

SF1625 Övning 14 Extentor

Daniel Dalbom

ddalbom@kth.se

(KAN FÖREKOMMA SKRIVFEL)

Uppgifter

Uppgift 1 (4p) Beräkna integralen

$$\int_0^{\pi/2} x^2 \cos x \, dx$$

Uppgift 2 (4p) Visa att då $x > 0$ gäller att

$$\frac{x}{1+x} < \arctan x < \frac{2x}{1+x}$$

Uppgift 3 (4p) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y''(x) + 2y'(x) + y(x) = 2x^2 + 1$$

Uppgift 4 (4p) Visa att

$$1 < \sum_{j=1}^n \frac{1}{j^2} < 2$$

För varje $n \geq 2$.

Uppgift 5 Vi approximerar funktionen

$$f(x) = \ln(1+x)$$

med dess Maclaurinpolynom (dvs Taylorpolynomet kring $a = 0$) av grad 2 i intervallet $0 < x < \frac{1}{10}$.

- (a) Vilket är det approximerade polynomet? **(1p)**
- (b) Är felet vid approximationen garanterat mindre än $5 \cdot 10^{-4}$ **(2p)**
- (c) Vilken approximation av $\ln 1.05$ får vi? **(1p)**

Uppgift 6 Vi betraktar den generaliserade integralen

$$\int_1^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) dx$$

(a) Bevisa olikheten

$$\ln(1+x) \leq x \quad \text{för } x \geq 0 \quad \textbf{(1p)}$$

- (b) Använd olikheten i (a) för att visa att den givna integralen är konvergent. **(1p)**
- (c) Beräkna också integralens värde. **(2p)**

Uppgift 7 Bevisa Pythagoras sats