

# Modelagem de uma *Vending Machine* utilizando um Autômato Finito com Saída

Ailton Sérgio Bonifácio

Yandre Maldonado e Gomes da Costa

Mestrado em Ciência da Computação - FACCAR/UFRGS  
ailton@uel.br, yandre@din.uem.br

## Resumo

Este artigo descreve a modelagem de uma máquina destinada a venda de produtos (*vending machine*) utilizando um Autômato Finito com Saída. O formalismo utilizado neste trabalho foi a Máquina de Mealy, já que o mesmo adequou-se bem à solução do problema.

Na modelagem da máquina, considerou-se um conjunto finito de estados que a mesma pode assumir de acordo com as diferentes ações que podem ser realizadas pelo usuário. Algumas destas ações permitem a transição entre diferentes estados e correspondem à inserção de moedas ou à escolha dos produtos ou categorias de produtos disponíveis.

A máquina modelada permite a venda de produtos em duas diferentes categorias de preço e ainda permite a devolução de troco ao usuário, sendo estes importantes diferenciais propostos neste trabalho em relação às máquinas de venda de produtos mais comuns disponíveis hoje no mercado, que não possuem estas funcionalidades.

Adicionalmente, este trabalho contribui no sentido de mostrar quão útil pode ser um formalismo na modelagem de problemas do mundo real.

## Abstract

*This paper describes a vending machine modeling that uses a Finite Automata with Output. In this work, the Mealy machine was the formal model chosen.*

*In the machine modeling, a finite set of states that it could assume according to the different action that can be performed by the user was considered. Some of this actions allows a transition between different states, corresponding to a coin insertion in the machine or a product choice.*

*The modelled machine allows two different prices levels and allows too the small change devolution to the user. These are important differences in relation to the most part of the common machines that can be found at this moment.*

*In addition, this work contributes showing the great utility of the formal models in the solution of real problems.*

## Introdução

As máquinas destinadas a venda de produtos têm se popularizado. A diversidade de produtos oferecidos por diferentes máquinas é um fator que vem alavancando esta disseminação. Entretanto, pode-se observar que as máquinas mais comuns no mercado oferecem apenas produtos com um preço único, além de não permitir a devolução de troco ao usuário. Visando eliminar estes dois fatores limitantes presentes nestas máquinas, criou-se o modelo que será apresentado neste artigo.

As máquinas de venda de produtos assumem um número finito e pré-definido de estados, caracterizando sistemas de estado finito. Autômato Finito é um formalismo capaz de modelar este tipo de sistema. Adicionalmente, a Máquina de Mealy é um formalismo - um tipo de autômato finito - que permite armazenar informações na fita de saída, e que, embora não possam ser lidas durante o processamento da entrada, devem ser consideradas na análise final do resultado do processamento de uma entrada, juntamente com o estado final quando este for alcançado.

Por simplificação, a máquina modelada neste trabalho aceita apenas moedas de R\$ 0,05, R\$ 0,10, R\$ 0,25 e R\$ 0,50, além de permitir a venda de produtos em duas categorias diferentes. Os tipos de moedas aceitas, bem como o número de categorias de produtos oferecidos poderiam ser facilmente estendidos, bastando-se para isto a criação de novos estados e novos símbolos no alfabeto de entrada associados às ações dos usuários.

A inserção de uma moeda qualquer corresponde a uma ação do usuário, e, juntamente com as ações de escolha da categoria do produto, e de escolha do próprio produto, forma o alfabeto de entrada. Cada ação pode levar ou não à uma transição para um estado diferente. Cada estado deve representar qual o valor total das moedas que já foram inseridas na máquina pelo usuário, ou qual a categoria de produto que o mesmo escolheu, sendo que neste último caso o valor correspondente ao troco já deve ter sido gravado na fita de saída, pois, neste instante, o usuário já deverá ter concluído a inserção de moedas na máquina.

Além de informações a respeito do troco a ser devolvido, a fita de saída da Máquina de Mealy utilizada para modelar o sistema, guarda informações que são utilizadas para detectar qual produto dentro de uma categoria deve ser liberado de acordo com a opção feita pelo usuário.

