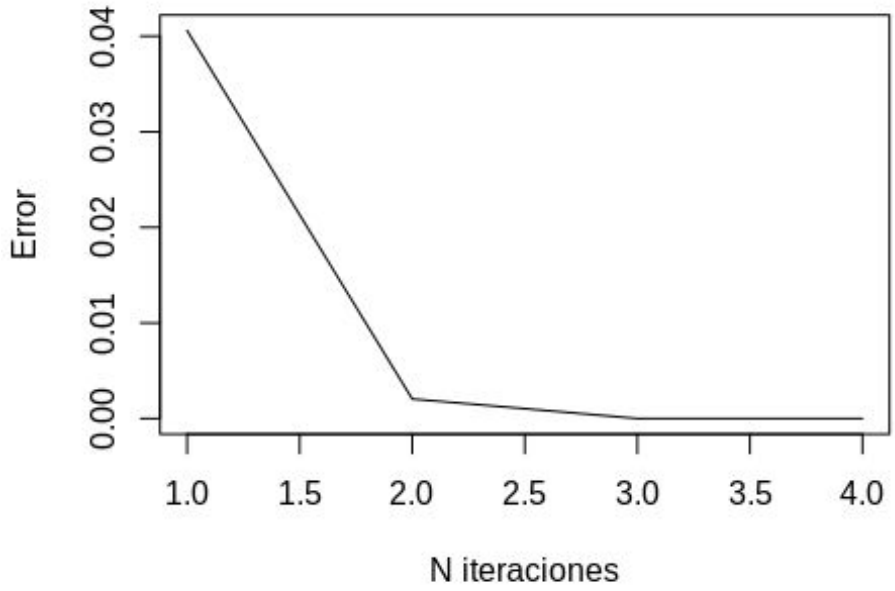
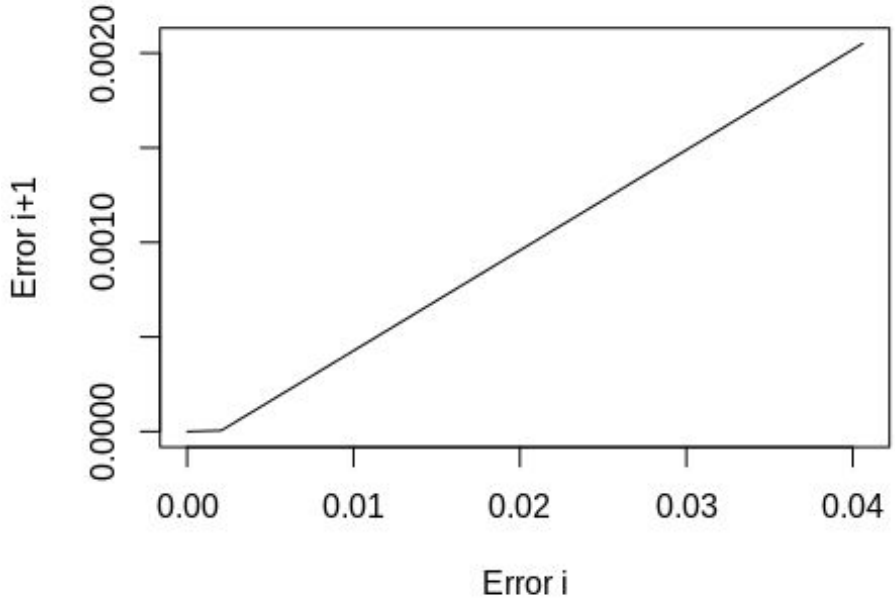


Figura 7. Gráfica errores



Esta función tiene dos raices, aunque solo muestra la más cercana al punto inicial ingresado como parámetro, es decir que para esta misma función, con el mismo valor de tolerancia , el

mismo valor de iteracciones máximas, pero esta vez el valor inicial de x0 haciendolo igual a 0.2 nos da como resultado lo siguiente:

```
Newton = function (f,fp,x0,tol,maxiter){
  k=0
  errores = c()
  iteraciones = c()
  Errori=c()
  Errorj=c()
  cat(formatC(c("x0","x1","dx","Error est."), width = -15, format = "f", flag
= " "),"\n")
  repeat{
    correcion = f(x0)/fp(x0)
    x1 = x0 - correcion
    dx = abs(x1-x0)
    x0 = x1
    errores[k+1]=abs(correcion)
    iteraciones[k+1]=k+1
    k = k+1
    cat(formatC( c(x0,x1,dx,correcion), digits = 7, width = -15, format =
"f", flag = " "), "\n")
    if(dx<=tol || k >maxiter)
      break

  }
  for(b in 1:(k+1)){
    if(b!=k+1){
      Errori[b]=errores[b]
      Errorj[b]=errores[b+1]
    }
  }
  if(k > maxiter){
    cat("Numero máximo de Iteraciones alcanzado.")
    cat("Iteraciones=", k, " X: ",x1," f(x):",f(x1)," Error Estimado: ",
correcion)
  }
  else{
    cat("Iteraciones=", k, " X: ",x1," f(x):",f(x1)," Error Estimado: ",
correcion)

  }
  plot(iteraciones,errores,type = "l", main="Figura 8. Gráfica errores e
iteraciones",xlab = "N iteraciones", ylab= "Error")
  plot(Errori,Errorj, type = "l",main="Figura 9. Gráfica errores", xlab=
"Error i", ylab = "Error i+1")

}
f= function(x) exp(x)-pi*x
```

```r
fp= function(x) exp(x)-pi
Newton(f,fp,0.2,1e-8,1000)
```

```
## x0              x1              dx              Error est.
##  0.5088675       0.5088675       0.3088675      -0.3088675
##  0.5526725       0.5526725       0.0438050      -0.0438050
##  0.5538262       0.5538262       0.0011537      -0.0011537
##  0.5538270       0.5538270       0.0000008      -0.0000008
##  0.5538270       0.5538270       0.0000000      -0.0000000
## Iteraciones= 5  X:  0.5538270366445135  f(x): 2.220446049250313e-16  Error
Estimado:  -4.22800679558094e-13
```

Figura 8. Gráfica errores e iteraciones

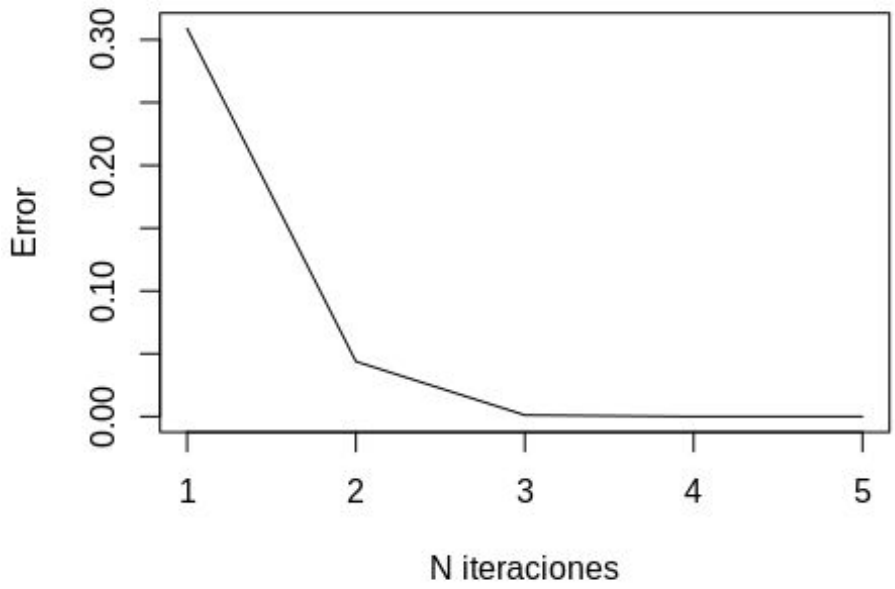
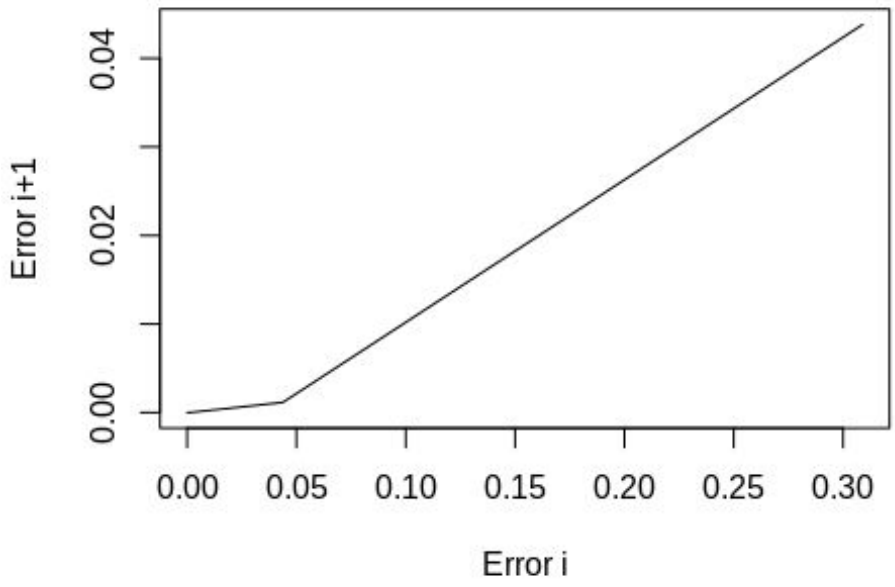


Figura 9. Gráfica errores



Hibrido (Bisección y Newton)

Como primer punto análizamos las ventajas que trae cada uno de los algoritmos y pudimos observar que el método de Newton tiene una convergencia local mientras que el algoritno de bisección una convergencia global en el intervalo dado.

Por tanto por medio de la bisección con dos intervalos podemos ir acotando el intervalo a análizar ,además dado los signos extremos del intervalo conocer si existe o no una raíz allí y así mismo ir posicionando el xk del método de Newton para poder aplicar este método de forma simultánea.

