

从哥德尔定理看禅宗的元逻辑思想^{*}

周昌乐

(厦门大学 信息科学与技术学院, 福建 厦门 361005)

摘要:本文主要从分析哥德尔定理及其逻辑思想出发,来探讨中国禅宗中所蕴涵的元逻辑思想。这种思想,就是在《金刚经》、《坛经》及众多禅宗语录中所体现出来的那些双遣双非证悟方法论思想。如果从逻辑的角度看,它反映其实就是一种特殊意义上的“哥德尔定理”的思想蕴涵。在当代西方科学界已经开始关注禅宗思想的科学阐述的情况下,我们应该珍惜历代禅师留下的十分宝贵的智慧财富,并借此来反思当代逻辑学,乃至科学方法论的困境。

关键词:禅宗思想;哥德尔定理;元逻辑;实证禅学

中图分类号: B08

文献标识码: A

文章编号: 1008-5831(2005)04-0059-04

Meta-logic Thought of Zen Viewed from Gödel's Theorem

ZHOU Chang-le

(School of Information Science and Technology, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: This paper discusses meta-logic thought embodied in Zen viewed from Gödel's Theorem. Methodological thoughts from diamond sutra and jar sutra in fact represent a special case of Gödel's theorem. Scientists in the west have begun to be aware of the fruits of scientific interpretation of Zen literature which are significant for the development of modern logic.

Key words: Zen; Gödel's theorem; meta-logic; positivism; zen

随着西方科学以及作为科学基础的数学、乃至元数学的不断深化发展,一些科学家也开始从脑科学角度来关注禅悟状态的脑电图分析研究(Austin, 1998),以及从逻辑学,特别是哥德尔逻辑的角度来关注中国禅宗特殊的“逻辑”思维方式(侯世达, 1997)。我们可以将这些研究称之为实证禅学。本文主要是从哥德尔定理所蕴涵的深刻意义,来探讨中国禅宗公案中所体现的一种元逻辑思想,分析禅宗这样思维方式的“逻辑”底蕴。我们知道,禅宗是一种无的的宗教,是宗教之上的宗教,可以称之为元宗教。哥德尔研究的是数学之上的数学,当然就是元数学。这两者之间有什么联系呢,是不是就像先哲所说的那样,是“殊途同归”吗,还是“风马牛不相及”的两回事?为了回答这个问题(这正是本文要陈述的一个方面),让我们还是从哥德尔的两个定理说起。

一、关于哥德尔定理以及意义

19世纪末 20世纪初,确切地说是 1900年 8月 6日这一天,在巴黎召开的国际数学家代表大会上,年方 38岁的德国数学家希尔伯特(David Hilbert 1862—

1943)走上讲台,提出了影响整个 20世纪数学发展的 23个数学问题,其中第二个问题就是“算术公理的无矛盾性”问题(张奠宙, 2002)。这个问题的本质是希望一劳永逸地解决数学的逻辑基础问题。希尔伯特曾经提出用形式主义计划的证明论方法加以证明。但当哥德尔证明了一阶谓词逻辑系统的无矛盾性之后,却在 1931年发表了一篇题为《论数学原理中的形式不可判定命题及有关系统》的论文,给出了否定证明,这就是著名的哥德尔不完全性定理(Gödel 1931)。

在这篇论文中,哥德尔给出了两个惊世骇俗的定理,指出了逻辑形式系统不可克服的局限性。

如果我们记“皮亚诺(G. Peano)算术”为 PA,就是以一阶谓词逻辑的形式语言陈述皮亚诺公理(自然数定义+数学归纳法)而得到的形式算术理论。那么,哥德尔的两个定理可表述如下。

哥德尔第一不完全性定理 存在一个 PA 句子 p 使得:如果 PA 是一致的,则 p 在 PA 中不可证;如果 PA 是 ω —一致的(后来在 1936年罗塞证明可以去掉 ω),则 $\neg p$ 在 PA 中不可证。因此 PA 是不完全的。

* 收稿日期: 2005—05—20

基金项目:国家社会科学基金项目(项目批准号: 02BZX047)和国家自然科学基金项目(项目批准号: 60275023)

作者简介:周昌乐(1959—),男,福建人,厦门大学信息科学与技术学院教授,博士生导师,博士,浙江大学人文学院兼职教授,重庆大学语言认知及信息处理研究所学术委员会委员,主要从事计算诗学、理论脑学、实证禅学等研究。

