

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет прикладной математики и информатики

Далецкий Денис Андреевич

МЕТОД РИЧАРДСОНА

Отчет по лабораторной работе №2

Студента 2 курса 10 группы

Преподаватель:

Никифоров
Иван Васильевич
доцент кафедры ВМ,
канд. физ.-мат. наук

Минск, 2018

Оптимальным выбором τ с точки зрения скорости сходимости будет $\tau = \frac{2}{\lambda_1 + \lambda_n}$

Код программы (написанной на языке Python)

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt

def richardson_step(x, A, b, lr):
    x_next = x + lr * (b - A @ x)
    return x_next

def richardson_generator(A, b, eps, lr):
    n = A.shape[0]

    x_current = np.random.normal(size=n)

    while True:
        x_next = richardson_step(x_current, A, b, lr)
        yield x_next
        if np.max(np.abs(x_current - x_next)) < eps:
            raise StopIteration
        x_current = x_next

def continuous_norm(mat):
    row_sums = np.sum(np.abs(mat), 1)
    return np.max(row_sums)

if __name__ == "__main__":
    np.set_printoptions(floatmode="fixed", precision=16)
    A = np.array([
        [8, 0, -4, 0, -2],
        [0, 7, 0, -4, 0],
        [-4, 0, 6, 0, -1],
        [0, -4, 0, 5, 0],
        [-2, 0, -1, 0, 4]
    ], dtype=float)
```

```

x = np.round(np.random.rand(5) * 21 - 10, 2)
b = A @ x

print(A)
print("b =", b)

print("x =", x)

eigenvals, _ = np.linalg.eigh(A)
min_eig = eigenvals[0]
max_eig = eigenvals[-1]
max_tau = 2.0 / (0.2 * min_eig + max_eig)
min_tau = max_tau / 10
opt_tau = 2.0 / (min_eig + max_eig)

steps_counts = []
taus = np.linspace(min_tau, max_tau, 100)
for tau in taus:
    xs_ = np.array(list(richardson_generator(A, b, 1e-6, tau)))
    x_ = xs_[-1]
    steps = len(xs_)
    steps_counts.append(steps)

fig, ax = plt.subplots(1, 1)
ax.plot(taus, steps_counts)
plt.title("dependence of steps count from  $\tau$ ")
plt.xlabel(" $\tau$ ")
plt.ylabel('steps')
plt.savefig("out.png")

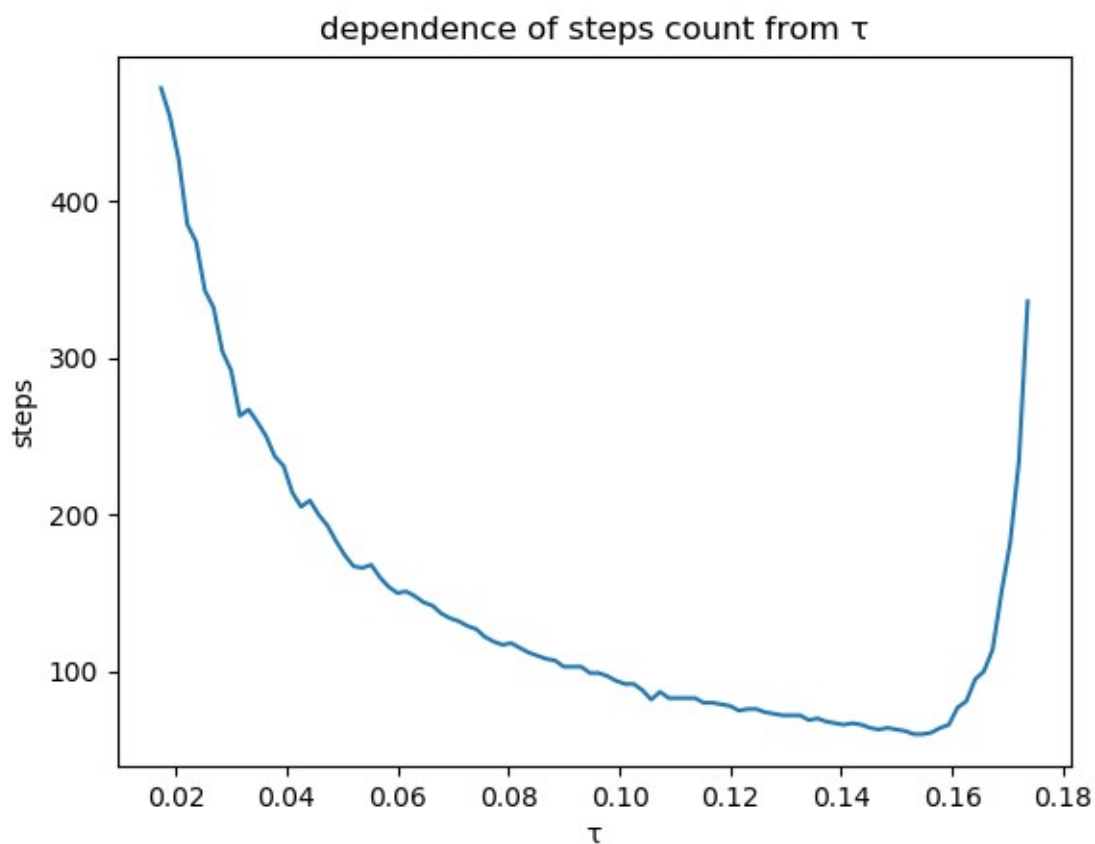
print("x' =", x_)
print("|x - x'| = ", max(abs(x - x_)))

plt.show()

```

Результаты

График зависимости кол-ва итераций от параметра τ :



Исходная матрица:

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & -4 & 0 & -2 \\ 0 & 7 & 0 & -4 & 0 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & -1 \\ 0 & -4 & 0 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$f = [25.660000000000001 \ -30.199999999999993 \ -6.3700000000000045 \\ -2.7200000000000060 \ -1.2199999999999998]$$

$$x = [5.7000000000000002 \ -8.519999999999996 \ 3.2999999999999998 \\ -7.3600000000000003 \ 3.3700000000000001]$$

$$x' = [5.6999987658244500 \ -8.5199999994861120 \ 3.2999994904101717 \\ -7.3599999993418539 \ 3.3699991940078888]$$

$$|x - x'| = 1.2341755502021101e-06$$