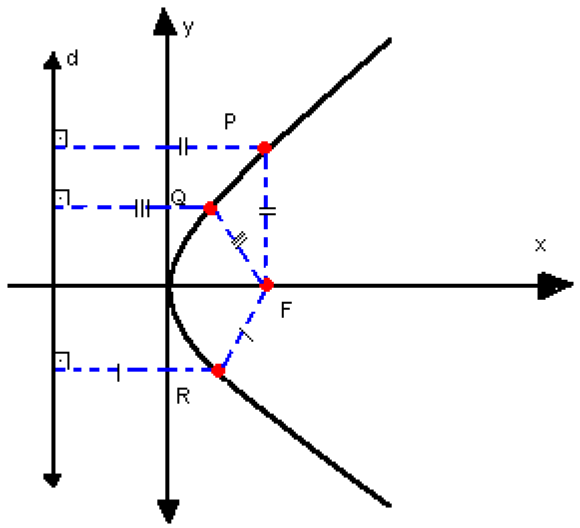
Parábola

Dados uma reta **d** e um ponto **F** $(F \notin d)$, de um plano α, chamamos de *parábola* o conjunto de pontos do plano α equidistantes de **F** e **d**.

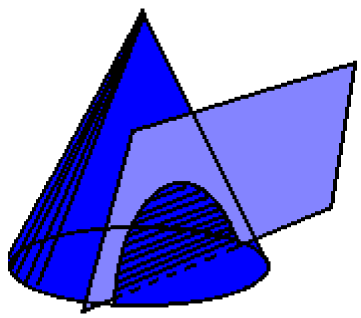
Por exemplo, sendo **F**, **P**, **Q** e **R** pontos de um plano α e **d** uma reta desse mesmo plano, de modo que nenhum ponto pertença a **d**, temos:

$$\begin{cases} d_{FP} = d_{Pd} \\ d_{FQ} = d_{Qd} \\ d_{FR} = d_{Rd} \end{cases}$$



Observações:

1ª) A parábola é obtida seccionando-se obliquamente um cone circular reto:



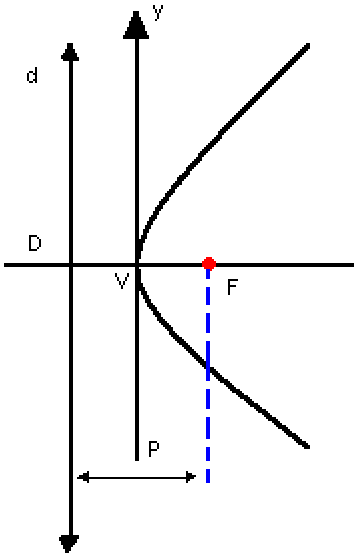
2ª) Os telescópios refletores mais simples têm espelhos com secções planas parabólicas.

3ª) As trajetórias de alguns cometas são parábolas, sendo que o Sol ocupa o foco.

4ª) A superfície de um líquido contido em um cilindro que gira em torno de seu eixo com velocidade constante é parabólica.

Elementos

Observe a parábola representada a seguir. Nela, temos os seguintes elementos:



- foco: o ponto **F**
- diretriz: a reta **d**
- vértice: o ponto **V**
- parâmetro: **p**

Então, temos que:

- o vértice **V** e o foco **F** ficam numa mesma reta, o eixo de simetria **e**.

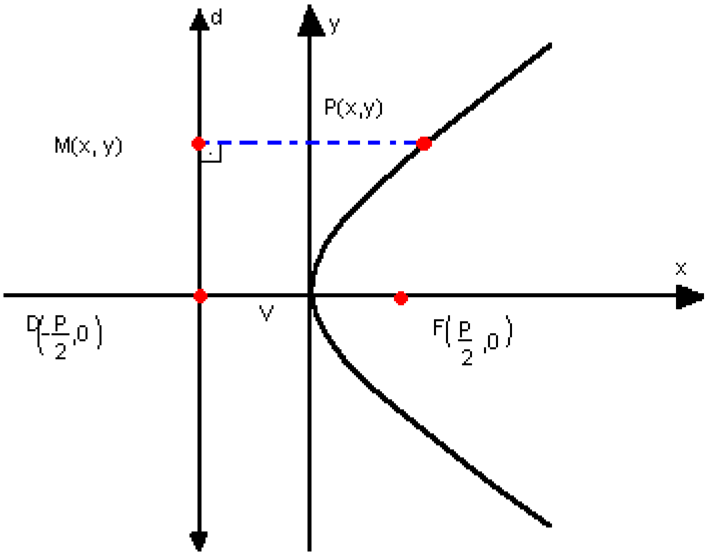
Assim, sempre temos $e \perp d$.