哥德尔第二不完全性定理 如果 PA 是一致的, 那么 PA 的一致性不能在 PA 内部证明。

很明显, 对于第一个定理, 只要具体构造出满足要求的这样一个 p 句子即可。哥德尔当年找到的句子是:

号码为 λ 的公式的自代入是不可证的

由于采用哥德尔创造的一种编码方法可以对任意 PA 中的公式进行可能行判定且唯一性编码, 因此上面的句子可以表示为一个 PA 公式

$$\alpha(x/\lambda)$$

其中 $\alpha(x)$ 就是 $\forall y \neg A(x, y)$, 意思是“任何公式序列 y 都不是公式 x 的自代入的证明”, 当然这也是哥德尔可编码的, 其编码就是 λ 。由于 λ 又自代入到 $\alpha(x)$ 中, 因此 $\alpha(x/\lambda)$ 又表示“号码为 λ 的公式的自代入”本身。于是找到的 p 句子实际上就是一个自指句, 这样就很容易证明其正是满足第一定理的句子。后来罗塞为了去掉 ω 的限制, 构造了一个更地道的自指句:

如果 q 的自代入有个证明, 则其否定有个号码更小的证明

更完美地证实了哥德尔第一定理。

第二定理的证明思路稍微要直接一些, 因为利用第一定理我们有:

如果“PA 一致”, 则“ λ 的自代入是不可证的”

此时由于上述陈述用 PA 可以表达为

$$\text{Consis}(\text{PA}) \rightarrow \alpha(x/\lambda)$$

因此, 如果我们能够在 PA 内部完成对上式的证明(一致性的要求), 即得到

$$\text{PA} \vdash \text{Consis}(\text{PA}) \rightarrow \alpha(x/\lambda)$$

那么我们从 PA 一致 ($\text{Consis}(\text{PA})$), 就能推出 $\text{PA} \vdash \alpha(x/\lambda)$, 显然这与 $\alpha(x/\lambda)$ 在 PA 中不可证是矛盾的。因此我们必然得出哥德尔第二定理。

从上述两个定理的证明思路(完整的证明均要长达 40 多页)中可以看出, 哥德尔的这两个定理并不局限于 PA 系统, 事实上, 只要一个形式系统包含了 PA 系统(因此其描述能力比 PA 强, 同样具备自指能力, 能够构造自指句), 那么哥德尔的这二定理同样对其有效, 即如果该系统是一致的, 那么该系统不完全, 且该系统的一致性不能在该系统内部证明。

这就是为什么说哥德尔的这两个结论都是毁灭性的。因为这实际上是宣告了公理化方法的局限性。更为糟糕的是, 由于一致性的不可证明性, 根本就无法保证整个数学体系中不会出现一个矛盾, 而一旦真的发生了这种情况, 而且矛盾又是无法消除, 那么全部数学都将变得毫无意义。

哥德尔定理的另一个意义就是从根本上否定了排中律的有效性。以前我们坚信一个命题非真既假, 但哥德尔定理指出, 有些命题既不能被证明, 又不能被证伪。也就是说, 对任何形式系统都存在着不可判

定的命题。

二、哥德尔定理的不同形式

哥德尔定理是从逻辑的最底层洞见了理性思维的局限性, 因此哥德尔定理有着极其广泛的普适意义。实际上, 在不同的情景中, 我们可以给出各种不同的哥德尔定理的版本(卡斯蒂, 2002)。

首先, 哥德尔定理的非形式化版本指出: 算术是不可完全形式化的。这是从形式化角度对哥德尔定理作的陈述。说的是即便是算术(更不用说是比算术更强大的事物了), 也是不可完全形式化的。特别是算术中的“真性”, 就是不可形式化的一个概念, 也就是说, 我们无法用算术的语言来描述算术中的真。

接着, 哥德尔定理的形式逻辑版本是: 对于算术的任何一致的形式化, 都存在着在该形式系统内不可证明的算术真理。这是对逻辑系统而言的哥德尔定理, 指出的正是逻辑形式化系统的局限性, 存在着逻辑形式系统不可证的命题, 而不管你的逻辑系统有多么强大。