Para adquirir um produto o usuário deve inserir uma quantia em moedas na máquina igual ou superior ao preço do mesmo. São oferecidas duas categorias diferentes de produtos apresentadas num *menu* da máquina, sendo que a uma delas são associados os estados  $\langle a_1 \rangle$  e  $\langle a_f \rangle$ , e à outra os estados  $\langle b_1 \rangle$  e  $\langle b_f \rangle$ . Os produtos oferecidos dentro de uma categoria têm os mesmos preços. Os produtos da categoria *a* custam R\$ 0,25, e os da categoria *b* custam R\$ 0,50. Depois de escolhida a categoria, o usuário deverá optar por um entre dois produtos oferecidos dentro da mesma, que são representados por *p* e *q*.

Considerou-se também que o valor máximo que a máquina pode acumular é o equivalente à R\$ 0,55, pois se o usuário ordenar logicamente as suas ações de inserção de moedas, não há situação em que ele necessite depositar uma quantia maior do que esta, além de que o número de estados que a máquina pode assumir deve ser finito. Desta forma, os valores inseridos na máquina que excederem esta quantia são perdidos.

### Modelagem do Sistema com uma Máquina de Mealy

A Máquina de Mealy (6-upla) proposta para a solução do problema é a descrita a seguir:

- Alfabeto de entrada -  $\Sigma$ : é um conjunto de símbolos, onde cada um destes símbolos está associado à uma ação realizada pelo usuário.

$$\Sigma = \{5, 10, 25, 50, a, b, p, q\}$$

A tabela a seguir, descreve as ações correspondentes a cada um dos símbolos deste conjunto:

Símbolo do alfabeto	Ação
<b>5</b>	Inserção de moeda de R\$ 0,05.
<b>10</b>	Inserção de moeda de R\$ 0,10.
<b>25</b>	Inserção de moeda de R\$ 0,25.
<b>50</b>	Inserção de moeda de R\$ 0,50.
<b>a</b>	Escolha da categoria de produtos <i>a</i> , cujo preço é de R\$ 0,25.
<b>b</b>	Escolha da categoria de produtos <i>b</i> , cujo preço é de R\$ 0,50.
<b>p</b>	Escolha do produto tipo <i>p</i> , sendo que a categoria já deve ter sido previamente escolhida.
<b>q</b>	Escolha do produto tipo <i>q</i> , sendo que a categoria já deve ter sido previamente escolhida.

- Conjunto de estados possíveis do sistema - *Q*: os elementos deste conjunto correspondem aos diferentes estados que a máquina pode assumir a medida em que o usuário realiza ações.

$$Q = \{<0c>, <5c>, <10c>, <15c>, <20c>, <25c>, <30c>, <35c>, <40c>, <45c>, <50c>, <55c>, <a_1>, <a_f>, <b_1>, <b_f>\}$$

A tabela a seguir, descreve o significado de cada um dos estados possíveis:

Estado	Significado
<0c>	Este é o estado inicial. É o estado onde ainda não foram inseridas moedas na máquina.
<5c>	Este é o estado em que a máquina deve se encontrar quando o usuário tiver realizado a ação correspondente à inserção de apenas uma moeda de R\$ 0,05.
<10c>	Este é o estado em que a máquina deve se encontrar quando o usuário tiver inserido uma quantia equivalente a R\$ 0,10 na máquina, seja através de qual combinação de moedas for, independentemente do valor das mesmas e da sequência em que foram inseridas.
<15c>	Este é o estado em que a máquina deve se encontrar quando o usuário tiver inserido uma quantia equivalente a R\$ 0,15 na máquina, seja através de qual combinação de moedas for, independentemente do valor das mesmas e da sequência em que foram inseridas.
<20c>	Este é o estado em que a máquina deve se encontrar quando o usuário tiver inserido uma quantia equivalente a R\$ 0,20 na máquina, seja através de qual combinação de moedas for, independentemente do valor das mesmas e da sequência em que foram inseridas.
<25c>	Este é o estado em que a máquina deve se encontrar quando o usuário tiver inserido uma quantia equivalente a R\$ 0,25 na máquina, seja através de qual combinação de moedas for, independentemente do valor das mesmas e da sequência em que foram inseridas.
<30c>	Este é o estado em que a máquina deve se encontrar quando o usuário tiver inserido uma quantia equivalente a R\$ 0,30 na máquina, seja através de qual combinação de moedas for, independentemente do valor das mesmas e da sequência em que foram inseridas.
<35c>	Este é o estado em que a máquina deve se encontrar quando o usuário tiver inserido uma quantia equivalente a R\$ 0,35 na máquina, seja através de qual combinação de moedas for, independentemente do valor das mesmas e da sequência em que foram inseridas.
<40c>	Este é o estado em que a máquina deve se encontrar quando o usuário tiver inserido uma quantia equivalente a R\$ 0,40 na máquina, seja através de qual combinação de moedas for, independentemente do valor das mesmas e da sequência em que foram inseridas.
<45c>	Este é o estado em que a máquina deve se encontrar quando o usuário tiver inserido uma quantia equivalente a R\$ 0,45 na máquina, seja através de qual combinação de moedas for, independentemente do valor das mesmas e da sequência em que foram inseridas.
<50c>	Este é o estado em que a máquina deve se encontrar quando o usuário tiver inserido uma quantia equivalente a R\$ 0,50 na máquina, seja através de qual combinação de moedas for, independentemente do valor das mesmas e da sequência em que foram inseridas.
<55c>	Este é o estado em que a máquina deve se encontrar quando o usuário tiver inserido uma quantia equivalente a R\$ 0,55 ou mais na máquina, seja através de qual combinação de moedas for, independentemente do valor das mesmas e da sequência em que foram inseridas.
<a <sub>1</sub> >	Este será o estado em que a máquina se encontrará quando o usuário já tiver inserido uma quantidade de moedas suficiente para a compra de um produto da

