**复变函数与积分变换试题**

本试题分两部分，第一部分为选择题，1页至3页，第二部分为非选择题，4页至8页，共8页；选择题40分，非选择题60分，满分100分，考试时间150分钟。

**第一部分 选择题**

**一、单项选择题(本大题共20小题，每小题2分，共40分)在每小题列出的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母填在题后的括号内。**

1. 复数的辐角为（　　）
   1. arctan B．-arctan C．π-arctan 　D．π+arctan

2．方程所表示的平面曲线为（　　）

1. 圆 B．直线 C．椭圆 　D．双曲线

3．复数的三角表示式为（　　）

A． B．

C． D．

4．设z=cosi，则（　　）

A．Imz=0 B．Rez=π C．|z|=0 　D．argz=π

5．复数对应的点在（　　）

A．第一象限　　　　　B．第二象限　　　 C．第三象限　　　 D．第四象限

6．设w=Ln(1-I),则Imw等于（　　）

A． B．

C． D．

7．函数把Z平面上的扇形区域：映射成W平面上的区域（　　）

A．　　　　　　　　B．

C．　　　　　　　　D．

8．若函数f(z)在正向简单闭曲线C所包围的区域D内解析，在C上连续，且z=a为D内任一点，n为正整数，则积分等于（　　）

A． B． C． D．

9．设C为正向圆周｜z+1|=2,n为正整数，则积分等于（　　）

1. 1　　　　　　　B．2πi　　　　　　　C．0　　　　　　　 D．

10．设C为正向圆周|z|=1，则积分等于（　　）

A．0　　　　　　　　B．2πi 　　　　　 C．2π　　　　　 D．－2π

11．设函数f(z)=，则f（z）等于（　　）

A． B． C． D．

12．设积分路线C是帖为z=-1到z=1的上半单位圆周，则等于（　　）

A． 　　　　　 B．　　　　　　C．　　　　　D．

13．幂级数的收敛区域为（　　）

A．　　　B．　　　　　C．　　　D．

14．是函数f(z)=的（　　）

1. 一阶极点　　　　B．可去奇点　　　　　C．一阶零点　　　　D．本性奇点

15．z=-1是函数的（　　）

1. 3阶极点　　　　B．4阶极点　　　　　　C．5阶极点　　　　D．6阶极点

16．幂极数的收敛半径为（　　）

1. 0　　　　　　　B．1　　　　　　　　　　C．2　　　　　　　D．＋

17．设Q（z）在点z=0处解析，,则Res[f(z),0]等于（　　）

1. Q（0）　　　　B．－Q（0）　　　　　　　C．Q′（0）　　　D．－Q′（0）

18．下列积分中，积分值不为零的是（　　）

A．

B．

C．

D．

19．映射下列区域中每一点的伸缩率都大于1的是（　　）

A．　　　　　B．　　　　　C．　　　　　D．

20．下列映射中，把角形域保角映射成单位圆内部|w|<1的为（　　）

A．　　　　B．　　　　C．　　　　D．

第二部分　非选择题

（共60分）

**二、填空题（本大题共10空，每空2分，共30分）**

不写解答过程，将正确的答案写在每小题的空格内。错填或不填均无分。

21．复数i的模|z|＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

22．设，则Imz＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

23．设z=，则argz＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

24．f（z）的可导处为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

25．方程Inz=的解为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

26．设C为正向圆周|z|=1，则=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

27．设C为正向圆周|z－i|=,则积分=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

28．设C为正向圆周|ζ |=2，，其中|z|<2，则f′(1)=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