哥德尔定理的第三个版本是关于复杂性的: 存在具有高度复杂性的、不能由计算机程序生成的数。这是因为, 根据哥德尔编码, 任何一个命题都可对应到一个数, 而计算机程序的计算能力受到与逻辑系统不可证性一样的不可计算性限制, 因此这样的数必然存在, 有关复杂性的哥德尔定理版本的阐述以及对悖论计算仿真研究的意义, 也可以参见我最近发表的论文(周昌乐, 2005)。

再有, 哥德尔定理的计算机程序版本是: 存在一个计算机程序 Q 使得如果 P 是一个正确的程序, 那么当应用于 P 时, Q 产生一个被 P 遗漏的真理。这里隐含着元层次无穷回归也无法挽救形式系统局限性的思想。

第五个哥德尔定理版本指向整个数学理论: 存在一个没有解的丢番图方程, 但没有数学理论能够证明这一点。

最后是哥德尔定理的概率版本: 存在一个不可计算数 M , 其二进制数对应于无穷多个能行随机的算术事实。这实际上宣告了, 真正的随机性的不可计算。

当然, 你尽可以给出你所需要的哥德尔定理新版本, 只要你描述的领域足够复杂。其实, 哥德尔定理的内在蕴意就是揭示了事物的真性, 即本质上的自因性, 是远远超越了可形式化证明的范围, 其中的不可证性正是体现了“非真非假”或者“又真又假”的“纠缠性”; 除了真与假二元对立之外, 尚有真假同显的“不可证性”, 其不可能用概念分别的逻辑手段来把握。

就这一点, 后来的侯世达教授(D. R. Hofstadter)了悟得十分彻底。在他著述并获得美国普利策文学奖的那部《哥德尔、艾舍尔、巴赫——集异璧之大成》巨著里, 就是在更为广阔的领域, 对哥德尔定理的蕴意作了淋漓透彻的阐释(侯世达, 1995)。

在这部书里,侯世达教授不但将巴赫音乐作品中的自指及各个层次之间的互指,以及艾舍尔悖论式的绘画作品,与哥德尔定理中的自因性建立了对应关系;更重要的是,通过哥德尔定理,指出了物质世界、生命世界、心灵世界及其折射出的语言、文化、艺术世界等一切事物的自因性本质。

当然,自因性有许多别名,如自指性、自组织、自复制、互指性、无穷回归、自觉性、自我缠结等等,侯世达教授不为境迷,一一与哥德尔定理建立了“同构”,特别令人惊奇的是,作为一位西方的科学家,侯世达教授独具慧眼,一眼看到了哥德尔定理与禅宗思想的同构,在禅宗公案和定理与非定理、真与假之间建立了通达无阻的桥梁。

三、从禅宗公案看哥德尔定理

实际上,自指引发悖论,从而有了哥德尔心中的觉悟,远不如禅师们最元层次的“(以心)观心”这种自明性自指的悖论觉悟来得更直接。我们可以借助于侯世达教授的思想洞见,进一步运用禅宗公案,来彻底看清逻辑二元对立思维是如何落入禅境的。

首先在侯世达教授的《哥德尔、艾舍尔、巴赫——集异璧之大成》中有众多的自指性悖论,就连其整部书本身,也构成了一个巨大的自指圈。也就是说,演说自指本身也落入了自指,这已经说明了自指的禅性;其说不得、不能说、说了反掉陷阱。正如禅法一样不可说。请看:

问:“如何是法法无差?”师曰:“雪上更加霜。”(《景德》:308)

因此哥德尔定理所反映的自指性,正是通达真性,也就是禅之境界的必然结果。

或许这样说太抽象,我们还是通过一些具象的隐喻,再来更好地看清侯世达教授的思想洞见吧。试想有两面镜子对照,很明显,这两面镜子必然是互为映像,产生典型的互指,此时你是否可以知道两面镜子谁照谁的判断,显然这里面存在一种不可言说的无穷回归,于是就有了悖论,怎么对待?请看禅师们超越悖论的解答:

僧问:“两镜对看,为什么中间无像?”(守钦圆照)师曰:“自己亦须隐。”曰:“镜破台亡时如何?”师竖起拳。(《景德》:483)

曰:“向上更有是否?”(灵云志勤)师曰:“有。”曰:“如何是向上事?”师曰:“打破镜来相见。”(《景德》:193)