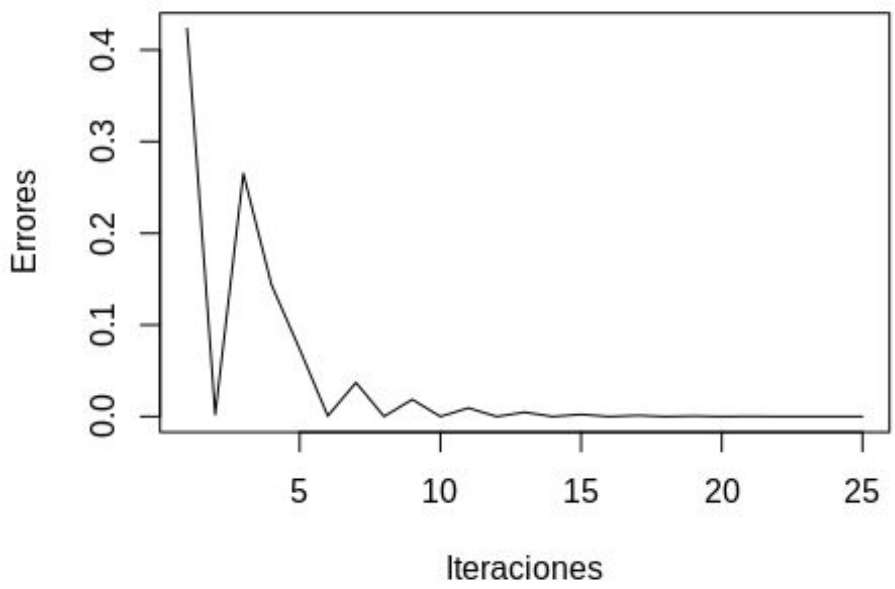
Dada la función $e^x - \pi x$ con un intervalo [0,2], un máximo de iteraciones igual a 1000 y una tolerancia de 10^-8, obtenemos los siguientes resultados:

```
HibridNB = function(f, df, a, b, tol)
{
  i = 1
  c = (a+b) * 0.5
  Errores = c()
  Iteraciones = c()
  if(a < c - (f(c)/df(c)))
  {
    if(c - (f(c)/df(c)) < b)
    {
      xi = c - (f(c)/df(c))
    }
  }
  else
    xi = (a+b)*0.5
  while(abs(f(xi))> tol)
  {
    Errores = c(Errores,abs(f(xi)))
    Iteraciones = c(Iteraciones,abs(i))
    if(f(a)*f(xi) < 0)
      b = xi
    else
      a=xi
    c = (a+b)*0.5
    if(a < c - (f(c)/df(c)))
    {
      if(c - (f(c)/df(c)) < b)
      {
        xi = c - (f(c)/df(c))
      }
    }
    else
      xi = (a+b)*0.5
    cat("xi: ",xi, "Corrección ",f(c)/df(c), "Iteración: ",i,"\n")
    i= i+1
```

```
  }
  cat("Ra?z: ", xi, "Iteraciones Necesarias: ", i-1)
  plot(Iteraciones,Errores, type = "l", main="Figura 10. Gráfica errores e
iteraciones ")

}

f = function(x) exp(x)-pi*x
tol = 0.000000001
x0=0
a=0
b=0
df = function(x) exp(x)-pi
HibridNB(f,df,0,2,tol)
```

```
## xi:  0.552198029112459 Corrección  -0.05219802911245899 Iteración:  1
## xi:  0.7760990145562294 Corrección  0.2738016311126862 Iteración:  2
## xi:  0.6641485218343441 Corrección  0.1198312652575797 Iteración:  3
## xi:  0.6081732754734015 Corrección  0.05638869439561096 Iteración:  4
## xi:  0.5533731278898788 Corrección  0.02681252440305147 Iteración:  5
## xi:  0.5807732016816401 Corrección  0.02742108930608239 Iteración:  6
## xi:  0.5537153234461075 Corrección  0.01335784133965191 Iteración:  7
## xi:  0.5672442625638738 Corrección  0.01353188189576753 Iteración:  8
## xi:  0.5537992149114261 Corrección  0.006680578093564592 Iteración:  9
## xi:  0.56052173873765 Corrección  0.006722878042628352 Iteración:  10
## xi:  0.5538200960728709 Corrección  0.003340380751667182 Iteración:  11
## xi:  0.5571709174052604 Corrección  0.003350865017061631 Iteración:  12
## xi:  0.5538253033913783 Corrección  0.001670203347687424 Iteración:  13
## xi:  0.5554981103983193 Corrección  0.001672812429327686 Iteración:  14
## xi:  0.5538266035698027 Corrección  0.000835103325045971 Iteración:  15
## xi:  0.554662356984061 Corrección  0.0008357540896667627 Iteración:  16
## xi:  0.5538269284058066 Corrección  0.0004175518711252905 Iteración:  17
## xi:  0.5542446426949338 Corrección  0.0004177143734038098 Iteración:  18
## xi:  0.5538270095885925 Corrección  0.0002087759617775462 Iteración:  19
## xi:  0.5540358261417632 Corrección  0.0002088165636958321 Iteración:  20
## xi:  0.5538270298810035 Corrección  0.0001043879841742865 Iteración:  21
## xi:  0.5539314280113834 Corrección  0.0001043981316950806 Iteración:  22
## xi:  0.5538270349536948 Corrección  5.219399249864719e-05 Iteración:  23
## xi:  0.5538792314825391 Corrección  5.219652900852327e-05 Iteración:  24
## xi:  0.5538270362218163 Corrección  2.609699630065741e-05 Iteración:  25
## Ra?z:  0.5538270362218163 Iteraciones Necesarias:  25
```

Figura 10. Gráfica errores e iteraciones



Punto fijo

Para este algoritmo contabamos con cuatro parámetros, la función de la cual queríamos obtener su punto para el cual f(x) = x, la toleracia , el valor inicial de xk es decir x0 y el valor máximo de iteraciones que se podrán realizar.

Cuando queremos hallar la raíz de una función por medio del método de punto fijo, requerimos volver a escribir la ecuación, entonces: f(x) = 0 a la forma x = g(x), encontrando así un punto en la función g(x) el cual x = g(x) y este putno x sera entonces un raíz de la función f(x).

PASO 1: Empezar ciclo. PASO 2: Calcular nuevo valor de x1.

$$x1 = f(x0)$$

PASO 3: x0 = x1 PASO 4: Calcular diferencia dx = |x1-x0| PASO 5: Si dx es menor o igual al valor de la tolerancia, terminar el ciclo y el valor de la raíz es x1. PASO 6: Si el número de iteraciones es mayor al valor máximo de iteraciones, terminar el ciclo y no hubo convergencia, es decir no se encontro la raíz.

Si queremos hallar la raíz de la función $e^x - pi * x$, por medio de este método primero despejamos una x de la función de esta forma:

$$f(x) = e^x - pi * x$$

$$e^x = pi * x$$

$$g(x) = \frac{e^x}{pi} = x$$

Así la función de la cual hallaremos el punto en el que g(x)=x será esta última, además con un valor inicial de x0 = 1, una tolerancia igual a 10^-8 y un valor máximo de iteraciones igual a 100, dandonos como resultado la raíz aproximada de la función inicial $e^x - pi * x$, como lo vemos a continuación:

```
#Algoritmo punto fijo
PuntoFijo = function(f, x0, tol, numIteraciones){
  k=1
  errores = c()
  iteraciones = c()
  Errori=c()
  Errorj=c()
  repeat{
    x1=f(x0)
    dx=abs(x1-x0)
    x0=x1
    #Imprimir estado
    cat("x",k, "= ", x1,"\n")
    iteraciones[k+1]=k+1
    errores[k+1]=dx
    k=k+1
    #Hasta
    if(dx< tol || k>numIteraciones) break;
  }
  #Mensaje salida
  if(dx>tol){
    cat("No hubo convergencia  ")
    #return(NULL)
  }else{
    cat("x* es aproximadamente ", x1, "con un error menor que ",tol," en
",k," iteraciones.")
  }
  for(b in 1:(k+1)){
    if(b!=k+1){
      Errori[b]=errores[b]
      Errorj[b]=errores[b+1]
    }
  }
  plot(iteraciones,errores,type = "l", main="Figura 11. Gráfica errores e
iteraciones", xlab = "N iteraciones", ylab= "Error")
  plot(Errori,Errorj, type = "l", main="Figura 12. Gráfica errores", xlab=
"Error i", ylab = "Error i+1")
}
```

```r
f= function(x) exp(x)/pi
PuntoFijo(f,1,1e-8,100)
```

```
## x 1 =  0.8652559794322651
## x 2 =  0.7561814590413005
## x 3 =  0.6780403857531705
## x 4 =  0.6270747668420679
## x 5 =  0.5959162636569479
## x 6 =  0.577634697018414
## x 7 =  0.5671705715535849
## x 8 =  0.5612665715043985
## x 9 =  0.5579626165110687
## x 10 =  0.5561221751800245
## x 11 =  0.5550996062214397
## x 12 =  0.5545322687154927
## x 13 =  0.55421775098848
## x 14 =  0.5540434670902935
## x 15 =  0.5539469146490965
## x 16 =  0.5538934323041607
## x 17 =  0.55386380957671
## x 18 =  0.5538474028630411
## x 19 =  0.5538383161218281
## x 20 =  0.5538332835592404
## x 21 =  0.5538304963655912
## x 22 =  0.5538289527349002
## x 23 =  0.553828097828191
## x 24 =  0.5538276243570368
## x 25 =  0.5538273621356944
## x 26 =  0.5538272169103591
## x 27 =  0.5538271364806215
## x 28 =  0.5538270919364522
## x 29 =  0.553827067266685
## x 30 =  0.5538270536039003
## x 31 =  0.5538270460370806
## x* es aproximadamente  0.5538270460370806 con un error menor que  1e-08
en  32  iteraciones.
```

Figura 11. Gráfica errores e iteraciones

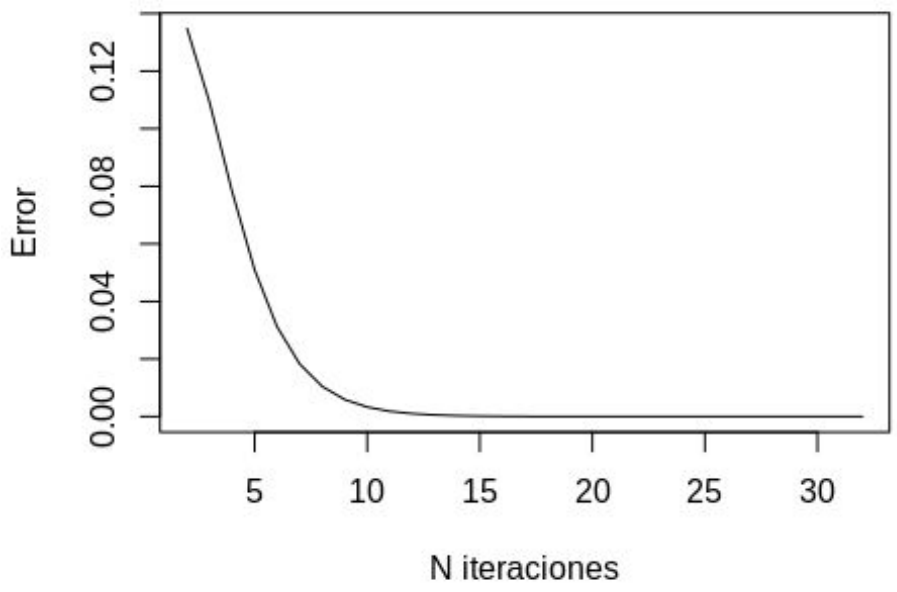
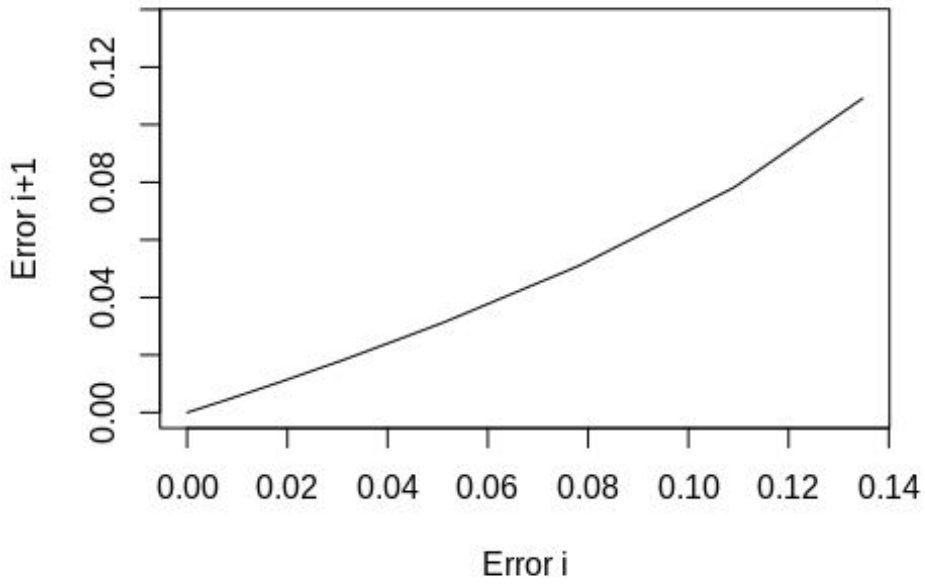


Figura 12. Gráfica errores



Steffensen

Este algoritmo tiene convergencia cuadrática, además es un hibrido entre el método de punto fijo y el método de Aitken, ya que este segundo acelera la convergencia para

encontrar de una forma más rapido la raíz de una función, así mismo este método no necesita la derivada de la función inicial lo que la hace más rápido que el método de Newton.

