

Definição e Propriedades dos Logaritmos

Definição

A ideia que concebeu o logaritmo é muito simples, ou seja, podemos associar o termo *Logaritmo*, como sendo uma denominação para expoente. Dessa forma definimos de formalmente logaritmos, da seguinte maneira:

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \text{ sendo } b > 0, a > 0 \text{ e } a \neq 1$$

Destacamos os seguintes elementos:

- **a** = Base do logaritmo;
- **b** = logaritmando ou antilogaritmo
- **x** = logaritmo

Consequências diretas da definição

A partir da definição de logaritmo podemos compreender alguns resultados, que comumente denominado de consequências da definição.

Sendo $b > 0$, $a > 0$ e $a \neq 1$ e **m** um número real qualquer, temos a seguir algumas consequências da definição de logaritmo:

$$1^a) \log_a 1 = 0$$

$$4^a) \log_a a = 1$$

$$2^a) a^{\log_a b} = b$$

$$5^a) a^{\log_a b} = b$$

$$3^a) \log_a a^m = m$$

$$6^a) \log_a b = \log_a c \Rightarrow b = c$$

Propriedades dos Logaritmos

Logaritmo do produto.

Se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então $\log_a^{(b \cdot c)} = \log_a b + \log_a c$.

Logaritmo do quociente.

Se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, então $\log_a^{b/c} = \log_a b - \log_a c$.

Logaritmo da potência.

Se $0 < a \neq 1$, $b > 0$, então $\log_a(b^n) = n \cdot \log_a b$

Exemplo de aplicação:

Se $\text{Log } 9 = x$, então $\text{Log } 6$ é:

Solução:

Sabendo que $9 = 3^2$, então podemos reescrever $\text{Log } 9 = \text{Log } 3^2 = 2 \cdot \text{Log } 3 = x$, portanto,

$$\text{Log } 3 = x/2.$$

Por outro lado, percebe que $6 = 2 \cdot 3$, então, temos:

$\text{Log } 6 = \text{Log } (2 \cdot 3)$ pela propriedade 3.1, podemos escrever:

$$\text{Log } (2 \cdot 3) = \text{Log } 2 + \text{Log } 3$$

$$\text{Log}(2 \cdot 3) = \text{Log } 2 + x/2.$$

Resposta: $\text{Log } 6 = \text{Log } 2 + x/2$

4. Mudança de Base

Em algumas situações podemos encontrar no cálculo vários logaritmos em bases diferentes. Como as propriedades logarítmicas só valem para logaritmos numa mesma base, é necessário fazer, antes, a conversão dos logaritmos de bases diferentes para uma única base conveniente. Essa conversão chama-se **mudança de base**. Para fazer a mudança de uma base **a** para uma outra base **b** usamos:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$