这里揭示的正是自因性。最后我们来看自因性的另一种具象表现实例,就是侯世达教授多次举到的莫比乌斯带。该带的制作方法很简单:取一长长的纸条,将一头转动180度后对齐粘到另一头上,即成。这是一条无头无尾、无背无面的封闭曲面,你可以从任意一点起步,沿着曲面中轴线向一个方向前进,无须翻越曲面,你总可以返回原点,这里隐喻了什么真性

呢?请看禅宗六祖的解答:

一日,师告众曰:“吾有一物,无头无尾,无名无字,无背无面,诸人还识否?”(《七经》:358)

是什么?其实无须多说,哥德尔定理本来就有禅宗公案版本,请看安国和尚的“哥德尔定理”:

(安国和尚)师拈问僧:“一语之中须具得失两意,作摩生道?”僧提起拳头云:“不可唤作拳头。”师不肯,自拈起拳头曰:“只为唤作拳头。”(《祖堂》:234)

按哥德尔定理的说法,就是找出的“一个描述句”一定须具“得失”两意的,于是经过如下追问就有了这样不一致“乖”的哥德尔第一定理:

庐山归宗寺智常禅师,僧问:“如何是玄旨?”师云:“无人能会。”僧云:“向者如何?”师云:“有向即乖。”僧云:“不向者如何?”师云:“谁求玄旨?”又云:“去?无汝用心处。”(《景德》:119)

注意,这里最后一句“去?无汝用心处”附加还指出了“一致性”的不可证,也即哥德尔第二定理。

或许考虑到哥德尔定理要晚于上述公案一千多年以及毕竟是哥德尔定理落入了禅境而不是禅境落入哥德尔定理,因此与其说上述公案是哥德尔定理的公案版本,倒不如说哥德尔定理才是上述公案的一种哥德尔版本更为妥当。

四、禅宗中的元逻辑思想

现在,我们可以基于哥德尔定理来讨论禅宗中的元逻辑思想了。熟悉禅宗史的学者都知道,《金刚经》是六祖慧能以后禅宗尊奉的一部大乘佛经,除了主旨在“一切有为法,如梦幻泡影,如露亦如电,应作如是观”(《七经》:17)的“般若性空”本体论阐述外,还包含了大量“降伏其心”、反映双遣双非证悟思想的论述范例。比如“阿那含名为不来,而实无不来,是故名阿那含”(《七经》:6)、“庄严佛土者,即非庄严,是名庄严”(《七经》:7)、“佛说般若波罗蜜,即非般若波罗蜜,是名般若波罗蜜”(《七经》:8)、“须菩提,诸微尘,如来说非微尘,是名微尘。如来说世界非世界,是名世界”(《七经》:8)、“所言一切法者,即非一切法,是故名一切法”(《七经》:11)等等,一部篇幅不大的佛经中,出现这样句式范例竟达30处之多。

应该说,禅宗从早期尊奉《楞伽经》印心到后来南禅强调《金刚经》印心,实际上是完成了一次从认识论到方法论转型。这里体现了对证悟方便法门的重视,强调的正是“道成肉身”的宗教实践本身。而其中无意透露出的却是南宗早期认同的那种奇特的元逻辑思想。

中国唐朝有位著名的禅师赵州从谂,随南泉普愿禅师参禅。有这么一段对话(《景德》:170):

异日问南泉:“如何是道?”南泉曰:“平常心是道。”师曰:“还可趣向否?”南泉曰:“拟向即乖。”师曰:“不拟时如何知是道?”南泉曰:“道不属知不知,知是妄觉,不知是无记。若是真达不疑之道,犹如大虚郭

然虚豁。岂可强是非耶?”

显然,一有“拟”的概念分别之想,就会落入“乖”的悖论。也就是说,这“不疑之道”根本就不是“知不知”的问题,更不是靠“是与非”两元对立分别所能把握的。因此,只有放弃“是非”执著,超越概念分别,才会通达真理的本源,这就是所谓悖论的真性。

于是,通过悖论来揭示真性,就成为禅师们常用的方法。如果说科学的方法是通过放弃完备性来维持一致性,那么禅师们就是通过放弃一致性来达成完备性的显现。这也可以看作是禅宗独特的逻辑思想所强调基点,具体表现为禅宗的双遣双非证悟法以及不二法门等元逻辑思想。