Para este algoritmo contabamos con cinco parámetros, la función de la cual queríamos obtener su raíz, un valor inicial x0, el cual es valor cercano a la raíz , la toleracia y el valor máximo de iteraciones.

PASO 1: Empezar ciclo. PASO 2: Calcular nuevo valor de x1.

$$x1 = \frac{f(x0)^2}{f(x0+f(x0))-f(x0)}$$

PASO 3: x0 = x1 PASO 4: Calcular diferencia error = |x1-x0| PASO 5: Si el error es menor o igual al valor de la tolerancia, terminar el ciclo y el valor de la raíz es x0. PASO 6: Si el número de iteraciones es mayor al valor máximo de iteraciones, terminar el ciclo.

Dada la función $e^x - \pi x$ con un valor inicial de x igual a 0, un máximo de iteraciones igual a 1000 y una tolerancia de 10^-8, obtenemos los siguientes resultados:

```
Steffensen = function(f,x0,tol)
{
  Errores = c()
  Iteraciones = c()
  Errori = c()
  Errorj = c()
  cat(formatC(c("i","x_i","f(x)","Error est."), width = -15, format = "f",
flag = " "),"\n")
  maxi = 1000
  i = 1
  while (i <= 1000)
  {
    Iteraciones = c(Iteraciones,i)
    x1 = x0 - ((f(x0))^2)/(f(x0+f(x0))-f(x0))
    Error = abs(x1 - x0)
    Errores = c(Errores, Error)
    x0 = x1
    cat(formatC( c(i,x0,f(x0),Error), digits = 8, width = -15, format = "f",
flag = " "), "\n")
    if(Error < tol)
      break;
    i = i + 1

  }
  cat("Cero de la función: ", x0, " con error <=", Error, "Iteraciones: ", i)
  plot(Iteraciones,Errores, type = "l",main="Figura 13. Gráfica errores e
iteraciones",  xlab = "No. Iteraciones",ylab="Error")
  #Errores Ei vs Ei+1
  for(b in 1:i){
```

```
    if(b!=i){
      Errori[b]=Errores[b]
      Errorj[b]=Errores[b+1]
    }
  }
  plot(Errori,Errorj, type = "l", main="Figura 14. Gráfica errores", xlab =
"Error i",ylab="Error i+1")
}


f = function(x) exp(x)-pi*x
Steffensen(f, 0, 1e-8)
```

```
## i               x_i             f(x)            Error est.
##  1.00000000      0.70258722     -0.18827338      0.70258722
##  2.00000000      0.55790573     -0.00570259      0.14468149
##  3.00000000      0.55383116     -0.00000578      0.00407457
##  4.00000000      0.55382704     -0.00000000      0.00000412
##  5.00000000      0.55382704      0.00000000      0.00000000
## Cero de la función:  0.5538270366445135  con error <=
4.232725281383409e-12 Iteraciones:  5
```

Figura 13. Gráfica errores e iteraciones

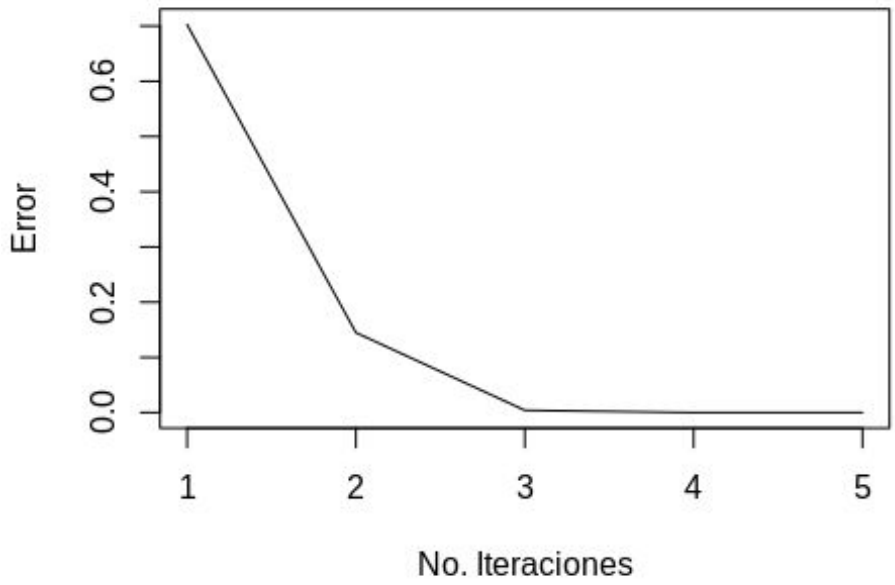
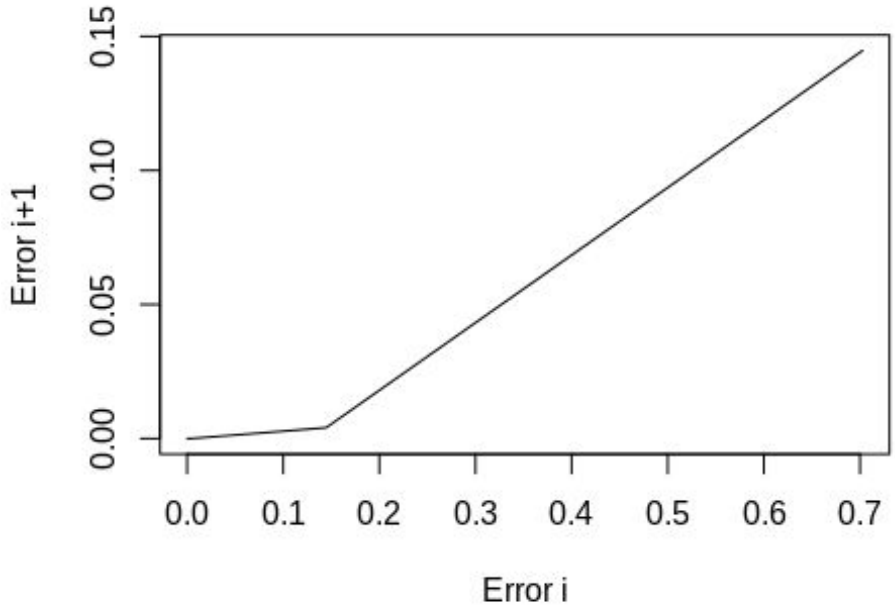


Figura 14. Gráfica errores



Secante

Este algoritmo cuenta con una convergencia lineal y a diferencia del método de Newton, por medio de la pendiente de la recta que existe entre dos puntos que son ingresados como parámetros se intenta hallar la raíz de una función acotando la distancia entre las imágenes de estos puntos en la función a cero.

Para este algoritmo contabamos con cinco parámetros, la función de la cual queríamos obtener su raíz, dos valores x0 y x1 (un intervalo donde se encuentra la raíz de la función) , la toleracia y el valor máximo de iteraciones.

PASO 1: Calcular las imágenes en el intervalo y1=f(x1) y y0 = f(x0). PASO 2: Mientras que |x1-x0| > tol y no se hayan sobrepasado el número de iteraciones continuar al paso 3. PASO 3: Calcular el valor de la pendiente de la recta que se forma entre los dos puntos x0 y x1.

$$m = \frac{y1-y0}{x1-x0}$$

PASO 4: Actualizar los valores:

$$x0 = x1$$

$$x1 = \frac{x1-y1}{m}$$

$$y0 = y1$$

$$y1 = f(x1)$$

PASO 5: Calcular diferencia error = |x1-x0|

Así la raíz aproximada está en x0 y en x1 que dependiendo del valor de la tolerancia del error tienen una menor diferencia entre ellos a medida de la cantidad de iteraciones realizadas.