29．幂极数的收敛半径为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

30．函数f(z)=在点z=0处的留数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

**三、计算题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）**

31．求的共轭调和函数v(x,y)，并使v(0,0)＝1。

32．计算积分的值，其中C为正向圆周|z|=2。

33．试求函数f(z)=在点z=0处的泰勒级数，并指出其收敛区域。

34．计算积分的值，其中C为正向圆周|z-1|=3。

**四、综合题（下列3个题中，35题必做，36、37题中只选做一题，需考《积分变换》者做37题，其他考生做36题，两题都做者按37题给分。每题10分，共20分）**

35．利用留数求积分的值。

36．设Z平面上的区域为，试求下列保角映射

（1）把D映射成W1平面上的角形域；

（2）把D1映射成W2平面上的第一象限;

（3）w=f3(w2)把D2映射成W平面的上半平面：Imw>0;

（4）w=f(z)把D映射成G。

37．积分变换

（1）设,a是一个实数，证明

（2）利用拉氏变换解常微分方程初值问题：

**复变函数与积分变换试题参考答案及评分标准**

一、单项选择题(本大题共20小题，每小题2分，共40分)

1．B　　2．D　　3．C　　4．A　　5．A　　6．B　　7．A　　8．D　　9．C　　10．A

11．D　 12．C　13．B　14．B　 15．C 16．D 17．B 18．D 19．A 20．C

二、填空题（本大题共10空，每空2分，共20分）

21.8 　　　　22．0　　　　　23．1　　　　24．z=0　　　　25．或

26．4πi　　 27．－2π(π+i) 28．或 29．E 30．6

三、计算题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

31．解1：，

　　　　　由C－R条件，有，

。　　　　　　（2分）

　　　　　再由，

得，于是，

。　　　　　　　　　　　　　　　（4分）

　　　　　由得。

　　　　　故　　　 （5分）

　　　解2： 

 （2分）

 (4分)

以下同解1。

32．解1： (3分)

。　　　　　　　（5分）

解2： (3分)

。　　　　　　 （5分）

33．解：因为，（2分）

　　　　所以由幂级数在收敛圆内逐项求积性质，得

 (5分)

34．解：因在C内有二阶级点z=I，所以

 （2分）



。　　　　　　　　　　　　　　（5分）

四、综合题（下列3个题中，35题必做，36、37题中只选做一题，需考《积分变换》者做37题，其他考生做36题，两题都做者按37题给分。每题10分，共20分）

35．解：在上半平面内，有一阶极点z=i和z=3i。　　（2分）

 （4分）

，　　　　　　　　（6分）

，

，　　　　　　　　　　　　　　　　（9分）

。　　　　　　　　　　　　　　　　　　 （10分）

36．解：（1）由解得交点z1+1,z2=-1。　　　　　　　　　　　（2分）

设，则它把D映射成W1平面上的 （4分）

（2）设，则它把D1映射成

　　 W2平面上的第一象限。　　　　　　　 （6分）

（3）设，则它把D2映射成W平面的上半平面G：Imw>0。　　（8分）

（4）。　　　　　　　　　　　（10分）

(Z)

1

-1

0

-i

i



(W1)



0

(W)

0

(W2)

0



37．解：（1）符号1符号1  （2分）

符号1符号1 （3分）

。　　　　　　　　（5分）

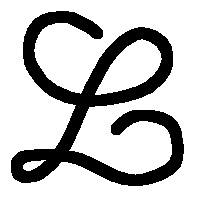
（2）设F(p)=[(y(t))，对方程两边取拉氏变换，有

　　　p2F(p)+1-2Pf(p)+F(p)=，　　　　　　　　　　　　　　　（7分）

　　　从中解得

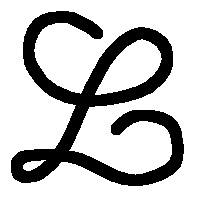
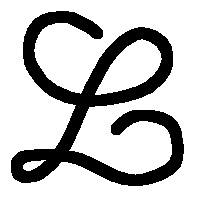
。　　　　　　　　　　　　 （8分）

　　　再求拉氏逆变换，得

 （9分）

　　　　　=1-et  (10分)

或利用卷积定理得到

－＝－1\*et （9分）

=1- et  (10分)