在上述列举的例句中不难看出,《金刚经》中反映双遣双非证悟思想的一般句式可以归纳为如下形式:

所名 A 即非 A 是名 A

我们把这种句式称之为禅悟三段论。

禅悟三段论就是要通过对任意给定概念的这样双遣双非,让概念分别没有容身之地,从而显现出那个不二的真性,因此这种双遣双非的禅悟三段论,也就是禅宗不二法门思想的体现。在《坛经》中,这种思想得到了进一步的强化(《七经》:329):

惠能曰:“佛言:善根有二,一者常,二者无常,佛性非常非无常,是故不断,名为不二;一者善,二者不善,佛性非善非不善,是名不二。蕴之与界,凡夫见二,智者了达,其性无二,无二之性即是佛性。”

在具体的启发方式上,惠能与《金刚经》一样,也是强调对二元对立概念的双遣双非方法。《坛经·付嘱品》中描写惠能教授弟子们问法时就说:“先须举三种法门,动用三十六对,出没即离两边,说一切法,莫离自性。忽有人问汝法,出语尽双,皆取对法,来去相因。究竟三法尽除,更无去处。”(《七经》:360)在列举了二元对立的三十六对概念后,继续举例说明:“问有将无对,问无将有对,问凡以圣对,问圣以凡对,二道相因,生中道义。”(《七经》:361)从互因性悖论来强调双遣双非方法。

这就是禅宗所提倡的元逻辑思想,如果我们可以这样称谓的话! 这种思想,或者说在《金刚经》、《坛经》及众多禅宗语录中所体现出来的这些证悟方法论思想,其实已经构成了较为系统的禅宗元逻辑思想方法。于是,在“般若性空”本体确立之后,广开方便法

门接引后学,自然就成为后来禅宗宗教实践发展的主流,于是后期禅宗各种接机方式的涌现,如棒喝机锋、四照用、四料简、正偏五位法、参话头、破三关、默照法等等,从而形成不同的家风,甚至出现五家七派,也就成为十分自然的事。从逻辑表述角度看,禅师采用的各种接机方式或语言形式,大抵都是通过呈现“悖论”之疑来启悟后学,使参禅体悟到自心的真性。

五、结论

总之,通过上面的分析我们可以看到,禅师们所有这些精辟论述的核心思想就是强调,只有摈弃一切概念分别,通过双遣双非,才能道成肉身(注意“身的解脱在于心的解脱”这是禅宗的要旨),达成真性的体悟。而禅宗的这种元逻辑思想及其广泛的“元逻辑”实践,为反思当代逻辑学,乃至科学方法论的困境,留下了十分宝贵的智慧财富。因此,这里挖掘禅宗逻辑思想及其语言陈述实践,对于推动当代逻辑研究的发展,笔者认为是有着极其重要的意义。

参考文献:

- [1] Austin James H. Zen and the Brain[M]. Cambridge: The MIT Press 1998.
- [2] Gödel K. über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme [J]. I Monatshefte für Math. 1931. Und Phys 173—189.
- [3] Gödel Kurt Collected Works I [C]. Solomon Feferman et al New York & Oxford: Oxford University Press 1986.
- [4] 侯世达. 哥德尔、艾舍尔、巴赫——集异璧之大成 [M]. 郭维德等译. 北京: 商务印书馆, 1997.
- [5] 景德 [A]. 景德传灯录 [C]. 成都: 成都古籍书店, 2000.
- [6] 卡斯蒂, J. L. W. 德波利. 逻辑人生: 哥德尔传 [M]. 刘晓力等译. 上海: 上海科技教育出版社, 2002.
- [7] 克林, S. C. 元数学导论(上, 下) [M]. 莫绍揆译. 北京: 科学出版社, 1984, 1985.
- [8] 七经 [A]. 禅宗七经 [C]. 北京: 宗教文化出版社, 1997.
- [9] 王浩. 哥德尔 [M]. 康宏逵译. 上海: 上海译文出版社, 1997.
- [10] 张奠宙. 20世纪数学经纬 [M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2002.
- [11] 周昌乐. 透视哲学研究中的计算建模方法 [J]. 厦门大学学报(哲学社会科学版), 2005, (1): 5—13.
- [12] 祖堂 [A]. 祖堂集 [C]. 长沙: 岳麓书社, 1996.