Dada la función $e^x - \pi x$ con un valor inicial de x0 igual a 0 y un valor de x1 igual a 2, un máximo de iteraciones igual a 1000 y una tolerancia de 10^-8, obtenemos los siguientes resultados:

```
Secante = function (f,x0,x1,tol,maxiter)
{
  y0=f(x0)
  y1=f(x1)
  i=1
  Iteraciones = c()
  Errores = c()
  Errori = c()
  Errorj = c()
  cat(formatC(c("i","x_1","x_2","Error est."), width = -15, format = "f",
flag = " "),"\n")
  while(abs(x1-x0)>tol&&i<=maxiter)
  {
    i=i+1
```

```
    pendiente = (y1-y0)/(x1-x0)
    if(pendiente==0)
    {
      cat("Halle")
      return(cero=NA,f.cero = NA, iter=k,ErrorEst=NA)
    }

    x0 = x1;y0=y1
    x1=x1-y1/pendiente;y1=f(x1)
    Iteraciones = c(Iteraciones, i)
    Error = abs(x1-x0)
    Errores = c(Errores, Error)
    cat(formatC( c(i,x0,x1,Error), digits = 8, width = -15, format = "f",
flag = " "), "\n")
  }
  if(i>maxiter)
  {
    cat("Número m?ximo de iteraciones alcanzado")
    cat("Número de iteraciones: ",i, "X0: ", x0, "X2: ", x1, "Error: ",
abs(x1-x0))
  }
  cat("Número de iteraciones: ",i, "X0: ", x0, "X1: ", x1, "Error: ",
abs(x1-x0))
  plot(Iteraciones,Errores, type = "l", main="Figura 15. Gráfica errores e
iteraciones",xlab = "No. Iteraciones",ylab="Error")
  #Errores Ei vs Ei+1
  for(b in 1:i){
    if(b!=i){
      Errori[b]=Errores[b]
      Errorj[b]=Errores[b+1]
    }
  }
  plot(Errori,Errorj, type = "l", main="Figura 16. Gráfica errores",xlab =
"Error i",ylab="Error i+1")

}
f=function(x) (x-1.35)^3
Secante(f,0,2,1e-8,1000)
```

```
## i               x_1             x_2             Error est.
##  2.00000000      2.00000000      1.79917733      0.20082267
##  3.00000000      1.79917733      1.70026485      0.09891248
##  4.00000000      1.70026485      1.61106917      0.08919568
##  5.00000000      1.61106917      1.54803478      0.06303439
##  6.00000000      1.54803478      1.49921221      0.04882258
##  7.00000000      1.49921221      1.46271812      0.03649409
##  8.00000000      1.46271812      1.43506480      0.02765332
##  9.00000000      1.43506480      1.41422037      0.02084443
```

```
##  10.00000000     1.41422037      1.39847653      0.01574384
##  11.00000000     1.39847653      1.38659443      0.01188210
##  12.00000000     1.38659443      1.37762415      0.00897028
##  13.00000000     1.37762415      1.37085290      0.00677125
##  14.00000000     1.37085290      1.36574138      0.00511153
##  15.00000000     1.36574138      1.36188282      0.00385856
##  16.00000000     1.36188282      1.35897007      0.00291275
##  17.00000000     1.35897007      1.35677131      0.00219876
##  18.00000000     1.35677131      1.35511151      0.00165980
##  19.00000000     1.35511151      1.35385856      0.00125294
##  20.00000000     1.35385856      1.35291274      0.00094582
##  21.00000000     1.35291274      1.35219877      0.00071398
##  22.00000000     1.35219877      1.35165980      0.00053897
##  23.00000000     1.35165980      1.35125295      0.00040685
##  24.00000000     1.35125295      1.35094582      0.00030712
##  25.00000000     1.35094582      1.35071398      0.00023184
##  26.00000000     1.35071398      1.35053897      0.00017501
##  27.00000000     1.35053897      1.35040685      0.00013211
##  28.00000000     1.35040685      1.35030712      0.00009973
##  29.00000000     1.35030712      1.35023184      0.00007528
##  30.00000000     1.35023184      1.35017501      0.00005683
##  31.00000000     1.35017501      1.35013211      0.00004290
##  32.00000000     1.35013211      1.35009973      0.00003238
##  33.00000000     1.35009973      1.35007528      0.00002445
##  34.00000000     1.35007528      1.35005683      0.00001845
##  35.00000000     1.35005683      1.35004290      0.00001393
##  36.00000000     1.35004290      1.35003238      0.00001052
##  37.00000000     1.35003238      1.35002445      0.00000794
##  38.00000000     1.35002445      1.35001845      0.00000599
##  39.00000000     1.35001845      1.35001393      0.00000452
##  40.00000000     1.35001393      1.35001052      0.00000341
##  41.00000000     1.35001052      1.35000794      0.00000258
##  42.00000000     1.35000794      1.35000599      0.00000195
##  43.00000000     1.35000599      1.35000452      0.00000147
##  44.00000000     1.35000452      1.35000341      0.00000111
##  45.00000000     1.35000341      1.35000258      0.00000084
##  46.00000000     1.35000258      1.35000195      0.00000063
##  47.00000000     1.35000195      1.35000147      0.00000048
##  48.00000000     1.35000147      1.35000111      0.00000036
##  49.00000000     1.35000111      1.35000084      0.00000027
##  50.00000000     1.35000084      1.35000063      0.00000021
##  51.00000000     1.35000063      1.35000048      0.00000015
##  52.00000000     1.35000048      1.35000036      0.00000012
##  53.00000000     1.35000036      1.35000027      0.00000009
##  54.00000000     1.35000027      1.35000021      0.00000007
##  55.00000000     1.35000021      1.35000015      0.00000005
##  56.00000000     1.35000015      1.35000012      0.00000004
##  57.00000000     1.35000012      1.35000009      0.00000003
```

```
##  58.00000000     1.35000009      1.35000007      0.00000002
##  59.00000000     1.35000007      1.35000005      0.00000002
##  60.00000000     1.35000005      1.35000004      0.00000001
##  61.00000000     1.35000004      1.35000003      0.00000001
## Número de iteraciones:  61 X0:  1.350000037963421 X1:  1.350000028657739
Error:  9.305682446836272e-09
```

Figura 15. Gráfica errores e iteraciones

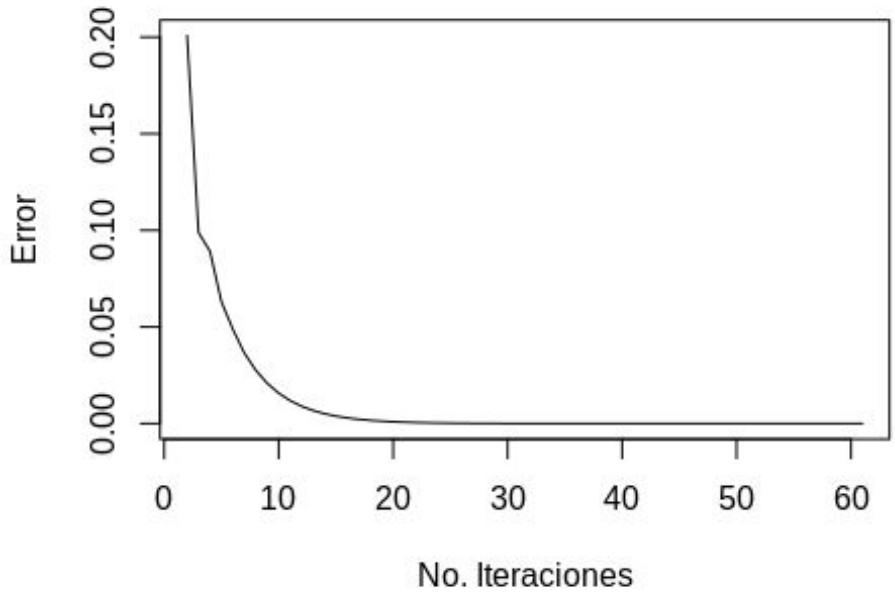
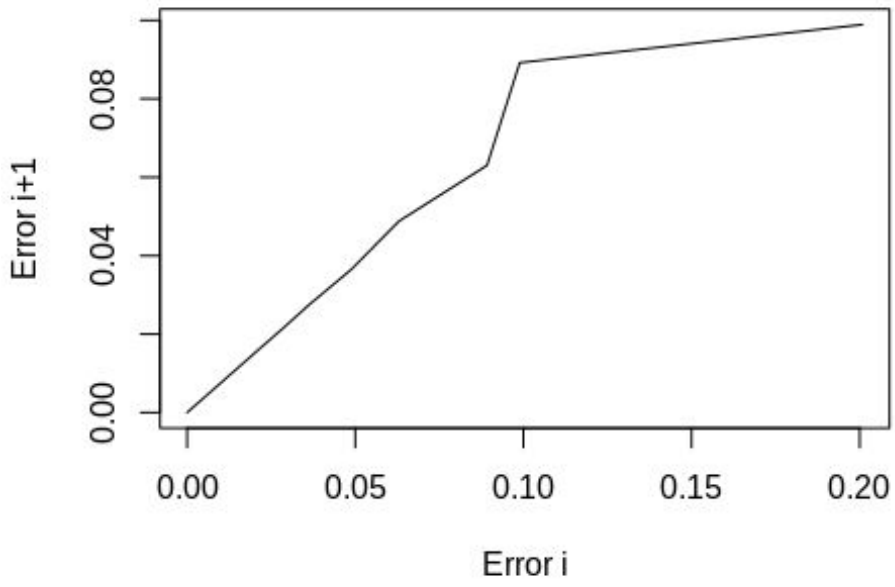


Figura 16. Gráfica errores



RegulaFalsi

Este algoritmo funciona a partir de un intervalo [a,b] en donde sus imágenes tienen signos opuestos para verificar que existe una raíz en ese intervalo, así acotando este, se encuentra la raíz de esta función a partir de calcular un punto que se encuentra en el intervalo el cual es la intersección de la recta que pasa por los puntos a y b en la función y verificando que la imágen de este punto sea cercano a cero.

Para este algoritmo contabamos con cinco parámetros, la función de la cual queríamos obtener su raíz, dos valores x0 y x1 (un intervalo donde se encuentra la raíz de la función) , la toleracia y el valor máximo de iteraciones.

PASO 1: Calcular las imágenes en el intervalo y1=f(x1) y y0 = f(x0). PASO 2: Mientras que no se hayan sobrepasado el número de iteraciones continuar al paso 3. PASO 3: Calcular el valor del punto medio

$$x2 = \frac{x0*y1-x1*y0}{y1-y0}$$

PASO 4: Si |f(x2)| < = tol, terminar el ciclo y la raíz de la función es x2. PASO 5: Si el signo de f(x2) es diferente al signo de f(x0) entonces:

$$x1 = x2$$

$$y1 = f(x2)$$

PASO 6: Si no, entonces:

$$x0 = x2$$

$$y0 = f(x2)$$

PASO 7: Calcular diferencia error = |x1-x0|

Dada la función $e^x - \pi x$ con un valor inicial de x0 igual a 0 y un valor de x1 igual a 1, un máximo de iteraciones igual a 1000 y una tolerancia de 10^-8, obtenemos los siguientes resultados:

```
RegulaFalsi= function(f, x0, x1, maxiter, tol)
{
  f0 = f(x0)
  f1 = f(x1)
  Iteraciones = c()
  Errores = c()
  Errori = c()
  Errorj = c()
  i = 1
  last = x1
  cat(formatC(c("i","x_i","f(x)","Error est."), width = -15, format = "f",
flag = " "),"\n")
  while(i <= maxiter)
```

```
  {
     x2 =(x0*f1-x1*f0)/(f1-f0)
    f2 = f(x2)
    if(abs(f2)<= tol)
    {
      break
    }
    Iteraciones = c(Iteraciones, i)
    Error = abs(x1 - x0)
    Errores = c(Errores, Error)
    if(sign(f2) == sign(f0))
    {
      x0 = (x0*f1-x1*f0)/(f1-f0)
      last = x0
      f0 = f2
    }
    else
    {
      x1 = (x0*f1-x1*f0)/(f1-f0)
      last = x1
      f1 = f2
    }
    cat(formatC( c(i,x2,f(x2),Error), digits = 8, width = -15, format = "f",
flag = " "), "\n")
    i = i+1
  }
  cat("Cero de la función: ", x2, " con un error <=", abs(x2 - last),
"Iteraciones: ", i)
  plot(Iteraciones,Errores, type = "l",main="Figura 17. Gráfica errores e
iteraciones", xlab = "No. Iteraciones",ylab="Error")
  #Errores Ei vs Ei+1
  for(b in 1:i){
    if(b!=i){
      Errori[b]=Errores[b]
      Errorj[b]=Errores[b+1]
    }
  }
  plot(Errori,Errorj, type = "l",main="Figura 18. Gráfica errores", xlab =
"Error i",ylab="Error i+1")
}
f = function(x) exp(x)-pi*x;
RegulaFalsi(f,0,1,1000,1e-8)
```

```
## i               x_i             f(x)            Error est.
##  1.00000000      0.70258722     -0.18827338      1.00000000
##  2.00000000      0.59126733     -0.05124498      0.70258722
##  3.00000000      0.56244485     -0.01201474      0.59126733
##  4.00000000      0.55576745     -0.00271659      0.56244485
```

```
##  5.00000000      0.55426175     -0.00060917      0.55576745
##  6.00000000      0.55392432     -0.00013635      0.55426175
##  7.00000000      0.55384880     -0.00003051      0.55392432
##  8.00000000      0.55383191     -0.00000682      0.55384880
##  9.00000000      0.55382813     -0.00000153      0.55383191
##  10.00000000     0.55382728     -0.00000034      0.55382813
##  11.00000000     0.55382709     -0.00000008      0.55382728
##  12.00000000     0.55382705     -0.00000002      0.55382709
## Cero de la función:  0.5538270393720905  con un error <=
9.465210504266963e-09 Iteraciones:  13
```

