Forma Trigonométrica ou Polar de um Número Complexo

Considere z = a + bi ≠ 0 a forma normal ou algébrica de um número complexo. Sabemos que o argumento de z satisfaz as seguintes condições:

$$sen\,\theta = \frac{b}{\rho} \rightarrow b = \rho sen\,\theta$$

$$\cos\theta = \frac{a}{\rho} \rightarrow a = \rho\cos\theta$$

Observação: ρ é o módulo de z.

Substituindo os valores determinados acima na forma algébrica de z, obtemos:

z = a + bi

$z = \rho cos\,\theta + \rho sen\theta \cdot i$

Colocando ρ em evidência, ficamos com:

$z = \rho(cos\theta + i \cdot sen\theta)$ → que é a forma trigonométrica de um número complexo.

A forma trigonométrica é muito útil e prática nas operações de potenciação e radiciação em C.

Exemplo: Escreva os seguintes números complexos na forma trigonométrica:

a) √3+i

Solução: Temos que

$$\rho = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{3+1} = 2$$

Segue que:

$sen\,\theta = \frac{1}{2}$ $e \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \theta = 30^o\ ou\ \frac{\pi}{6}$

Assim, a forma trigonométrica é:

$z = 2(\cos 30^o + i \cdot sen\ 30^o)$ ou $z = 2(\cos\frac{\pi}{6} + i \cdot sen\frac{\pi}{6})$

b) 3i

Solução: Temos que

$\rho = \sqrt{0^2 + 3^2} \rightarrow \ \rho = 3$

Segue que:

$sen\ \theta = \frac{3}{3} = 1\ e\ \cos\theta = \frac{0}{3} = 0 \rightarrow \ \theta = 90^o\ ou\ \frac{\pi}{2}$

Assim, a forma trigonométrica será:

$z = 3(\cos 90^0 + i \cdot sen\ 90^0)\ ou\ z = 3(\cos\frac{\pi}{2}\ + i \cdot sen\ \frac{\pi}{2})$

c) z = 4

Solução: Temos que

$\rho = \sqrt{4^2 + 0^2} \rightarrow \ \rho = 4$

Segue que

$sen\ \theta = \frac{0}{4} = 0\ e\ \cos\theta = \frac{4}{4} = 1 \rightarrow \ \theta = 0\ ou\ 2\pi$

Assim, a forma trigonométrica será:

$z = 4(\cos 0 + i \cdot sen 0) ou\, z = 4(\cos 2\pi + i \cdot sen\ 2\pi)$