19.10.2017r.

Dawid Ćwik
Informatyka III
grupa AP-OG

Algorytmy numeryczne

Zadanie 1

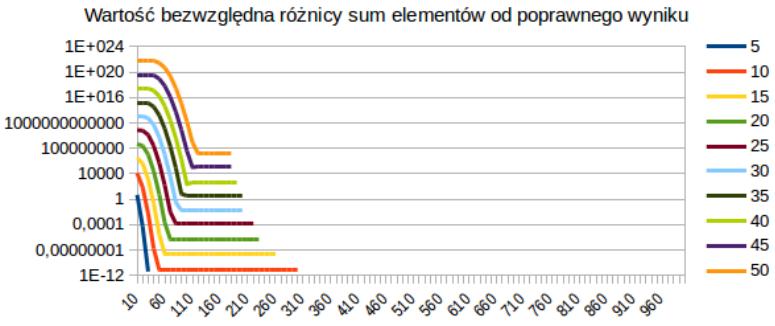
Sumowanie szeregów potęgowych

Próba wyliczenia funkcji e^x przy użyciu języka Java.
Próby wyliczenia jej odbyły się:

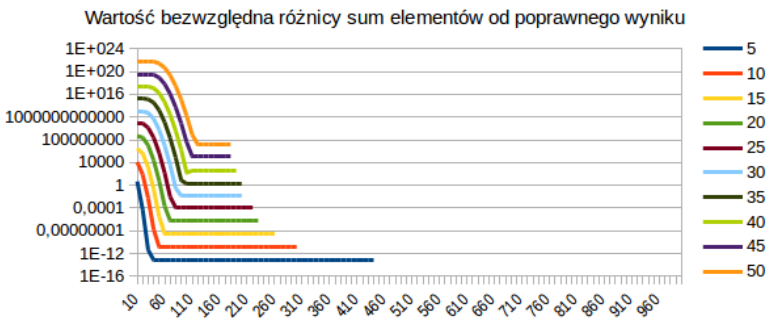
1. korzystając z bibliotecznych funkcji wbudowanych,
   - w języku Java istnieje klasa Math, która zawiera liczbę e. Podniesiona do dowolnej potęgi przy użyciu funkcji „pow” zwraca wynik przechowywany w zmiennej double.
2. sumując elementy szeregu potęgowego od początku i od końca obliczając kolejny wyraz szeregu:
   - na podstawie poprzedniego $S_{n+1}=S_n*\frac{x}{n+1}$
   - bezpośrednio ze wzoru $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$

Wykresy przedstawiaja obiczenia wykonywane dla x <5,50>, zwiekszane co 5 oraz n <10, 1000>, zwiekszane co 10. Dane przechowywane były w zmiennej typu double.
Na ostateczny wynik oraz dokładność wyniku mają wpływ kierunki sumowania jak i sposób obliczania elementów oraz rodzaj zmiennej.
Użycie typu double ma bezpośredni wpływ na ilość wyświetlonych danych. Podczas obliczania elementów ze wzoru głównego używa się potęgowania i silni, które rosną bardzo szybko, przez to powoduja przepełnienie się zmiennej. Jak widać na wykresach poniżej, dane nie są wyświetlone ponieważ przyjmuja one wartość Inf lub NaN. Ze względu na 8 bajtów nie jesteśmy w stanie wyświetlić nieskończonej ilości liczb po przecinku. Dzieki niej mozemy otrzymać przybliżenie do ok. 14-16 cyfry po przecinku. Ma to bezpośredni wpływ na precyzję wyniku sumowania. Widzimy, że sumowanie od tyłu, gdzie dodajemy coraz mniejsze liczby do dużej, jest dokładniejsze niż sumowanie coraz większych, jak ma to miejsce w przypadku sumowania od przodu. Zmienna double odrzuca końcowe cyfry mniejszej liczby by pomieścić najistotniejsze wartości.
Jak widzimy, wartości powtarzają się od pewnego, oznacza to, że osiągnęliśmy maksymalne możliwe przybliżenie. Dla e^5 wynik jest powtarzany od 32, e^{10} od 47.