Figura 17. Gráfica errores e iteraciones

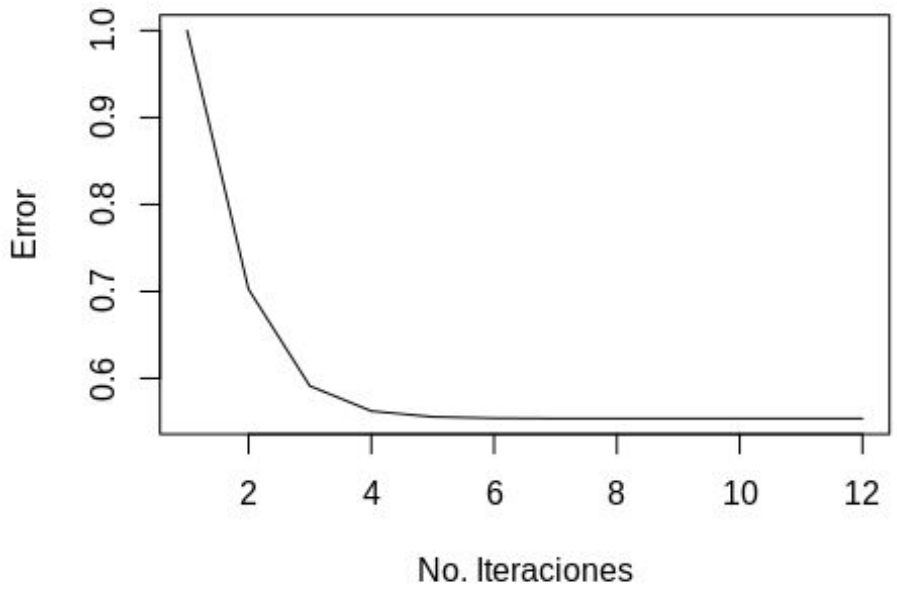
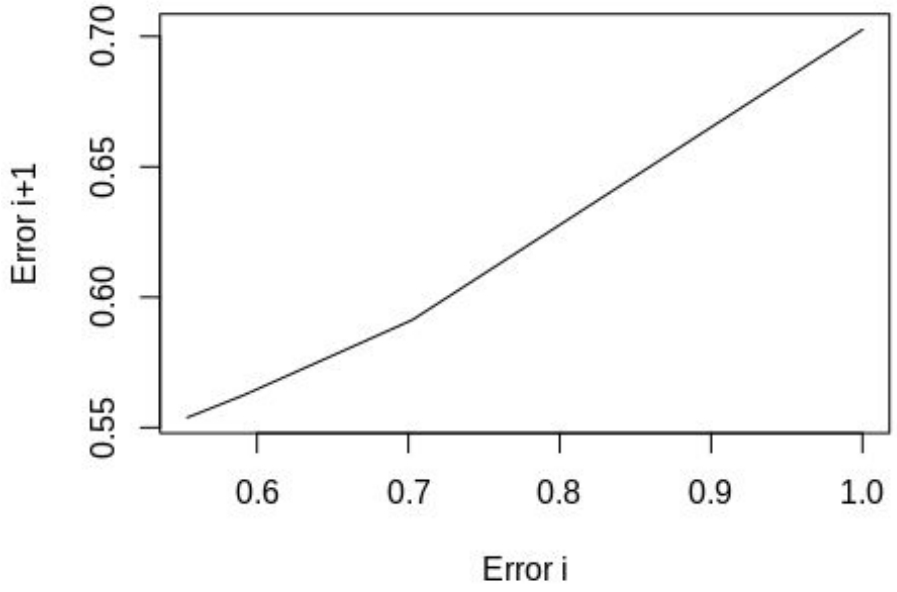


Figura 18. Gráfica errores



Ilinois

Este algoritmo funciona a partir de un intervalo [a,b] en donde se encuentra la raíz, calculando un punto medio en el intervalo y verificando los signos de las imagenes en a , b y en el caso que tenga un mismo signo este punto medio será la raíz de la función.

Para este algoritmo contabamos con cinco parámetros, la función de la cual queríamos obtener su raíz, dos valores x0 y x1 (un intervalo donde se encuentra la raíz de la función), un valor de toleracia y un valor máximo de iteraciones.

PASO 1: Calcular las imágenes en el intervalo y1=f(x1) y y0 = f(x0). PASO 2: Mientras que no se hayan sobrepasado el número de iteraciones continuar al paso 3. PASO 3: Calcular el valor del punto medio

$$x2 = \frac{x1 * y0 - x0 * y1}{y0 - y1}$$

PASO 4: Si |f(x1-x0)| < = tol * |x1+x0|, terminar el ciclo. PASO 5: Si f(x2) * y1 > 0 entonces:

$$x1 = x2$$

$$y1 = f(x2)$$

$$y0 *= 0.5$$

PASO 6: Si no, si y0 * f(x2) > 0 entonces:

$$x1 = x2$$

$$y0 = y2$$

$$y1 *= 0.5$$

PASO 7: Si no, terminar el ciclo y el valor de la raíz de la función está en x2. PASO 8: Calcular diferencia error = |x1-x0|

Dada la función $e^x - \pi x$ con un valor inicial de x0 igual a 0 y un valor de x1 igual a 1, un máximo de iteraciones igual a 1000 y una tolerancia de 10^-8, obtenemos los siguientes resultados:

```
Illinois=function(f,s,t,e,maxiter)
{
  fs = f(s)
  ft = f(t)
  side=0
  i = 1
  Iteraciones = c()
  Errores = c()
  Errori = c()
  Errorj = c()
```

```
  cat(formatC(c("i","x_i","f(x)","Error est."), width = -15, format = "f",
flag = " "),"\n")

  while(i <= maxiter)
  {
    r = (fs*t-ft*s)/(fs-ft)
    if(abs(t-s)<e*abs(t+s))
      break
    fr = f(r)
    Iteraciones = c(Iteraciones, i)
    Error = abs(t-s)
    Errores = c(Errores, Error)
    cat(formatC( c(i,r,f(r),Error), digits = 8, width = -15, format = "f",
flag = " "), "\n")

    if(fr * ft > 0)
    {
      t=r
      ft=fr
      if(side==-1)
        fs= fs*0.5
      side = -1
    }
    else if(fs*fr >0)
    {
      s = r
      fs = fr
      if(side == +1){
        ft = ft*0.5
      }
      side = +1
    }
    else
      break
    i = i + 1
  }
  cat("Cero de funcion: ", r, " con error <=", abs(t - s), "Iteraciones: ",
i)
  plot(Iteraciones,Errores, type = "l",main="Figura 19. Gráfica errores e
iteraciones", xlab = "No. Iteraciones",ylab="Error")
  #Errores Ei vs Ei+1
  for(b in 1:i){
    if(b!=i){
      Errori[b]=Errores[b]
      Errorj[b]=Errores[b+1]
    }
  }
  plot(Errori,Errorj, type = "l",main="Figura 20. Gráfica errores", xlab =
```

```
"Error i",ylab="Error i+1")
}

f= function(x) exp(x)-pi*x
Illinois(f,0,1,1e-8,1000)

## i               x_i             f(x)            Error est.
##  1.00000000      0.70258722     -0.18827338      1.00000000
##  2.00000000      0.59126733     -0.05124498      0.70258722
##  3.00000000      0.53630178      0.02483068      0.59126733
##  4.00000000      0.55424223     -0.00058183      0.05496555
##  5.00000000      0.55383148     -0.00000623      0.01794046
##  6.00000000      0.55382269      0.00000609      0.01752970
##  7.00000000      0.55382704     -0.00000000      0.00000879
##  8.00000000      0.55382704      0.00000000      0.00000435
## Cero de funcion:  0.5538270366445137  con error <= 4.34623589407046e-06
Iteraciones:  8
```

Figura 19. Gráfica errores e iteraciones

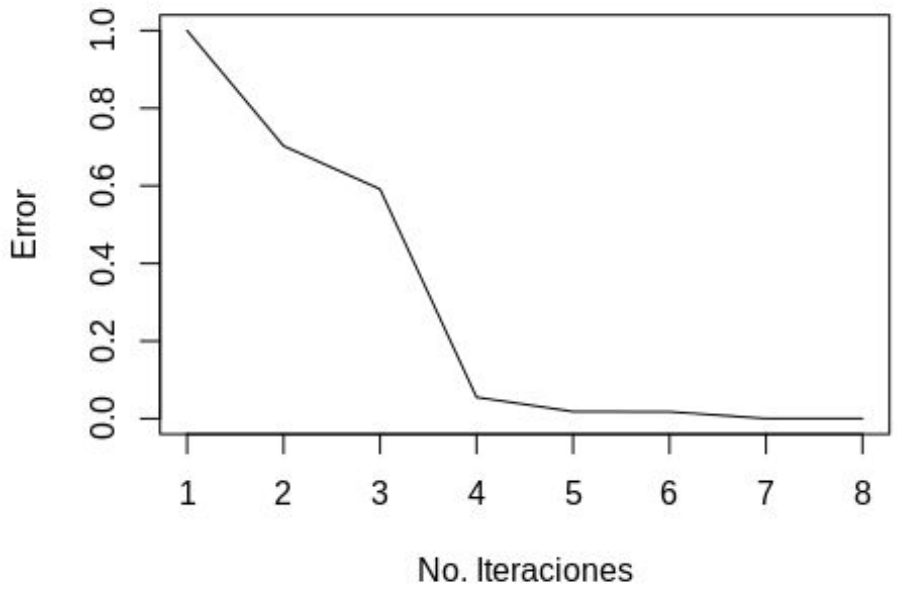
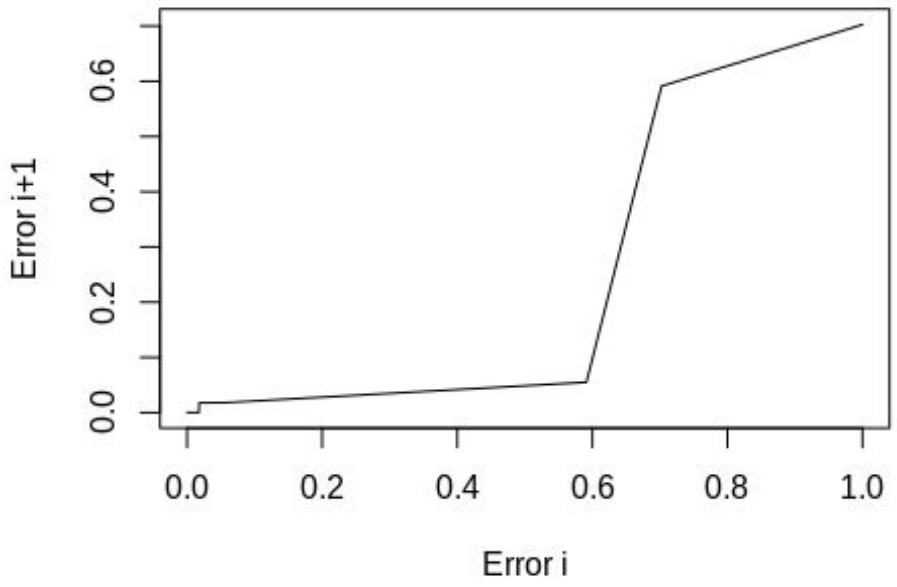


Figura 20. Gráfica errores



Intersección entre dos curvas polares

Para este algoritmo contabamos con un intervalo [a,b] en donde se encuentra una intersección entre las dos curvas, así como las dos curvas en coordenadas polares para así hallar el punto de corte entre ambas funciones y un valor de tolerancia.

Para resolver esta incognita utilizamos el método de bisección, así acotando por medio de este intervalo podiamos encontrar el puto de corte entre las dos curvas.

