价值与成长

1. 分红折现模型

   分红折现模型是说股票的价值等于未来每期分红的折现之和，即

$$V_t = E_t\left(\frac{D_{t+1}}{1+k_t} + \frac{D_{t+2}}{(1+k_t)(1+k_{t+1})} + \ldots\right) \tag{1.1}$$

，其中，V_t 为 t 期价值，D_t 为 t 期分红，k_t 为条件在 t 时刻信息的 t 时刻到 $t+1$ 时刻的期望收益率。价值投资是，如果 $P_t < V_t$ 或者 $\frac{V_t}{P_t}$ 越大，则买入，反之则卖出。

2. Gordon 增长模型

   假设 k_t 为常数 k ，分红为常数比例增长，即

$$E_t(D_{t+s}) = D_t(1+g)^s \tag{1.2}$$

，则将(1.2)带入(1.1)并化简，得到

$$V_t = D_t \frac{1+g}{k-g} \tag{1.3}$$

。下面假设 $k > g$ 。有

$$\frac{V_t}{P_t} = \frac{D_t}{P_t}\frac{1+g}{k-g} \tag{1.4}$$

Case1：如果不同股票的 g,k 一样，$\frac{V_t}{P_t}$ 不一样，则 $\frac{D_t}{P_t}$ 越大 $\frac{V_t}{P_t}$ 越大 ，所以越值得买入。

Case2：如果不同股票的 k 一样，$\frac{V_t}{P_t}$ 一样（都为 1），g 不一样，则 $\frac{D_t}{P_t}$ 越大，g 越小，即，较大的 $\frac{D_t}{P_t}$ 表示较小的未来分红增长率 g。从这一角度看，$\frac{D_t}{P_t}$ 能体现未来分红增长率的大小，这符合成长的意思。

Case3：如果不同股票的 g 一样，$\frac{V_t}{P_t}$ 一样（都为 1），k 不一样，则 $\frac{D_t}{P_t}$ 越大，k 越大，即，较大的 $\frac{D_t}{P_t}$ 表示较大的风险补偿 k 。这与我们之前介绍的理论——价值效应

是对风险的补偿——相同。

综上，$\frac{D_t}{P_t}$越大，表示三种可能，有可能是$\frac{V_t}{P_t}$越大，越值得买入；有可能是未来分红增长率越小；也有可能是该股票的风险溢价k 越大。（Pedersen，2015，Ch6）从公式(1.4)可知，价值投资的关键是找出价值与当前价格的比较，而这一比较由三部分决定，当前$\frac{D_t}{P_t}$，未来增长率，以及风险补偿，所以价值投资不仅关注$\frac{D_t}{P_t}$，也要关注未来增长率，也要关注风险补偿。

3. 残差收益模型（Residual Income Model，RIM）

假设k_t为常数。根据 clean surplus accounting relation，有

$$B_{t+1} = B_t + NI_{t+1} - D_{t+1} \tag{1.5}$$

，将该式带入(1.1)，化简得到

$$\begin{aligned} V_t &= B_t + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{E_t\left(RI_{t+s}\right)}{\left(1+k\right)^s} \\ RI_t &= NI_t - kB_{t-1} \end{aligned} \tag{1.6}$$

其中，NI_t 为t 期末 earnings。记$ROE_t \equiv \frac{NI_t}{B_{t-1}}$ ，则上式化简为

$$V_t = B_t + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{E_t\left(\left(ROE_{t+s} - k\right) B_{t+s-1}\right)}{\left(1+k\right)^s} \quad (1.7)。$$

类似上面，这里采用$B_t - P_t$ ，则有

$$V_t - P_t = B_t - P_t + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{E_t\left(\left(ROE_{t+s} - k\right) B_{t+s-1}\right)}{\left(1+k\right)^s} \tag{1.8}$$

，所以，$B_t - P_t$越大，表示三种可能，有可能是$V_t - P_t$越大，越值得买入；有可能是未来ROE（ROE 有增长的含义）越小；也有可能是该股票的风险溢价k 越大。（Pedersen，2015，Ch6；Charles,2014,Ch4）

4. 对于分红增长率的建模

记$e(t)$ 为t 期末的 earnings，$d(t)$ 为t 期末支付的分红（即上文中的D_t ），$I(t)$ 为t 期末的 earnings 中用作投资的部分，κ 为公司的 payout ratio，即 earnings 当中多少比例用于分红，ρ 为投资部分的回报率。所以，有

$$e(t) = d(t) + I(t) \tag{1.9}$$

$$d(t) = \kappa e(t) \tag{1.10}$$

$$I(t)=(1-\kappa)e(t) \tag{1.11}$$

假设，如果没有再投资每期 earnings 不变，则，

$$\begin{aligned}&e(t+1)\\&=e(t)+I(t)\rho\\&=e(t)+(1-\kappa)\rho e(t)\\&=(1+(1-\kappa)\rho)e(t)\end{aligned} \tag{1.12}$$

所以，earnings 的增长率为$(1-\kappa)\rho$ 。根据(1.10)式，得到，分红$d(t)$的增长率（上文中的 g ）也为 $(1-\kappa)\rho$ 。假设一开始 $e(1)=b(0)\rho$ ，则可以得到，$e(t+1)=b(t)\rho$ ，且 book value $b(t)$的增长率也为g 。（Richard，Ch9）

所以，$b(t),e(t),d(t)$ 的增长率都为g ，且三者的水平值之间是一个常数比例。

所以，$\frac{D_t}{P_t},\frac{E_t}{P_t},\frac{B_t}{P_t}$ 三者体现的信息相似。

参考文献：

Pedersen, Lasse Heje，2015，Efficiently inefficient : how smart money invests and market prices are determined

Charles M. C. Lee and Eric C. So, Alphanomics: 2014，The Informational Underpinnings of Market Efficiency

Richard C. Grinold and Ronald N. Kahn，Active Portfolio Management：A Quantitative Approach for Providing Superior Returns and Controlling Risk