	categoria $a$ e já tiver feito a opção por esta categoria. Neste estado o usuário ainda não optou por um dos produtos oferecidos nesta categoria.
$\langle a_f \rangle$	Este estado será atingido quando o usuário tiver optado por um dos produtos disponíveis na categoria $a$ a partir do estado $\langle a_i \rangle$ descrito anteriormente.
$\langle b_i \rangle$	Este será o estado em que a máquina se encontrará quando o usuário já tiver inserido uma quantidade de moedas suficiente para a compra de um produto da categoria $b$ e já tiver feito a opção por esta categoria. Neste estado o usuário ainda não optou por um dos produtos oferecidos nesta categoria.
$\langle b_f \rangle$	Este estado será atingido quando o usuário tiver optado por um dos produtos disponíveis na categoria $b$ a partir do estado $\langle b_i \rangle$ descrito anteriormente.

- Função programa -  $\delta$ : esta função leva um par formado por um estado e uma ação (uma entrada) do usuário para um novo estado e escreve uma palavra na fita de saída. Esta palavra escrita na fita de saída deve ser um elemento do fechamento completo do alfabeto de saída (lembrando que este inclui a palavra vazia - representada por  $\epsilon$ ). Esta saída é a importante diferença que existe entre um Autômato Finito Determinístico (AFD) e uma Máquina de Mealy, neste trabalho foi feita a opção por esta pelo fato da palavra de saída poder trazer informações importantes a serem consideradas para determinar o valor do troco que o usuário deve receber, e o produto escolhido quando o sistema atingir um estado final. Com o uso de um AFD, muitos outros estados deveriam ser criados para se atingir este objetivo. As transições realizadas por esta função nesta modelagem estão representadas no diagrama de transições da Figura 1.
- Estado inicial -  $q_0$ : o estado inicial deste sistema é o estado  $\langle 0c \rangle$ , que representa a situação onde o usuário da máquina ainda não realizou a inserção qualquer moeda na mesma.
- Conjunto de estados finais -  $F$ : O conjunto de estados finais deve sempre ser um subconjunto de  $Q$ . No sistema aqui descrito, os elementos deste conjunto são  $\langle a_f \rangle$  e  $\langle b_f \rangle$ , e representam a situação onde o usuário já inseriu moedas suficientes para a compra de produtos das categorias  $a$  e  $b$  respectivamente, já optou pela categoria desejada ( $a$  ou  $b$  respectivamente) e também por um dos produtos oferecidos na categoria escolhida.

$$F = \{\langle a_f \rangle, \langle b_f \rangle\}$$

- Alfabeto de símbolos de saída -  $\Delta$ : neste sistema as informações gravadas na palavra de saída dizem respeito ao valor do troco a ser recebido pelo usuário, e ao produto escolhido pelo mesmo dentro de uma categoria. Os dois primeiros símbolos da fita de saída informam o valor do troco a ser devolvido ao usuário, enquanto que o terceiro símbolo informa o produto escolhido ( $p$  ou  $q$ ) dentro da categoria escolhida que está associada ao estado final atingido. O alfabeto necessário para construir as palavras que podem representar estas informações é o descrito a seguir.

$$\Delta = \{0, 1, 2, 3, 5, p, q\}$$

### Bibliografia

- DELAMARO, Márcio. Linguagens Formais e Autômatos; 1998.
- HOPCROFT, John E. & ULLMAN, Jeffrey D. Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation; Addison Wesley, 1979.
- MENEZES, Paulo Blauth. Linguagens Formais e Autômatos; Sagra Luzzatto, 1998.

