

# SF1625 Parametrisering och båglängder

Daniel Dalbom

ddalbom@kth.se

(KAN FÖREKOMMA SKRIVFEL)

---

## Viktigt att ha koll på:

- Parametrisering av en kurva innebär att man hittar funktioner

$$x(t) = \dots$$

$$y(t) = \dots$$

Så att varje punkt på kurvan ges av  $(x(t), y(t))$  för något  $t$ , variabeln  $t$  kallas *parametern*

- Längden av funktionen  $f$  mellan  $a$  och  $b$  ges av

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$$

---

## Uppgifter

**Uppgift 1** Ange en ekvation för en ellips runt origo med halvaxlar 3 och 4. Finns det mer än ett alternativ?

**Uppgift 2** Rita dessa kurvor.

(a)  $x^2 + 2y^2 = 4$

(b)  $x + y^2 = 1$

(c)  $x^2 = 1 + y^2$

**Uppgift 3** Parametrisera dessa kurvor.

(a)  $x^2 + y^2 = 2$

(b)  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$

(c)  $y^2 = x + 1$

**Uppgift 4, Tenta 2009-06-01** Beräkna längden av kurvan

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2} + \arcsin(x), \quad \text{då } 0 \leq x \leq 1$$

**Uppgift 5\*** Beräkna längden av kurvan

$$y = \ln(1 - x^2), \quad 0 \leq x \leq 1$$

**Uppgift 6** Härled följande formler med hjälp av rotationsvolymsteknik.

(a) Volymen  $V$  av ett klot med radie  $r$  som ges av

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

(b) Volymen  $V$  av en kon med basradie  $r$  och höjd  $h$  som ges av

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

**Uppgift 7\*** Visa att

$$\int_0^\infty \frac{\ln(1 + x^2)}{x^2} dx = \pi$$