Inequações modulares

Uma inequação será identificada como modular se dentro do módulo tiver uma expressão com uma ou mais incógnitas, veja alguns exemplos de inequações modulares:

$$|x-3| \ge 2$$

Ao resolvermos uma inequação modular buscamos encontrar os possíveis valores que a incógnita deverá assumir, obedecendo às regras resolutivas de uma inequação e as condições de existência de um módulo.

Condição de existência de um módulo, considerando k um número real positivo:

$$Se |x| \le k \ ent \ ao, -k \le x \le k$$

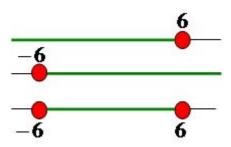
$$Se |x| > k então, x < -k ou x > k$$

Para compreender melhor a resolução de inequações modulares veja os exemplos abaixo:

Exemplo 1

$$|\mathbf{x}| \leq 6$$

Utilizando a seguinte definição: se |x| < k então, -k < x < k, temos que: $-6 \le x \le 6$



$$S = \{x \in \mathbb{R} / -6 \le x \le 6\}$$

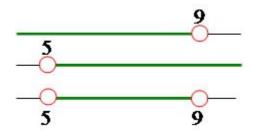
Exemplo 2

$$|x - 7| < 2$$

Utilizando a seguinte definição: se $|x| \le k$ então, $-k \le x \le k$, temos que:

$$-2 < x - 7 < 2$$

 $-2 + 7 < x < 2 + 7$
 $5 < x < 9$



$$S = \{x \in R / 5 < x < 9\}$$

Exemplo 3

$$|x^2 - 5x| > 6$$

Precisamos verificar as duas condições:

$$|x| > k$$
 então, $x < -k$ ou $x > k$

$$|\mathbf{x}| < \mathbf{k}$$
 então, $-\mathbf{k} < \mathbf{x} < \mathbf{k}$

Fazendo |x| > k então, x < -k ou x > k

$$x^2 - 5x > 6$$

$$x^2 - 5x - 6 > 0$$

Aplicando Bháskara temos:

$$x' = 6$$

$$x'' = -1$$

Pela propriedade:

$$x < -1$$

Fazendo $|x| \le k$ então, $-k \le x \le k$

$$x^2 - 5x < -6$$

$$x^2 - 5x + 6 < 0$$

Aplicando Bháskara temos:

$$x'=3$$

$$x" = 2$$

Pela propriedade:

$$S = \{x \in R \mid x < -1 \text{ ou } 2 < x < 3 \text{ ou } x > 6\}.$$