PASO 1: Teniendo dos funciones polares igualadas a r y restanto una de ellas con la otra podiamos igualarlas a 0, así obteniamos una sola función en términos de theta igualada a cero. PASO 2: Por medio del método de bisección hallabamos en valor aproximado de theta, lo que corresponde a la intersección de las dos curvas reeemplazando ese valor y encontrando el valor de r.

Dada una tolerancia de $10^{-}8$, la función $r = sin(\theta)$ y $r = sin(2\theta)$ obtenemos $0 = sin(\theta) - sin(2\theta)$, estas dos curvas tiene tres interceptos, por lo que por medio de tres diferentes intervalos:

$$1)[\tfrac{\pi}{4}, \tfrac{\pi}{2}]$$

$$2)[\tfrac{\pi}{4}, 2\pi]$$

$$3)[0, 2\pi]$$

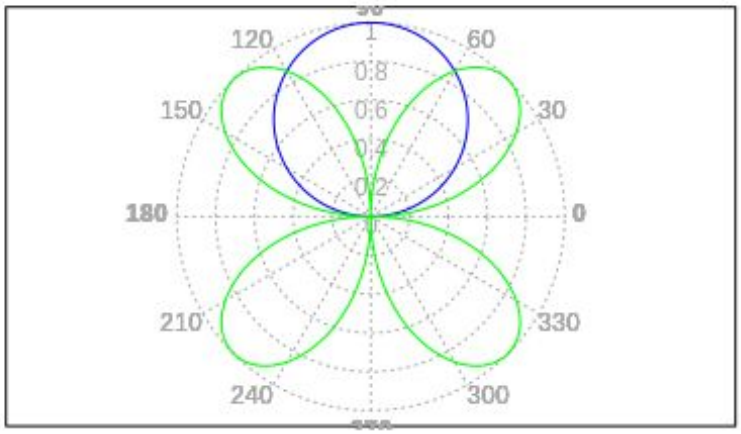
Hallamos el valor de cada uno de estos y así obtenemos los siguientes resultados:

```
#install.packages("pracma")

require(pracma)

## Loading required package: pracma

r1= function (x) sin(x)
r2 = function (x) sin(2*x)
R = function (x) r1(x)-r2(x)
biseccion = function(f, a1, b1, tol)
{
  a = a1;
  b = b1;
  i = 0;
  errores = c()
  iteraciones = c()
  Errori = c()
  Errorj = c()
  if( sign(f(a1)) == sign(f(b1)) )
  {
    i=200
    cat("lol")
  }
```

```
  repeat
  {

    m = a + 0.5 * ( b - a )
    if(f(m) == 0)
    {
      cat(" el intersecto es aproximadamente: ",m,"\n")
    }
    if(sign(f(a)) != sign(f(m)))
    {
      b = m
    }
    else
    {
      a = m
    }
    #Calcular el error generado

    estError = ( b - a ) / 2
    errores = c(errores,estError)
    iteraciones = c(iteraciones,i)
    # Hacer update de Index (Iteraciones)
    i = i + 1
    #Condici?n del ciclo (Tolerancia de Error)
    if( estError < tol || i>200)
    {
      cat(" el intersecto es aproximadamente: ",m," con un error de:
",estError,"\n")

      break;
    }
  }
  if(i>=200){
    cat("No se encontr? una intersecci?n en el cuadrante limitado por:
",a1,b1)
  }


    plot(iteraciones,errores, type = "l", main="Figura 22. Gráfica errores e
iteraciones [ Intervalo 1) ]",xlab = "N iteraciones",ylab="Error")

  #Error i y Error i+1=j
  for(b in 1:i){
    if(b!=i){
      Errori[b]=errores[b]
      Errorj[b]=errores[b+1]
    }
```

```
  }

    plot(Errori,Errorj, type = "l", main="Figura 23. Gráfica errores [
Intervalo 1) ]", xlab = "Error i+1",ylab="Error i")

}

polarIntersect=function(R,r1,r2){
  Sec<-seq(0,2*pi,pi/100)
  polar(Sec,r1(Sec), main="Figura 21. Gráfica curvas en coordenadas
polares",col = "blue")
  polar(Sec,r2(Sec),col = "green",add = TRUE)
    cat("En el cuadrante limitado por: pi/4 y pi/2 , ")
   biseccion(R,pi/4,pi/2,0.000000001)



}
polarIntersect(R,r1,r2)
```

Figura 21. Gráfica curvas en coordenadas polare




```
## En el cuadrante limitado por: pi/4 y pi/2 ,  el intersecto es
aproximadamente:  1.047197551684237  con un error de:  7.314590044771307e-10
```

Figura 22. Gráfica errores e iteraciones [Intervalo 1

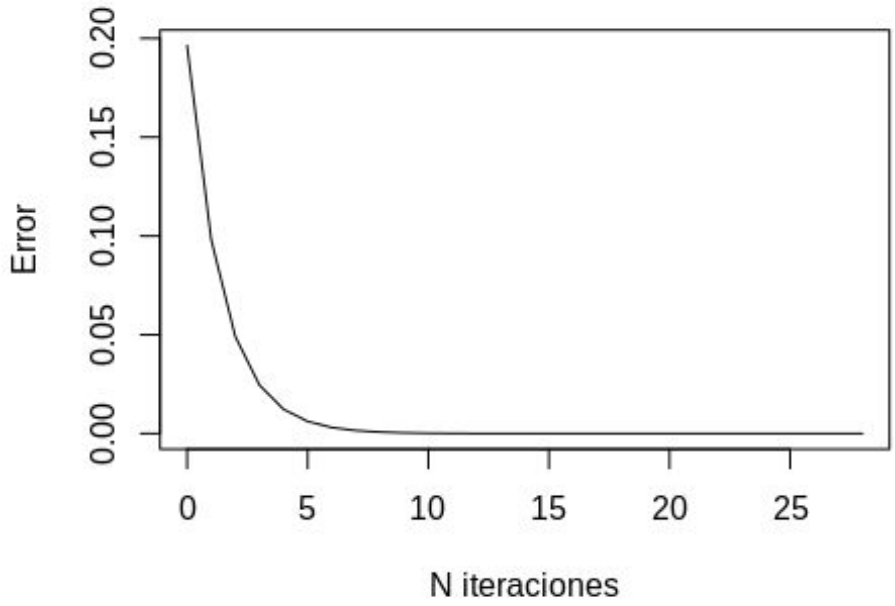
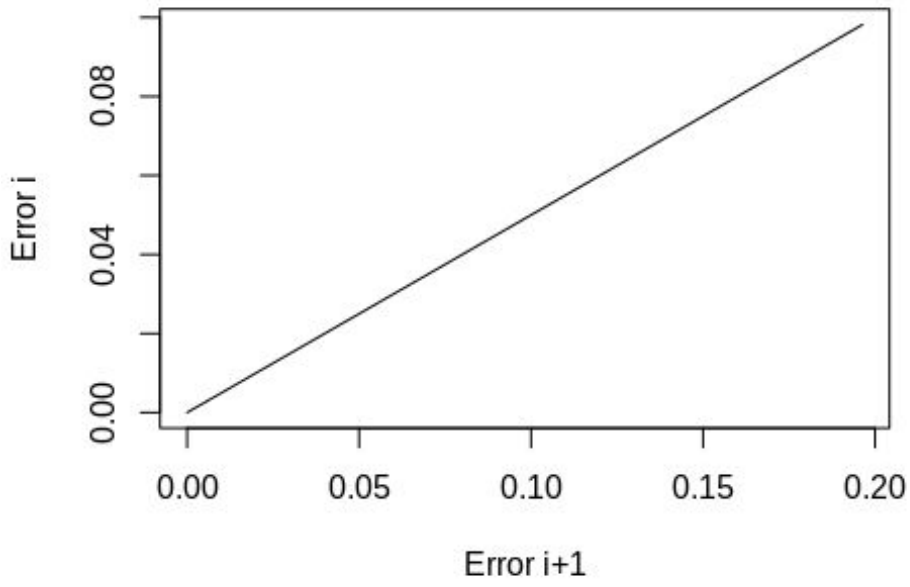


Figura 23. Gráfica errores [Intervalo 1)]




```
## En el cuadrante limitado por: pi/4 y pi/2 ,  el intersecto es
aproximadamente:  1.047197551684237  con un error de:  7.314590044771307e-10
```

Figura 24. Gráfica errores e iteraciones [Intervalo 2

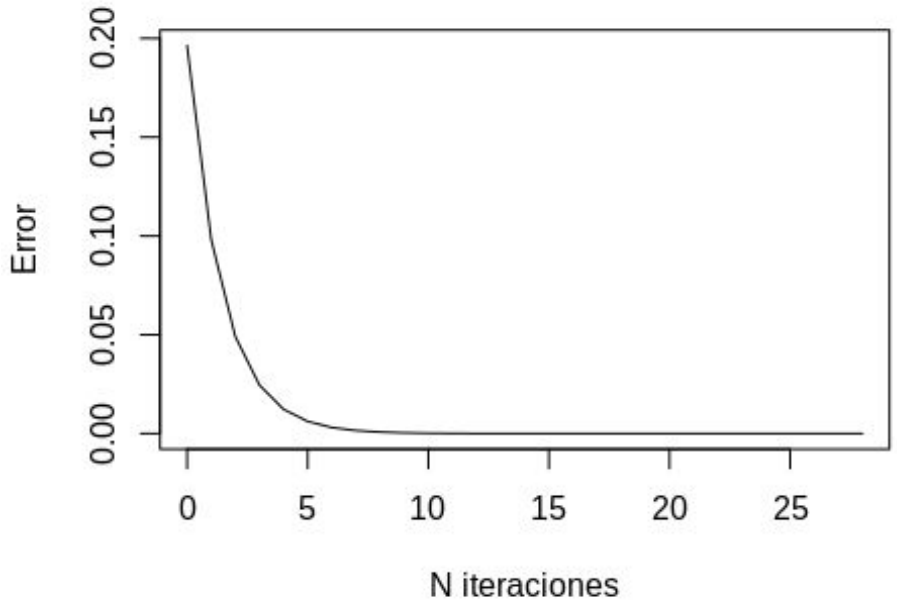
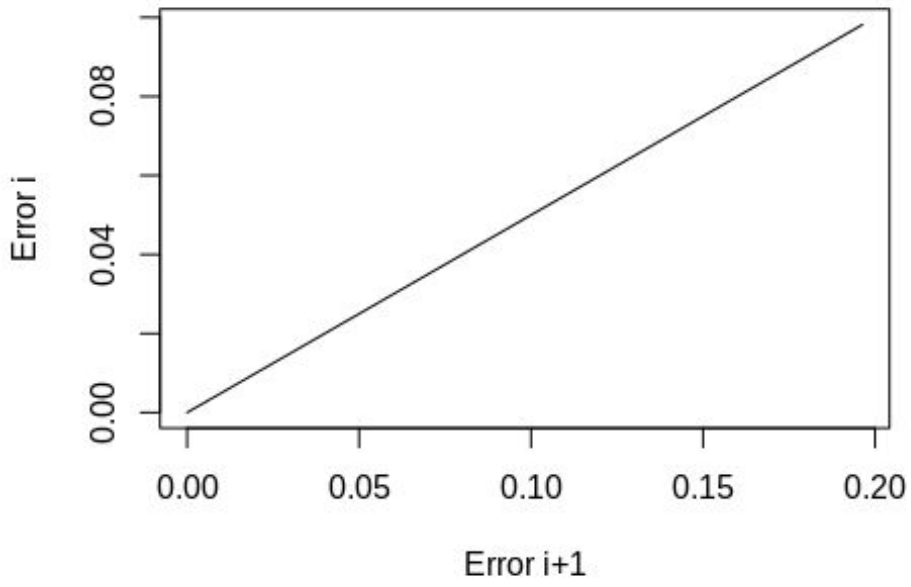


