

Equação Modular

Na equação modular as incógnitas se encontram dentro do módulo, fora isso ela apresenta as mesmas características das outras expressões algébricas.

Equações são expressões matemáticas algébricas que possuem uma ou mais incógnitas, sempre apresentadas com o sinal de igualdade. Equação modular se enquadra neste conceito geral, mas no caso das modulares, as incógnitas se encontram dentro do módulo; dessa forma, devemos respeitar as condições do módulo de um número, que é a seguinte:

$$|x| = x, \text{ se } x \geq 0 \\ -x, \text{ se } x < 0$$

Veja alguns exemplos de equações que são modulares:

$$|x + 3| = 5$$

$$|x| - 9 = 8$$

$$-|2x| = 10$$

$$3*|x|2 - 8*|x| + 5 = 0$$

$$|x^2 - 2x + 8| = 32$$

Para uma melhor compreensão da resolução de uma equação modular, acompanhe as demonstrações a seguir:

Exemplo 1

$$|x| = 6$$

Para descobrir o valor de x devemos pensar da seguinte forma: um número real terá sempre um valor positivo como resultado do seu módulo, e 6 é positivo, mas o valor de x poderá ser +6 ou -6, pois $|+6| = 6$ e $|-6| = 6$, portanto, $x = 6$ ou $x = -6$

Exemplo 2

$$|x| = 0$$

Como zero tem valor nulo (não possui sinal) dizemos que o único valor que x poderá assumir será 0, portanto, $x = 0$.

Exemplo 3

$$|x| = -12$$

Como um número real terá sempre um valor positivo ou nulo, no caso em que o módulo é -12 não irá existir valor real para x , portanto, a solução dessa equação será conjunto vazio.

Exemplo 4

$$|x + 3| = 5$$

$$x + 3 = 5 \rightarrow x = 5 - 3 \rightarrow x = 2$$

$$x + 3 = -5 \rightarrow x = -5 - 3 \rightarrow x = -8$$

Exemplo 5

$$|x + 5| = x + 5$$

Condição: $x + 5 \geq 0$, a equação só é possível se $x + 5 \geq 0$, ou seja, $x \geq -5$.

$$x + 5 = x + 5 \rightarrow x - x = 5 - 5 \rightarrow 0x = 0 \text{ (indeterminado)}$$

$$x + 5 = -(x+5) \rightarrow x + 5 = -x - 5 \rightarrow x + x = -5 - 5 \rightarrow 2x = -10 \rightarrow x = -5$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x = -5\}$$

Exemplo 6

$$|x - 3| + 4x = 8$$

$$|x - 3| = 8 - 4x$$

Condição: $x - 3 \geq 0$, se $8 - 4x \geq 0$, ou seja, $-4x \geq -8 \rightarrow 4x \leq 8 \rightarrow x \leq 2$.

$x - 3 = 8 - 4x \rightarrow x + 4x = 8 + 3 \rightarrow 5x = 11 \rightarrow x = 11/5$ (não satisfaz a condição $x \leq 2$)

$x - 3 = -(8 - 4x) \rightarrow x - 3 = -8 + 4x \rightarrow x - 4x = -8 + 3 \rightarrow -3x = -5 \rightarrow x = 5/3$ (satisfaz a condição $x \leq 2$)

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x = 5/3\}$$