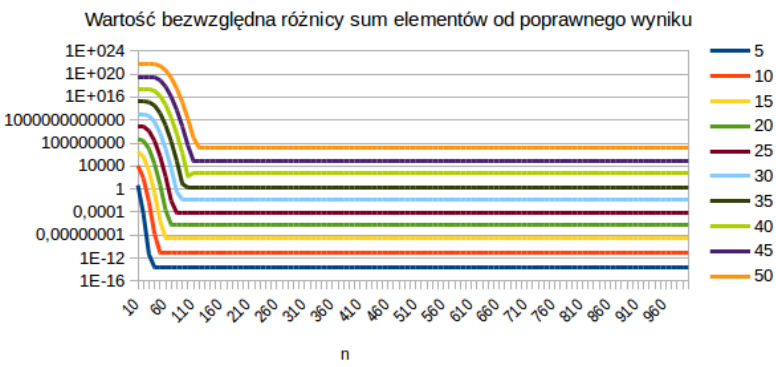
Wzór główny od przodu



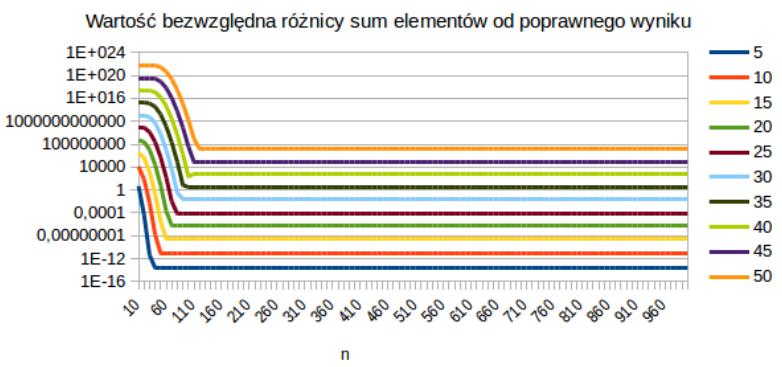
Wzór główny od tyłu

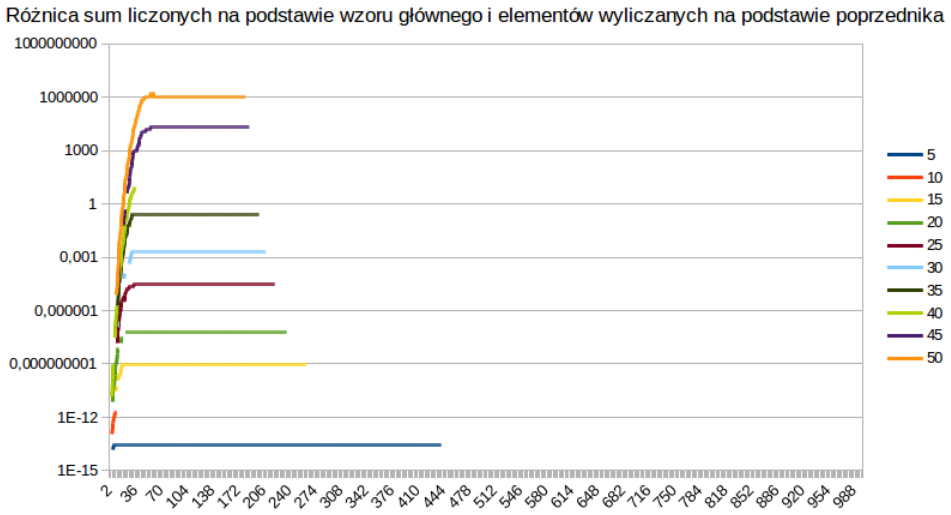


Elementy na podstawie poprzednika od tyłu

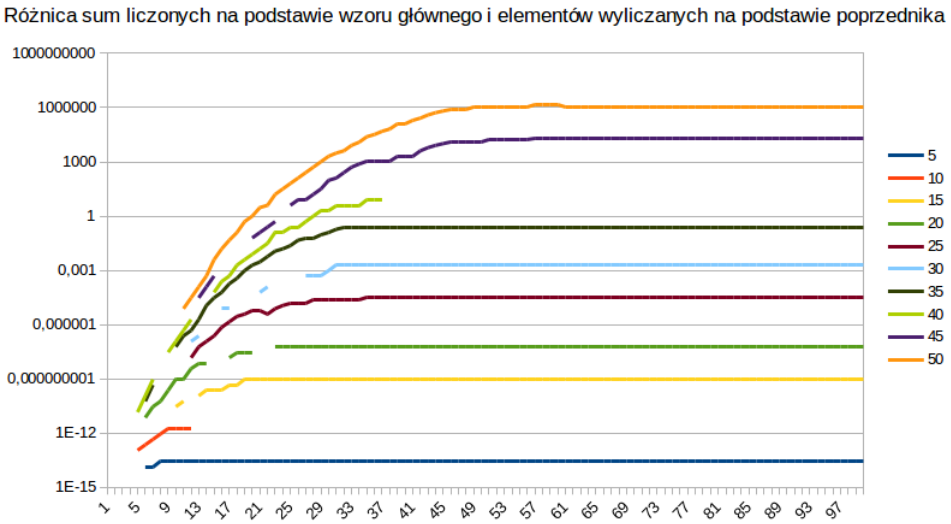


Elementy na podstawie poprzednika od przodu





Dla lepszego zobrazowania zawęziłem liczbę n do 100.



	Od tyłu - definicja	Od tyłu – na podstawie poprzednika	Od przodu - definicja	Od przodu – na podstawie poprzednika
MAX	1.4680064E7	1.3631488E7	1.7825792E7	1.6777216E7
MIN	5.68434188608080l5E-14	2.8421709430404007E-14	0	2.8421709430404007E-14
AVG	1,48E+06	1,37E+06	1,79E+06	1,69E+06
MEDIAN	6,89E-03	6,87E-03	9,83E-03	1,08E-02

Obie metody wyliczania funkcji(od przodu/od tyłu) dały podobne rezultaty. Zarówno ich maksymalny błąd, minimalny jak i średnia były bardzo zbliżone. Dopiero mediana ujawniła większą dokładność dodawania od tyłu.

```
            Obliczam funkcje e^1.5

Bezposrednio z biblioteki Math:         4.4816890703380645

Bezposrednio ze wzoru od przodu:        4.481689070338066
Bezposrednio ze wzoru od tylu:          4.481689070338065

Na podstawie poprzedniego od przodu:    4.481689070338066
Na podstawie poprzedniego od tylu:      4.481689070338065
```