Notas de aula de Grafos e Algoritmos Computacionais

Daniel Oliveira Dantas

20 de outubro de 2020

Sumário

Capítulo 1

Introdução

1.1 Exercícios preliminares

1. Defina matriz quadrada.
2. Defina matriz simétrica.
3. O que é um conjunto?
4. Defina cardinalidade de um conjunto.
5. Defina par ordenado.
6. Defina par não-ordenado.
7. Defina produto cartesiano de dois cojuntos.
8. Defina conjunto das partes.
9. Qual é a cardinalidade do conjunto das partes de um conjunto A em função da cardinalidade de A?
10. Quando podemos dizer que dois conjuntos são iguais?
11. A cardinalidade do conjunto dos números naturais é maior, menor ou igual à do conjunto dos números racionais?
12. A cardinalidade do conjunto dos números naturais é maior, menor ou igual à do conjunto dos números reais?
13. Como provar que dois conjuntos infinitos possuem a mesma cardinalidade?
14. Defina função bijetora.
15. Seja R o conjunto de todos os conjuntos que não pertencem a si mesmos. Podemos dizer que R pertence a si mesmo?

Capítulo 2

Uma iniciação à Teoria dos Grafos

Capítulo 2 de Szwarcfiter, *Grafos e Algoritmos Computacionais* [1].

2.1 Introdução

Serão dadas nesse capítulo algumas definições de Teoria dos Grafos.

2.2 Os primeiros conceitos

— Grafo: representado por $G(V, E)$, é um conjunto finito não vazio V e um conjunto E de pares não ordenados de elementos distintos de V. Ver Figura 2.1.
— Vértices: são os elementos de V.
— Arestas: são os elementos de E.

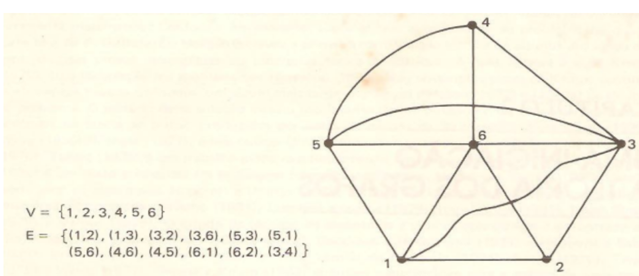


Figura 2.1: Um grafo $G(V, E)$ e sua representação geométrica.

Fonte: Szwarcfiter [1].

— Grafo trivial: é um grafo onde $|V| = 1$.
— Vértices adjacentes: dois vértices v, w são ditos adjacentes quando existe uma aresta e tal que $e = (v, w)$; em outras palavras, quando alguma aresta incide em v e w.
— Arestas adjacentes: são arestas que possuem uma extremidade em comum, ou seja, que incidem em algum vértice em comum.
— Isomorfismo entre grafos: dois grafos $G_1(V_1, E_1)$ e $G_2(V_2, E_2)$, com $|V_1| = |V_2|$, são ditos isomorfos se e somente se (sse) existe uma função bijetora $f : V_1 \mapsto V_2$ tal que $(v, w) \in E_1$ sse $(f(v), f(w)) \in E_2$ para todo $v, w \in V_1$. Ver Figura 2.2.

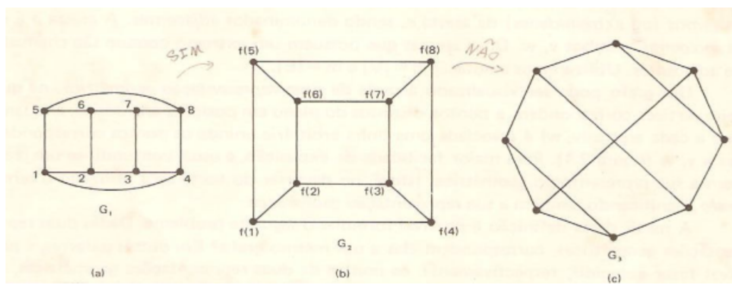
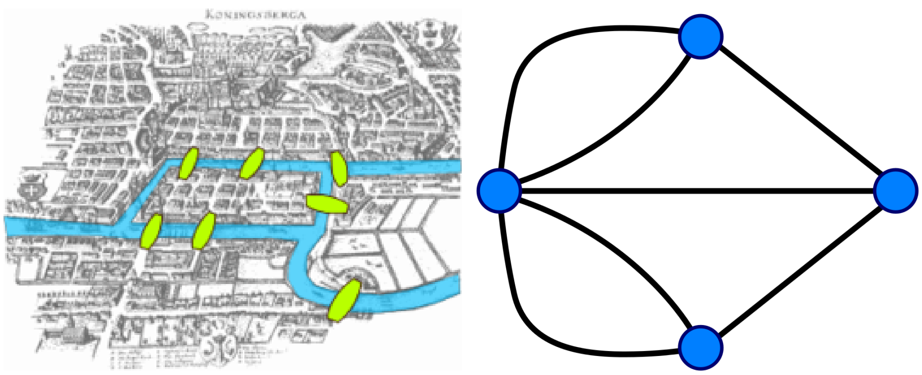


Figura 2.2: Os grafos G_1 e G_2 são isomorfos um ao outro, mas não a G_3.

Fonte: Szwarcfiter [1].

— Grafo com laços: $G(V, E)$ é um conjunto finito não vazio V e um conjunto E de pares não ordenados de elementos de V.
— Grafo dirigido: $G(V, E)$ é um conjunto finito não vazio V e um conjunto E de pares ordenados de elementos de V.
— Multigrafo: $G(V, E)$ é um conjunto finito não vazio V e um multiconjunto E de pares não ordenados de elementos de V.
— Grau de um vértice v é o número de arestas que incidem em v. Laços são contados duas vezes. É denotado por grau(v).
— Vértice isolado: é um vértice com grau zero.
— Grafo regular de grau r: é um grafo em que todos os vértices possuem o mesmo grau r.
— Caminho: uma sequência de vértices $v_1, \ldots, v_k$ tal que $(v_i, v_{i+1}) \in E, 1 \leq i < k$ é denominada caminho de v_1 a v_k. Seu comprimento é $k - 1$.
— Alcance: dizemos que um vértice v alcança um vértice w se existe um caminho de v a w.
— Caminho simples: caminho onde todos os vértices de v_1 a v_k são diferentes.
— Trajeto: caminho onde todas as arestas são distintas.
— Ciclo: é um caminho $v_1, \ldots, v_{k+1}$ em que $v_1 = v_{k+1}$ e $k \geq 3$.
— Ciclo simples: é um ciclo que contém um caminho simples.
— Grafo acíclico: é um grafo que não possui ciclos simples.

— Ciclos idênticos: ciclos obtidos um do outro por uma rotação de seus vértices.
— Caminho Hamiltoniano: caminho que contém cada vértice do grafo exatamente uma vez.
— Ciclo Hamiltoniano: ciclo $v_1, \ldots, v_{k+1}$ onde o caminho $v_1, \ldots, v_k$ é Hamiltoniano.
— Caminho ou ciclo Euleriano: caminho ou ciclo que contém cada aresta do grafo exatamente uma vez.



(a) Pontes de Konigsberg. (b) Representação geométrica.

Figura 2.3: Existe caminho que percorra todas as pontes uma única vez?

Fonte: Wikipedia.

Referências Bibliográficas

[1] Jayme Luiz Szwarcfiter. *Grafos e Algoritmos Computacionais*. Campus, Rio de Janeiro, 2 edition, 1986.