Figura 25. Gráfica errores [Intervalo 2)]



```
## En el cuadrante limitado por: 0 y 2*pi ,  el intersecto es
aproximadamente:  1.170334463413728e-08  con un error de:
5.851672317068638e-09
```

Figura 26. Gráfica errores e iteraciones [Intervalo 3

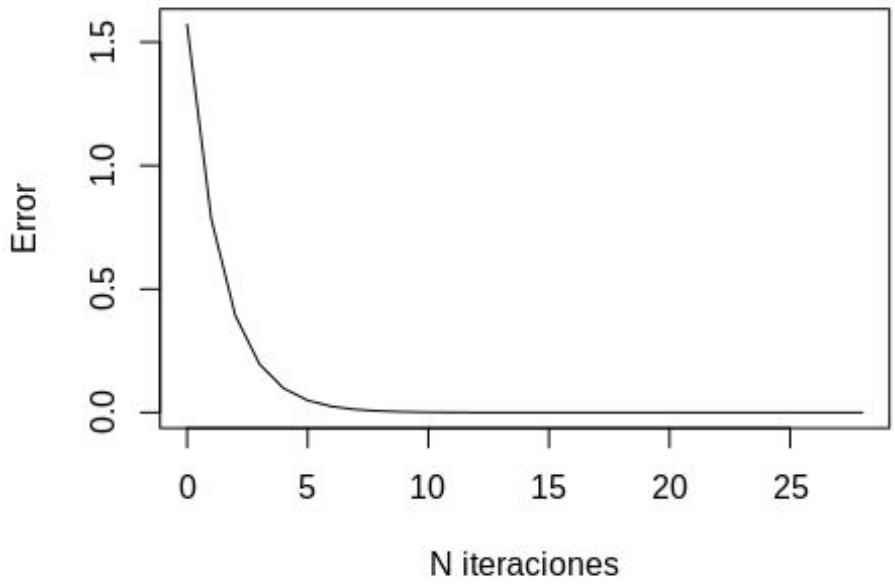
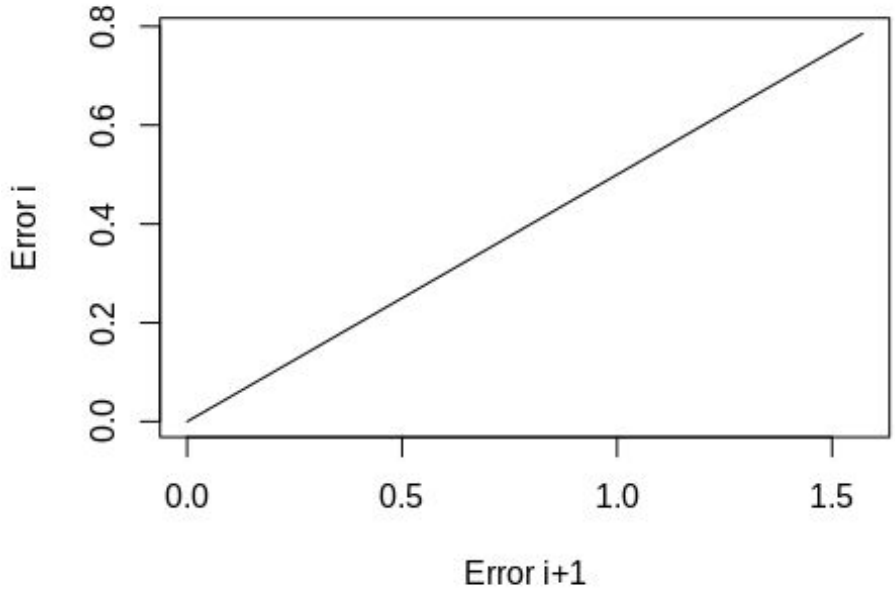


Figura 27. Gráfica errores [Intervalo 3)]



Paramétricas

Para este algoritmo contabamos con un función parametrizada en la varible t y aplicando algoritmo de newton resolvíamos esta ecuación paramétrica, por tanto contabamos con una toleracia , el valor inicial de x0 (el cual es un valor cercano a la raíz) y el valor máximo de iteraciones que se podrán realizar, para resolver esta ecuación.

Dada la parametrización $a(t) = (cos(t)-1, sin(t), t)$:

PASO 1: Hallar un t tal que:

$$a(t) = (0, 0, t)$$

$$cos(t)-1 = 0$$

$$sen(t) = 0$$

PASO 2: Así igualando ambas ecuaciones encontramos que:

$$cos(t)-1 = sen(t)$$

La cual es una función con una sola incognita.

PASO 3: Así, aplicando el método de Newton, explicado anteriormente encontramos la solución a la función:

$$cos(t)-1-sen(t) = 0$$

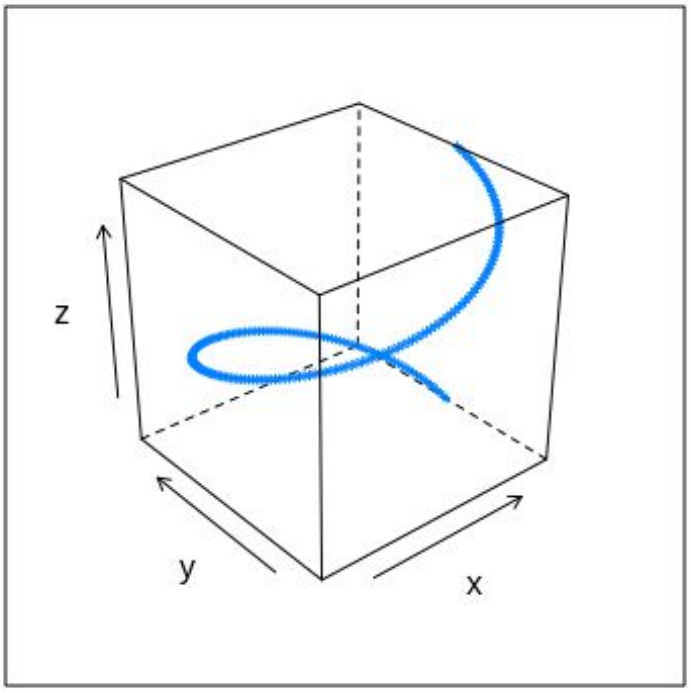
Dada una tolerancia de $10^{-}8$, la parametrización $a(t) = (cos(t)-1, sin(t), t)$ y un valor de $x0 = 1,6$, obtenemos los siguientes resultados:

```
#install.packages("pracma")
require("pracma")
#install.packages("lattice")
require("lattice")
```

```
## Loading required package: lattice
```

```
Newton = function (f,x0,tol,maxiter){
  k=0
  errores = c()
  iteraciones = c()
  Errori=c()
  Errorj=c()
  cat(formatC(c("x0","x1","dx","Error est."), width = -15, format = "f", flag
= " "),"\n")
  repeat{

    correcion = f(x0)/fderiv(f,x0,n=1,h=0)
    x1 = x0 - correcion
```

```
    dx = abs(x1-x0)
    x0 = x1
    errores[k+1]=abs(correcion)
    iteraciones[k+1]=k+1
    k = k+1
    cat(formatC( c(x0,x1,dx,correcion), digits = 7, width = -15, format =
"f", flag = " "), "\n")
    if(dx<=tol || k >maxiter)
      break

  }
  for(b in 1:(k+1)){
    if(b!=k+1){
      Errori[b]=errores[b]
      Errorj[b]=errores[b+1]
    }
  }
  if(k > maxiter){
    cat("Numero m?ximo de Iteraciones alcanzado.")
    cat("T tal que a(t)=(0,0,t): ",x1,"  Error Estimado: ", correcion)
  }
  else{
    cat("T tal que a(t)=(0,0,t): ",x1," Error Estimado: ", correcion)

  }
  plot(iteraciones,errores,type = "l", main="Figura 28. Gráfica errores e
iteraciones", xlab = "N iteraciones", ylab= "Error")
  plot(Errori,Errorj, type = "l", main="Figura 29. Gráfica errores", xlab=
"Error i", ylab = "Error i+1")

}

z=function(t) t
x= function(t) cos(t)
y= function(t) sin(t)-1
Ft= function(t) x(t)-y(t)
Ftp = function(t) D(Ft ~ t)
 t<-seq(0, 2*pi, length.out=200)
  cloud(z~x+y,data.frame(x=cos(t),y=sin(t)-1, z=t))
```




```
Newton(Ft,1.6,1e-8,1000)
```

```
## x0              x1              dx              Error est.
##  1.5703484       1.5703484       0.0296516       0.0296516
##  1.5707962       1.5707962       0.0004478      -0.0004478
##  1.5707963       1.5707963       0.0000001      -0.0000001
##  1.5707963       1.5707963       0.0000000      -0.0000000
## T tal que a(t)=(0,0,t):  1.570796326794897  Error Estimado:
-4.946213648403155e-15
```

Figura 28. Gráfica errores e iteraciones

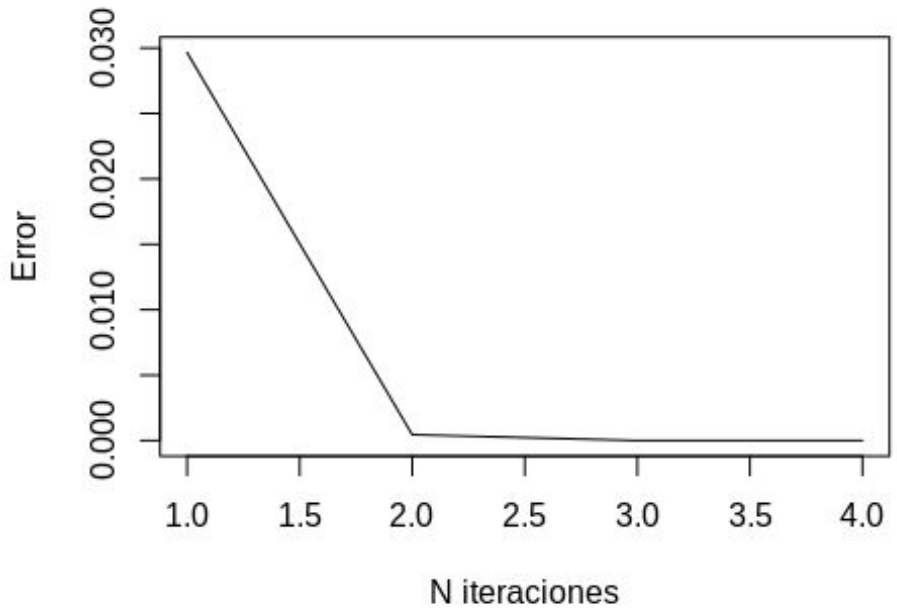
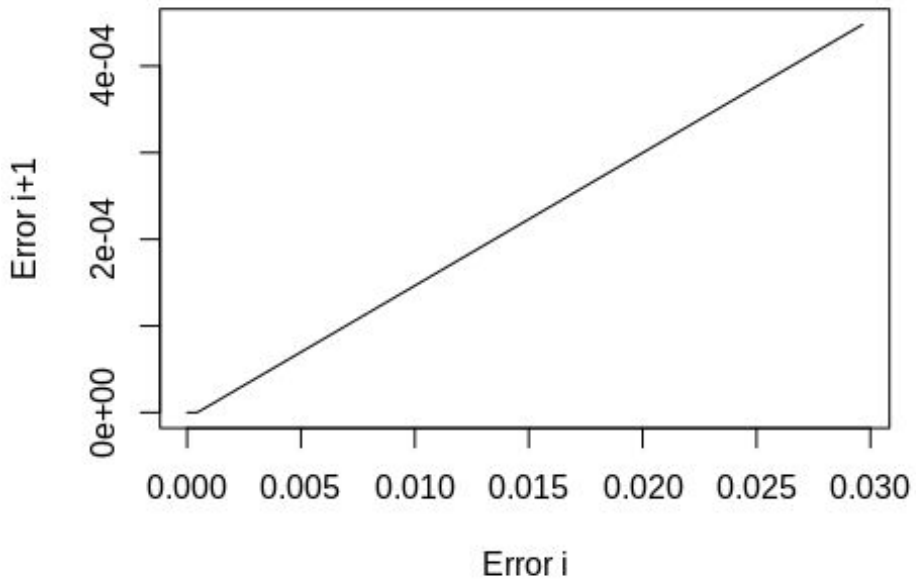


Figura 29. Gráfica errores



Solución taller:

Primer punto:

Suponga que un dispositivo solo puede almacenar únicamente los cuatro primeros dígitos decimales de cada número real, y trunca los restantes (esto es redondeo inferior).Calcule el error de redondeo si se quiere almacenar el número 536.78.

