Função Quadrática

Definição

Chama-se função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, qualquer função *f* de IR em IR dada por uma lei da forma **$f(x) = ax^2 + bx + c$**, onde a, b e c são números reais e $a \neq 0$.

Vejamos alguns exemplos de função quadráticas:

1. $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$, onde $a = 3$, $b = -4$ e $c = 1$
2. $f(x) = x^2 - 1$, onde $a = 1$, $b = 0$ e $c = -1$
3. $f(x) = 2x^2 + 3x + 5$, onde $a = 2$, $b = 3$ e $c = 5$
4. $f(x) = -x^2 + 8x$, onde $a = -1$, $b = 8$ e $c = 0$
5. $f(x) = -4x^2$, onde $a = -4$, $b = 0$ e $c = 0$

Gráfico

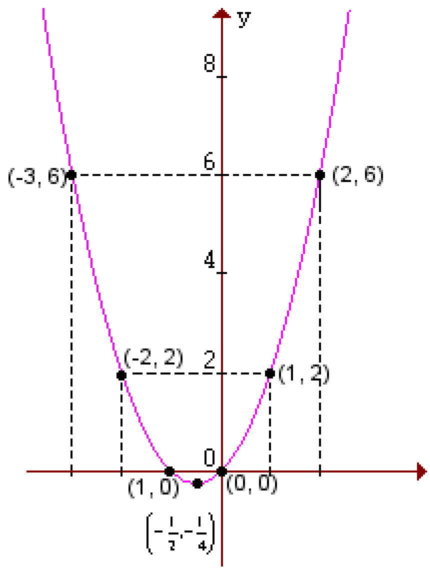
O gráfico de uma função polinomial do 2º grau, $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, é uma curva chamada **parábola**.

Exemplo:

Vamos construir o gráfico da função $y = x^2 + x$:

Primeiro atribuímos a x alguns valores, depois calculamos o valor correspondente de y e, em seguida, ligamos os pontos assim obtidos.

x	y
-3	6
-2	2
-1	0
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$
0	0
1	2
2	6



Observação:

Ao construir o gráfico de uma função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, notaremos sempre que:

- se **$a > 0$**, a parábola tem a **concavidade voltada para cima**;

- se **$a < 0$**, a parábola tem a **concavidade voltada para baixo**;

Zero e Equação do 2º Grau

Chama-se zeros ou raízes da função polinomial do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, os números reais x tais que $f(x) = 0$.

Então as raízes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ são as soluções da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, as quais são dadas pela chamada fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Temos:

$$f(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Observação

A quantidade de raízes reais de uma função quadrática depende do valor obtido para o radicando $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$, chamado discriminante, a saber:

- quando é positivo, há duas raízes reais e distintas;
- quando é zero, há só uma raiz real (para ser mais preciso, há duas raízes iguais);
- quando Δ é negativo, não há raiz real.

FUNÇÃO QUADRÁTICA: DEFINIÇÃO E GRÁFICO

INTRODUÇÃO

Uma função é dita quadrática ou do 2º grau quando é do tipo:

$f: R \to R$

$f(x) = ax^2 + bx + c$.

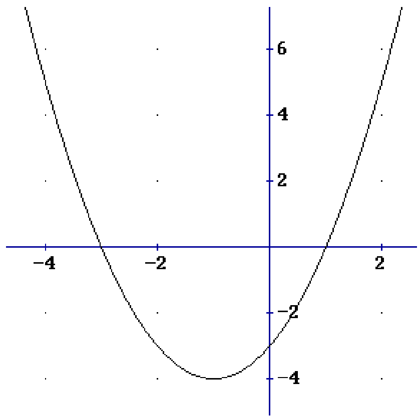
Observe que o valor de “a” não pode ser zero, caso contrário, não seria uma função quadrática e sim afim. Essa restrição é apenas para o valor de “a”, pois b e c podem ser iguais a zero perfeitamente, pois mesmo assim a função continuará sendo quadrática.

