

SF1625 Övning 10 Integraler, fortsättning

Daniel Dalbom

ddalbom@kth.se

(KAN FÖREKOMMA SKRIVFEL)

Viktigt att ha koll på:

- *Medelvärdessatsen för integraler*

Låt f vara kontinuerlig i $[a, b]$. Då finns det ett tal $c \in [a, b]$ sådant att

$$\int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$$

- Lösa integraler med hjälp av *variabelbyte*, *partiell integration* och *partialbråksuppdelning*
- *Analysens huvudsats* Låt f vara kontinuerlig på intervallet $[a, b]$ då gäller att om

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt \quad \text{så gäller att } F'(x) = f(x)$$

Uppgifter

Uppgift 1, Tenta 2016-01-11 (4p) Beräkna integralen

$$\int_0^{1/2} \frac{1}{2+8x^2}$$

Uppgift 2, Tenta 2016-06-10 (4p) Beräkna integralen

$$\int_0^{\sqrt{3}} \arctan x \, dx$$

Uppgift 3, Tenta 2017-01-09 (4p) Bevisa Analysens huvudsats: Låt f vara kontinuerlig på intervallet $[a, b]$ då gäller att om

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt, \quad \text{så gäller att } F'(x) = f(x)$$

Uppgift 4, Tenta 2016-10-25 (4p)

Låt funktionen f vara definierad genom

$$f(t) = \begin{cases} \cos^2 t, & 0 \leq t \leq 1 \\ t^2 + 1, & t > 1 \end{cases}$$

Beräkna för varje tal $x \geq 0$ integralen

$$\int_0^x f(t)dt$$

Uppgift 5 Beräkna nedanstående integraler

$$\text{(a)} \int_0^2 \frac{x^2}{x^2 + 4x + 3} dx \quad \text{(b)} \int_0^{\pi/2} x^2 \sin x \, dx$$

Uppgift 6 Bevisa formeln för partiell integration

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = [F(x)g(x)]_a^b - \int_a^b F(x)g'(x)dx, \quad \text{där } F'(x) = f(x)$$