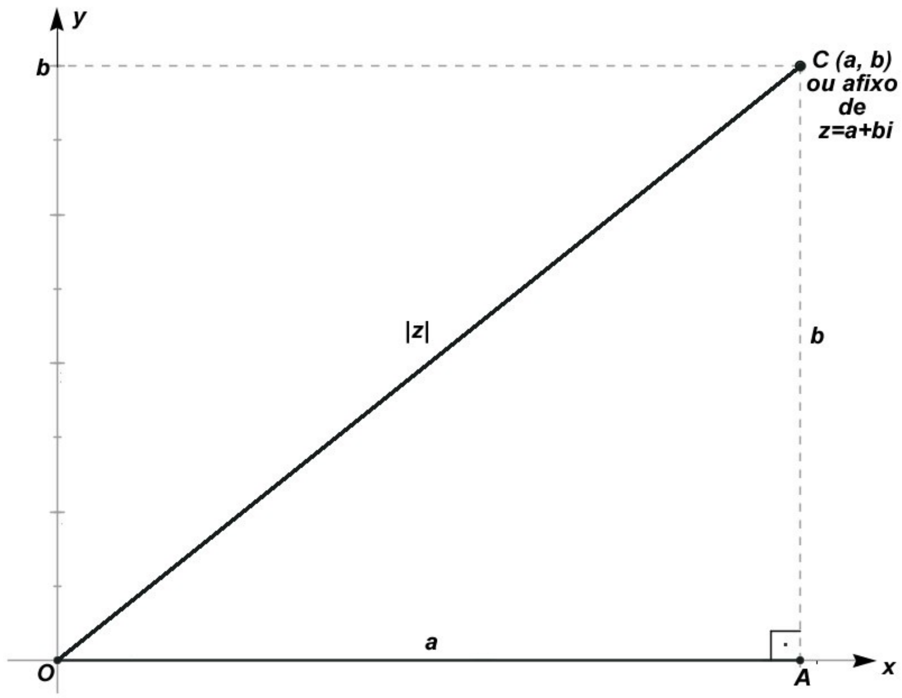
O módulo do número complexo

Temos duas formas de abordar o módulo de um número complexo, ambas apontando para a mesma definição, que é acerca doo comprimento, ou da distância do afixo do número complexo (Ponto C na imagem abaixo) até a origem do sistema de coordenadas. Vejamos a representação geométrica do que foi dito:



O módulo no gráfico acima está sendo representado por |z|, veja que se aplicarmos o teorema de Pitágoras no triângulo AOC, podemos obter uma expressão para o módulo de z , |z|.

$|z|^2 = a^2 + b^2 \quad \Rightarrow \quad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Veja que foi utilizado um número complexo qualquer, portanto, a expressão obtida para o módulo de um número complexo é válida para qualquer número complexo.

Foi mostrado anteriormente duas formas do módulo número complexo: sendo calculado algebricamente pela expressão acima e o módulo sendo representado geometricamente.

Analise o quanto é fácil encontrar o módulo de um número complexo:

$$\textbf{1)} \quad w = 2 - 3i$$
$$|w| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$
$$\textbf{2)} \quad z = 5i$$
$$|z| = \sqrt{5^2} = 5$$

Assim, podemos encontrar um conjunto no qual as distâncias sejam iguais a um determinado número.

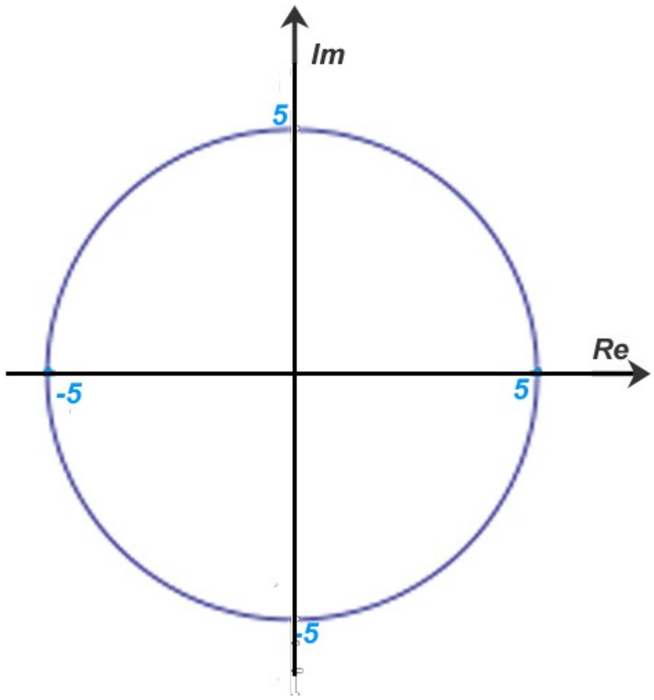
Represente no plano de Argand-Gauss, o subconjunto A do conjunto dos números complexos, onde:

$$\boldsymbol{A = \{w \in \mathbb{C} \mid |w| = 5\}}$$

Necessitamos determinar um valor qualquer para o número complexo w, portanto, façamos w=x+yi, onde que x e y são números reais.

$$|w| = 5 \quad \Longrightarrow \quad |x + yi| = 5 \; \Longrightarrow \; \sqrt{x^2 + y^2} = 5$$
$$\boldsymbol{x^2 + y^2 = 25}$$

Note que se trata de uma equação de uma circunferência de centro (0,0) e raio 5.



Sendo assim, vimos algumas das aplicações do conceito de módulo, assim como a expressão para calculá-lo.