# Progressão Aritmética (PA)

Definimos **Progressão Aritmética** (P.A) como sendo uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual a soma do termo anterior com uma constante. Na P.A temos a presença de uma constante chamada de razão (r), sendo a mesma obtida por meio da diferença de um termo da sequência pelo seu anterior. Confira alguns exemplos:

A sequência (1, 4, 7, 10, 13, 16) é uma P.A.
A razão da P.A é representada por r = 4 - 1 = 3

A sequência (1, 6, 11, 16, 21...) é uma P.A.
A razão da P.A é representada por r = 6 – 1 = 5

**Classificação das Progressões aritméticas**

As progressões aritméticas podem ser classificadas em: **crescente**, **decrescente** e **constante**.

**Crescente**: Para que uma P.A seja crescente a sua razão (*r*) deve ser positiva, ou seja, $r > 0$. A sequência numérica será crescente quando, cada termo a partir do segundo for maior que o antecessor. Exemplo: (1, 3, 5, 7, ...) é uma P.A crescente de razão 2.

**Decrescente**: Uma P.A será decrescente se a sua razão (*r*) for negativa, ou seja, $r < 0$. A sequência numérica será decrescente quando, cada termo a partir do segundo for menor que o antecessor. Exemplo: (15, 10, 5, 0, -5 ...) é uma P.A decrescente de razão – 5.

**Constante**: Para uma P.A ser constante a sua razão deve ser nula, ou seja, $r = 0$. Todos os seus termos serão iguais. Exemplo: (2, 2, 2, ...) é uma P.A constante de razão nula.

**Fórmula do termo geral de uma Progressão aritmética**

Quando partimos do primeiro termo da sequência, a fórmula do termo geral de uma P.A ($a_1$, $a_2$, $a_3$, ...,, $a_n$, ...) de razão *r* é representada por:

$$an=a1+(n-1)\cdot r$$

- $a_n$ = Termo geral
- $a_1$ = Primeiro termo da sequência.
- n = Número de termos da P.A. ou posição do termo numérico na P.A
- r = Razão

Exemplo: Determine o 20º termo da P.A. (2, 4, 6, 8 ...)

Dados da questão: $a_1 = 2$, $r = 2$, $n = 20$, $a_{20} = ?$

$an=a1+(n-1)\cdot r$

$a20=2+(20-1)\cdot 2$

$a20=2+(19)\cdot 2$

$a20=2+38=40$

O vigésimo termo da P.A. é 40.

Exemplo: Determine o número de termos da P.A.(5, 10, 15,..., 120).

Dados da questão: $a_1 = 5$, $r = 5$, $n = ?$, $a_n = 120$

$an=a1+(n-1)\cdot r$

$120=5+(n-1)\cdot 5$

$120=5+5n-5$

$-5n=+5-5-120$

$-5n=0-120$

$-5n=-120\cdot(-1)$

$5n=120$

$n=1205=24$

A progressão aritmética (5, 10, 15,..., 120), possui 24 termos.

**Propriedades de uma PA**

Em uma PA qualquer, de n termos e razão r, podemos observar as seguintes propriedades:

→ Qualquer termo de uma PA, a partir do segundo, é a média aritmética entre o anterior e o posterior.

$ak=ak-1+ak+12$ , $(k\geq 2)$

Observe a propriedade na PA (2,5,8,11)

$a5=a4+a62$

→ A soma de dois termos equidistantes dos extremos é igual à soma dos extremos.

$a1,a2,a3,a4,...,an-3,an-2,an-1,an$

a2+an−1=a3+an−2=a4+an−3=...=a1+an

Na PA (1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21,23), temos:

3+21 = 1+23 = 24
5+19 = 1+23 = 24
7+17 = 1+23 = 24
9+15 = 1+23 = 24
11+13 = 1+23 = 24

Se ocorrer que uma PA tenha número de termos ímpar, existirá um termo central que será a média aritmética dos extremos desta PA. Veja por exemplo que a PA (1,4,7,10,13,16,19) tem 7 termos e que o termo central é 10, logo:

a4=a1+a72=1+192=10

**Soma dos termos de uma PA finita**

É dada pela fórmula:

Sn=(a1+an)n2