EXEMPLOS DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS

$f(x) = 8x^2 - 4x + 1$, onde $a = 8$, $b = -4$ e $c = 1$

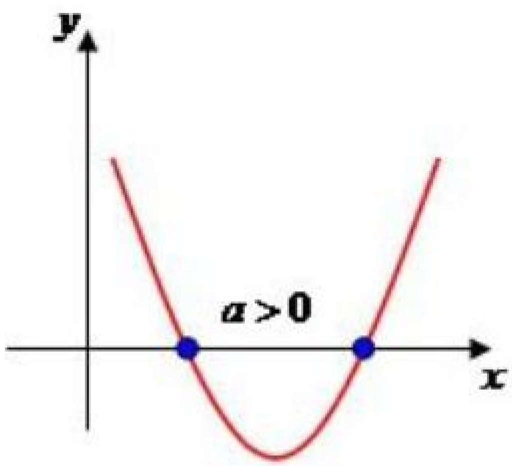
$f(x) = x^2 - 11$, onde a = 1, b = 0 e c = -11
$f(x) = 2x^2 + 32x + 5$, onde a = 2, b = 32 e c = 5
$f(x) = -x^2 + 0{,}8x$, onde a = -1, b = 0,8 e c = 0
$f(x) = -3{,}4x^2$, onde a = – 3,4, b = 0 e c = 0
$f(x) = 2{,}34x^2 + 3{,}2x + 0{,}05$, onde a = 2,34, b = 3,2 e c = 0,05
$f(x) = x^2 + x + 1$, onde a = 1, b = 1 e c = 1

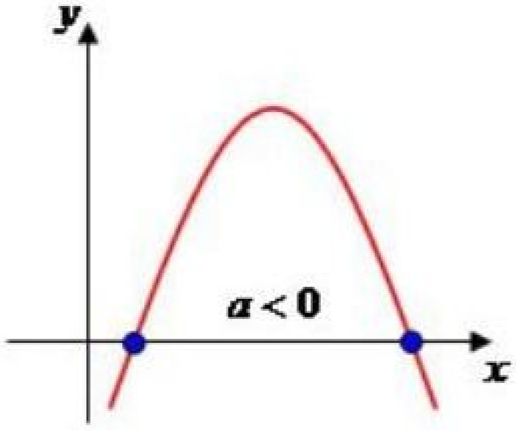
GRÁFICO
O gráfico de uma função quadrática é uma curva denominada parábola.
Veja a figura abaixo:



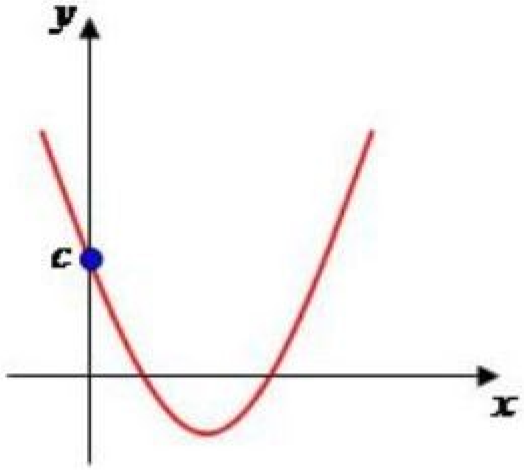
O COEFICIENTE "a"
Quando queremos construir um gráfico de uma função quadrática, uma das primeiras informações que temos que observar é o coeficiente a. Veja:

- Se o coeficiente a>0, a concavidade da parábola é para cima.
- Se o coeficiente a<0, a concavidade da parábola é para baixo.





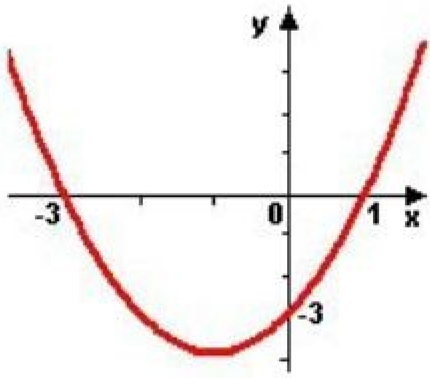
O COEFICIENTE "c"
A letra c também nos dá uma informação muito importante. Com ela sabemos onde a parábola corta o eixo y. Veja:



EXEMPLO DA CONSTRUÇÃO DO GRÁFICO
Seja a função $f(x) = x^2 + 2x - 3$. Com o que aprendemos até agora, sabemos que:

- Como f é uma função quadrática, o gráfico é uma parábola.
- Como a>0 (a=1), a concavidade é para cima.
- Como b = -3, a parábola corta o eixo y no ponto (0, -3).

Construindo o gráfico com essas informações, temos:


y
-3
0
1
x
-3