Progressão geométrica (PG)

Progressão geométrica é toda sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao produto do termo anterior por uma constante *q*. O número *q* é chamado de razão da progressão geométrica. Também podemos afirmar que a PG é uma sucessão de números obtidos através da multiplicação entre o termo anterior e a razão *q*.

A fórmula do termo geral da PG é:
$an = a1 \cdot qn - 1$

E a somatória: $\mathbf{a_n = a_1.(q^n - 1)q-1}$
an: ultimo termo.
n - número do termo na sequência
a1 - termo inicial
q – razão

Propriedades da PG

Numa PG positiva qualquer termo é a média geométrica entre o termo anterior e o seguinte. Assim, na PG (1, 2, 4, 8, 16, 32), temos:
4 é a média geométrica entre 2 e 8, porque 4 = 2·8———√;
8 é a média geométrica entre 4 e 16, porque 8 = 4·16————√.

É importante saber fazer a representação de uma PG genérica, por exemplo:
(x, *x*·*q*, *x*·*q*2, *x*·*q*3...), com razão *q*.

CLASSIFICAÇÃO

As progressões geométricas, da mesma forma que as **progressões aritméticas**, classificam-se em *finitas, infinitas, decrescentes, crescentes e estacionárias*. Além disso, as progressões geométricas de razão negativa são chamadas de *alternadas*, porque seus termos são alternadamente positivos e negativos.

Uma PG é crescente quando cada termo, a partir do segundo, é maior que o termo que o antecede. Para que isso aconteça é necessário e suficiente que a1 > 0 e $q > 1$, ou a1 < 0 e $0 < q < 1$. Por exemplo:
(4, 8, 16, 32...) é uma PG crescente de razão $q = 2$;
(-4, -2, -1, −12...) é uma PG decrescente de razão $q = 12$.

Uma P.G. é constante quando todos os seus termos são iguais. Para isso aconteça é necessário e suficiente que sua razão seja 1 ou que todos os seus termos sejam nulos. Observe:
(8, 8, 8, 8...) é uma PG constante de razão $q = 1$.
(0, 0, 0, 0...) é uma PG constante de razão indeterminada.

Uma PG é oscilante quando todos os seus termos são diferentes de zero e dois termos consecutivos quaisquer têm sinais opostos. Para que isso aconteça, é necessário e suficiente que $a1 \neq 0$ e $q < 0$. Veja:
(3, -6, 12, -24, 48, -96...) é uma PG oscilante de razão $q = -2$.
(-1, 12, −14, 18, −116...) é uma PG oscilante de razão $q = -12$.

Uma PG é quase nula quando o primeiro termo é diferente de zero e todos os demais são iguais a zero. Para que isso aconteça, é necessário e suficiente que $a1 \neq 0$ e $q = 0$. Por exemplo:
(8, 0, 0, 0, 0...) é uma P.G. quase nula.

EXERCÍCIOS

Se x – 1, x + 1 e 3x – 1 são, nesta ordem, os três primeiros termos de uma PG **crescente**, calcular a expressão do termo geral dessa progressão.

Resposta

Basta descobrir a razão, dividindo um termo pelo termo anterior:

$x+1x-1=3x-1x+1$

Multiplicando meios e extremos:

(x + 1)2 = (3x - 1) (x - 1)

x2 + 2x + 1 = 3x2 - 3x - x + 1

x2 - 3x = 0

raízes: x = 0 e x = 3

Substituindo:

x =0

PG (x - 1, x + 1, 3x - 1)

(0 -1, 0 + 1, 3 x 0 - 1)

(-1, 1, -1) (PG não é decrescente!)

x = 3

PG (x - 1, x + 1, 3x - 1)

(3 - 1, 3 + 1, 3 x 3 - 1)

(2, 4, 8), q = 2

Portanto, termo geral é an = 2n

Determine o décimo termo da PG (−14, 12, -1...)

Resposta

a10 = ?

a1 = −14

q = -2

$a10 = a1 \cdot qn-1$
$a10 = -14 \cdot 29$
$a10 = 4-1 \cdot 29$
$a10 = 22(-1) \cdot 29$
$a10 = 2-2 \cdot 29$
$a10 = 27 = 128$

Interpole quatro meios geométricos entre 1 e 243, nessa ordem.

Resposta
Devemos determinar a PG de seis termos, com a1 = 1 e a6 = 243.
(1, __, __, __, __, 243)

$an = a1 \cdot qn-1$
$a6 = a1 \cdot q5$
$243 = 1 \cdot q5$
$q = 243 --- \sqrt{}5$
$q = 3$