- DF =p
- **V** é o ponto médio de $\overline{DF}(DV = VF = \frac{P}{2})$

Equações da parábola

Vamos considerar os seguintes casos:

a) parábola com vértice na origem, concavidade para a direita e eixo de simetria horizontal



Como a reta **d** tem equação $x = -\frac{p}{2}$ e na parábola temos:

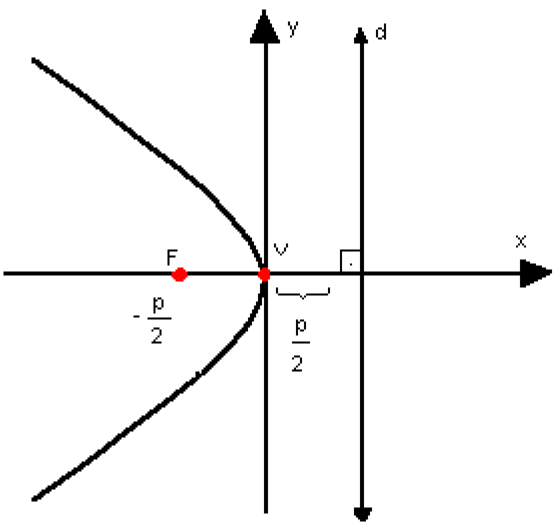
- $F(\frac{p}{2}, 0)$;
- P(x, y);
- $d_{PF} = d_{Pd}$ (definição);

obtemos, então, a equação da parábola:

$$y^2 = 2px$$

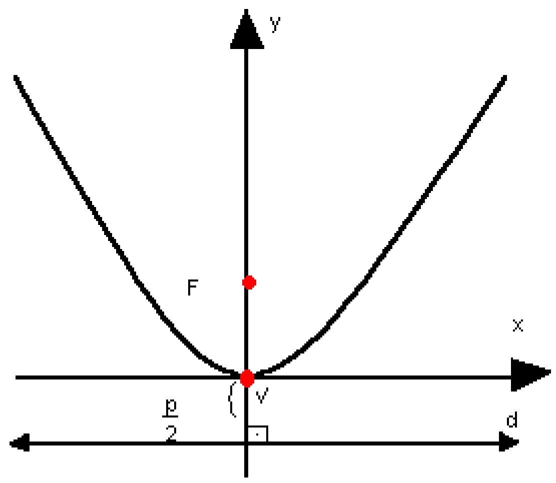
b) parábola com vértice na origem, concavidade para a esquerda e eixo de simetria horizontal

Nessas condições, a equação da parábola é:



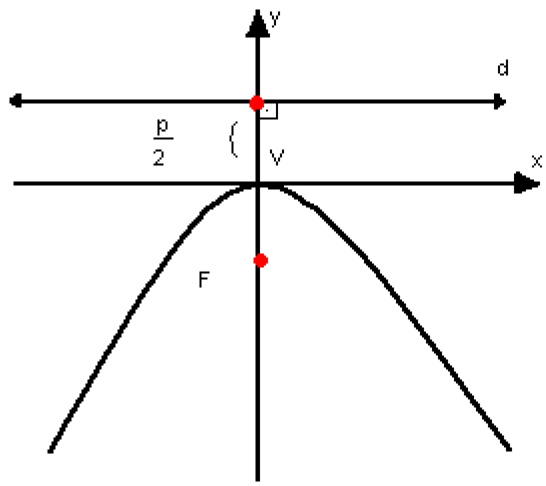
$$y^2 = -2px$$

c) parábola com vértice na origem, concavidade para cima e eixo de simetria vertical



$$x^2=2py$$

d) parábola com vértice na origem, concavidade para baixo e eixo de simetria vertical



$$x^2= - 2py$$