Para resolver este ejercicio contabamos con dos parámetros el número que se va a almacenar n y el número de decimales que se pueden almacenar nd.

PASO 1: Mientras que el número n sea mayor a 1 entonces contamos en i la cantidad de iteraciones y actualizamos el valor de n:

$$n = n/10$$

PASO 2: Calcular el valor del error r:

$$r = n - \frac{truncamiento(n*10^n d)}{10^n d}$$

PASO 3: Además calculamos el valor por el cual está acotado el error por el lado izquierdo y derecho :

$$izquierdo = -1 * 10^(i-nd)$$

$$derecho = 1 * 10^(i-nd)$$

Así con un número n igual a 536.78 y un número de decimales nd igual a 4, obtenemos el siguiente resultado:

```
#numero representa el n?mero que se va a almacenar en el sistema
#NDecimales representa la cantidad de decimales que se pueden almacenar
ErrorRedondeo = function (numero, NDecimales){
  n = 0
  numero= abs(numero)

  while(numero>1){
    numero=numero/10
    n=n+1
  }
  R=numero-trunc(numero*10^4)/10^4
  izquierda=-1*10^(n-NDecimales)
  derecha=1*10^(n-NDecimales)
  cat("Error de redondeo" ,R ,"está acotado por: "
      ,izquierda,"<",R,"<"
      ,derecha)
}
ErrorRedondeo(536.78,4)
```

```
## Error de redondeo 8.000000000008001e-05 está acotado por:  -0.1 <
8.000000000008001e-05 < 0.1
```

Segundo punto:

Implemente en cualquier lenguaje el siguiente algoritmo que sirve para calcular la raíz cuadrada. Aplíquelo para evaluar la raíz cuadrada de 7, analice su precisión, como podría evaluar la convergencia y validez del algoritmo.

Para resolver este ejercicio contabamos con tres parámetros el número que se va a calcular su raíz cuadrada n, un dato x y el valor del error permitido e.

PASO 1: Calcular el valor de y, la cual es la variable que guardará la respuesta :

$$y = 0.5 * (x + \frac{n}{x})$$

PASO 2: Empezar el ciclo : PASO 3:Si |x-y| < e, terminar el ciclo y el valor de la raíz del número n se encuentra en y. PASO 4:Si no, actualizar los valores

$$x = y$$

$$0.5 * (x + \frac{n}{x})$$

y volvemos al PASO 2.

Así con un número n igual a 7 , x igual a 100 y un error igual a $10^{-}9$, obtenemos los siguientes resultados:

```
#n representa el numero cuyo raiz quiero encontrar
#Error representa la tolerancia o el error del resultado
squareRoot = function(n, Error)
{
  x = 100;
  y = 0.5*( x + n / x);
  repeat
  {
    if( abs(x - y) < Error)
    {
      cat("Raíz aproximada de ",n, " es: ", y , " Con un error de "
,abs(x-y))
      break;
    }
    x = y
    y = 0.5 * (x+n/x)
  }

}
squareRoot(7,1e-9)
```

```
## Raíz aproximada de  7  es:  2.645751311064591  Con un error de
9.00968188943807e-12
```

Tercer punto:

Utilizando el teorema de Taylor hallar la aproximación de e^0.5 con cinco cifras significativas.

Para resolver este ejercicio contabamos con dos parámetros el númerode polinomios de taylor n y x que representa el exponente de la expresión.

PASO 1: Inicializar las variables suma e i:

$$suma = 1, i = n$$

PASO 2: Mientras que i>0. PASO 3: Actualizar los valores de las variables:

$$suma = 1 + \frac{x*suma}{i}$$

$$i = i-1$$

Así en la variable suma se encunetra la aproximación del polinomio.

Así con un número n igual a 5 y x igual a 0.5, obtenemos los siguientes resultados:

```
#n representa el n?mero de polinomios de taylor
#x representa el exponente de la expresi?n
Aproximacion=function (n,x){
  suma=1
  i=n
  while(i>0){
    suma=1+x*suma/i
    cat("Polinomio: ",suma,"\n")
    i=i-1
  }
  cat(signif(suma,digits=5))
}
Aproximacion(5,0.5)
```

```
## Polinomio:  1.1
## Polinomio:  1.1375
## Polinomio:  1.189583333333333
## Polinomio:  1.297395833333333
## Polinomio:  1.648697916666667
## 1.6487
```

Cuarto punto:

Calcule el tamaño del error dado por las operaciones aritméticas, para la solución del siguiente problema: La velocidad de una partícula es constante e igual a 4 m/s con un error = 0.1m/s durante un timpo = 5sg con un error=0.1sg.Determine el error absoluto y relativo.

Para resolver este ejercicio contabamos con cuatro parámetros la velocidad media mv, el error de esta velocidad ev, el tiempo medio mt y el error de medición de este tiempo et.

PASO 1: Calcular el valor del error absoluto :

$$abs = mv * ev + mt * et$$

PASO 2: Calcular el valor del error relativo :

$$relativo = \frac{ev}{mv} + \frac{et}{mt}$$

Así con una velocidad media mv igual a 4, el error de esta velocidad ev igual a 0.1, el tiempo medio mt igual a 5 y el error de medición de este tiempo et. igual a 0.1, obtenemos los siguientes resultados:

```
#m_V representa la velocidad medida
#m_eV representa el error de la velocidad
#m_T representa el tiempo medido
#m_eT representa el error del tiempo
calcErrorD = function(m_V, m_T, m_eV, m_eT)
{
  v=m_V
  t=m_T
  d=v*t
  absError = v*m_eV+t*m_eT
  relError =  m_eV/v + m_eT/t
  cat("Distancia: ",d," Error Absoluto: " ,absError, "Error Relativo: ",
relError )
}
calcErrorD(4,5,0.1,0.1)

## Distancia:  20  Error Absoluto:  0.9 Error Relativo:  0.045
```

Quinto punto:

Evaluar el valor de un polinomio es una tarea que involucra para la máquina realizar un número de operaciones la cual debe ser mínimas. Como se puede evaluar el siguiente polinomio con el número mínimo de multiplicaciones.

Para resolver este ejercicio utilizamos el algoritmo de Horner ya que con un “polinomio de grado-n requiere al menos n sumas y multiplicaciones, si se calculan mediante la repetición de multiplicaciones. El algoritmo de Horner sólo requiere n sumas y

multiplicaciones"[3]. Por tanto por medio de este algoritmo podemos minimizar el número de multipliciones.

Para resolver este ejercicio contabamos con tres parámetros el polinomio a evaluar p, el valor del exponente máximo n y x0 que representa el x0 del polinomio.

PASO 1: Inicializar en valor de las variable:

$$resultado = p[1]$$

, valor de x en el polinomio en el término x^1 PASO 2: for con i empezando en 2 hasta llegar a n. PASO 3: Calcular el valor del resultado :

$$resultado = resultado * x0 + p[i]$$

, valor de x en el polinomio en el término x^i

Asé mismo con un polinomio a evaluar $p = 2 + 0x - 3x^2 + 3x^3 - 4x^4$, el valor del exponente máximo n igual a 4 y un x0 igual a -2, obtenemos los siguientes resultados:

$$x * (4x^3 + 3x^2 - 3x) + 2$$

$$x * (x * (4x^2 + 3x) - 3) + 2$$

$$x * (x * (x * (4x) + 3) - 3) + 2$$

$$x * (x * (x * (x * (4)) - 3) + 2$$

```
#funcion representa el polinomio a evaluar
#g representa el m?ximo exponente del polinomio
#x0 representa el x0 del polinomio
Horner = function (funcion, g, x0){
  resultado=funcion[1]
  s=0
  p=0
  for(i in 2:(g+1)){
    resultado= resultado*x0 + funcion[i]
    if(funcion[i]!=0){
      s=s+1
    }
    p=p+1
  }
  cat("El resultado del polinomio es: ", resultado, " en ",s,"sumas y ",p,"
productos.")
}
funcion<-c(2,0,-3,3,-4)
Horner(funcion,4,-2)

## El resultado del polinomio es:  10  en  3 sumas y  4  productos.
```

Por otro lado con un polinomio a evaluar $p = 2 + 1x - 3x^2 + 3x^3 - 4x^4$, un polinomio con un mismo grado pero en este caso completo, el valor del exponente máximo n igual a 4 y un x0 igual a -2, obtenemos los siguientes resultados:

$$x * (4x^3 + 3x^2 - 3x + 1) + 2$$

$$x * (x * (x * (4x) + 3) - 3) + 1) + 2$$

$$x * (x * (x * (x * (4) + 3) - 3) + 1) + 2$$

```
#funcion representa el polinomio a evaluar
#g representa el m?ximo exponente del polinomio
#x0 representa el x0 del polinomio
Horner = function (funcion, g, x0){
  resultado=funcion[1]
  s=0
  p=0
  for(i in 2:(g+1)){
    resultado= resultado*x0 + funcion[i]
    if(funcion[i]!=0){
      s=s+1
    }
    p=p+1
  }
  cat("El resultado del polinomio es: ", resultado, " en ",s,"sumas y ",p,"
productos.")
}
funcion<-c(2,1,-3,3,-4)
Horner(funcion,4,-2)

## El resultado del polinomio es:  2  en  4 sumas y  4  productos.
```

Así, sin importar si el polinomio está completo o no, siempre se realizarán n multiplicaciones, siendo n el grado del polinomio.

Referencias

[1]Kim, T. Noh, W. Oh and S. Park, Applied Mathematical Sciences, Vol. 11, 11th ed. Korea, 2017, pp. 2790-2796. [2]L. Rodríguez Ojeda, Análisis Numérico Básico. 2014, pp. 47-57. [3]"Algoritmo de Horner", Es.wikipedia.org, 2019. [Online]. Available: https://es.wikipedia.org/wiki/Algoritmo_de_Horner. [Accessed: 05- Aug- 2019].