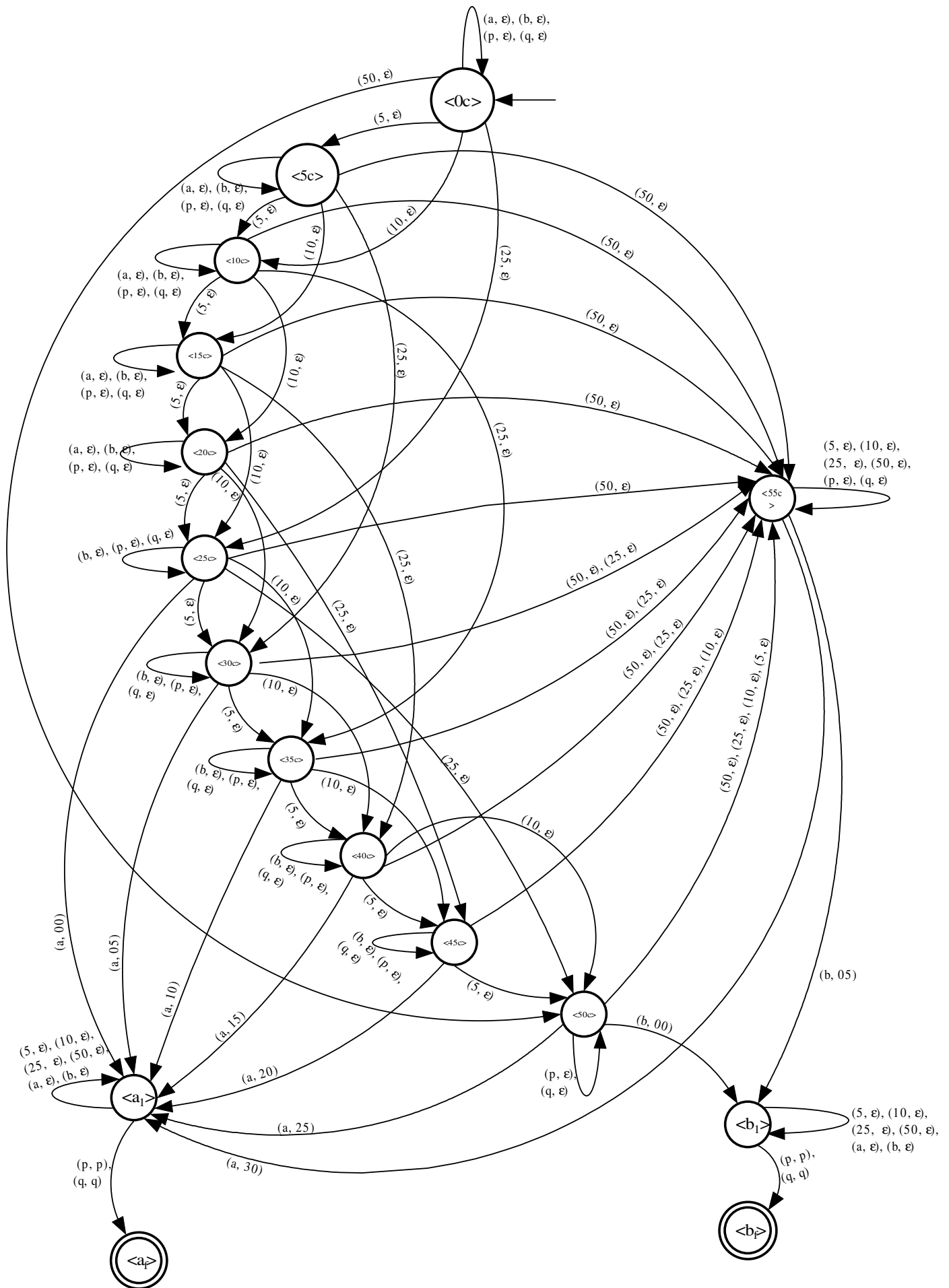


Figura 1 - Diagrama de Transições do sistema modelado.