

Semelhança de Triângulos

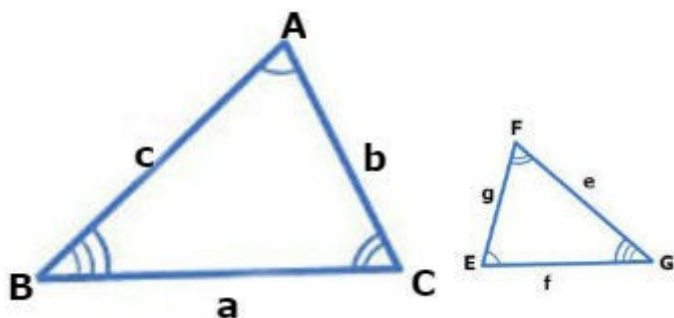
Dois triângulos são semelhantes quando possuem os três ângulos ordenadamente congruentes (mesma medida) e os lados correspondentes proporcionais. Usamos o símbolo \sim para indicar que dois triângulos são semelhantes.

Para saber quais são os lados proporcionais, primeiro devemos identificar os ângulos de mesma medida. Os lados homólogos (correspondentes) serão os lados opostos a esses ângulos.

Razão de Proporcionalidade

Como nos triângulos semelhantes os lados homólogos são proporcionais, o resultado da divisão desses lados será um valor constante. Esse valor é chamado de razão de proporcionalidade.

Considere os triângulos ABC e EFG semelhantes, representados na figura abaixo:



Os lados **a** e **e**, **b** e **g**, **c** e **f** são homólogos, sendo assim, temos as seguintes proporções:

$$\frac{a}{e} = \frac{b}{g} = \frac{c}{f} = k$$

Onde k é a razão de proporcionalidade.

Leia também sobre [Razão e Proporção](#).

Casos de Semelhança

Para identificar se dois triângulos são semelhantes, basta verificar alguns elementos.

1º Caso: Dois triângulos são semelhantes se dois ângulos de um são congruentes a dois do outro. Critério AA (Ângulo, Ângulo).

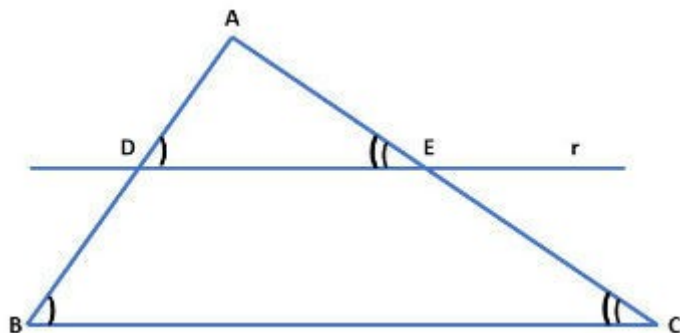
2º Caso: Dois triângulos são semelhantes se os três lados de um são proporcionais aos três lados do outro. Critério LLL (Lado, Lado, Lado).

3º Caso: Dois triângulos são semelhantes se possuem um ângulo congruente compreendido entre lados proporcionais. Critério LAL (Lado, Ângulo, Lado).

Teorema Fundamental da semelhança

Quando uma reta paralela a um lado de um triângulo intersecta os outros dois lados em pontos distintos, forma um triângulo que é semelhante ao primeiro.

Na figura abaixo, representamos o triângulo ABC e a reta r paralela ao lado \overline{BC} .



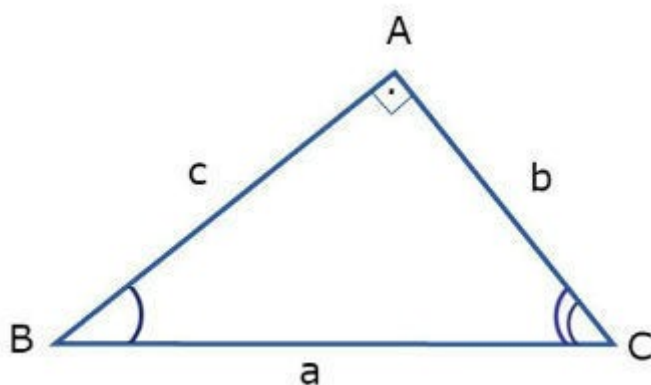
Observando a figura, notamos que os ângulos \widehat{B} e \widehat{D} são congruentes, assim como os ângulos \widehat{C} e \widehat{E} , pois a reta r é paralela ao lado \overline{BC} . Assim, pelo critério AA, os triângulos ABC e ADE são semelhantes.

Leia também sobre Teorema de Tales e Teorema de Tales - Exercícios.

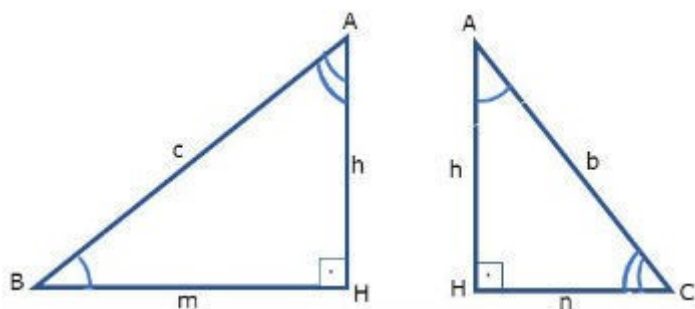
Relações Métricas no Triângulo Retângulo

Os triângulos que possuem um ângulo igual a 90° são chamados de triângulos retângulos. O lado oposto ao ângulo de 90° é chamado hipotenusa e os outros dois lados são chamados de catetos.

No triângulo representado abaixo, o lado a é a hipotenusa e b e c são os catetos.



Ao traçar a altura relativa à hipotenusa, dividimos o triângulo retângulo em dois outros triângulos retângulos. Conforme figura abaixo:



Observando as medidas dos ângulos desses três triângulos, percebemos que eles são semelhantes, ou seja:

$$ABC \sim ABH \sim AHC.$$

Usando as proporções entre os lados, determinamos as seguintes relações:

| Relações Métricas |
|-------------------------|
| $a \cdot h = b \cdot c$ |
| $b^2 = a \cdot n$ |
| $c^2 = a \cdot m$ |
| $h^2 = m \cdot n$ |
| $a = m + n$ |
| $a^2 = b^2 + c^2$ |

Essas relações são muito importantes e são chamadas de **relações métricas** no triângulo retângulo.