

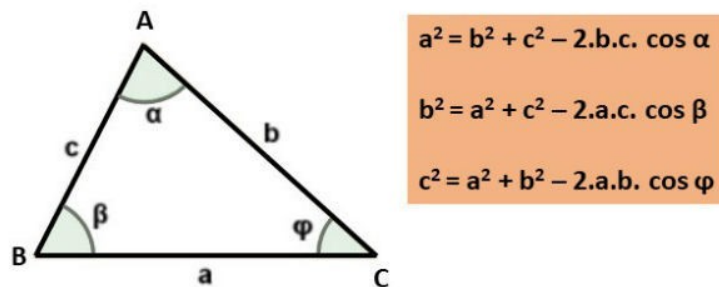
Lei dos Cossenos

A **Lei dos Cossenos** é utilizada para calcular a medida de um lado ou de um ângulo desconhecido de um triângulo qualquer, conhecendo suas outras medidas.
Enunciado e Fórmulas

O teorema dos cossenos estabelece que:

"Em qualquer triângulo, o quadrado de um dos lados corresponde à soma dos quadrados dos outros dois lados, menos o dobro do produto desses dois lados pelo cosseno do ângulo entre eles."

Assim, pela lei dos cossenos temos as seguintes relações entre os lados e os ângulos de um triângulo:



Aplicação

A lei dos cossenos pode ser aplicada em qualquer triângulo. Seja ele acutângulo (ângulos internos menores que 90°), obtusângulo (com um ângulo interno maior que 90°), ou retângulo (com um ângulo interno igual a 90°).



E nos Triângulos Retângulos?

Vamos aplicar a lei dos cossenos para o lado oposto ao ângulo de 90°, conforme indicado abaixo:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos 90^\circ$$

Como $\cos 90^\circ = 0$, a expressão acima fica:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Que é igual a expressão do [Teorema de Pitágoras](#). Assim, podemos dizer que este teorema é um caso particular da lei dos cossenos.

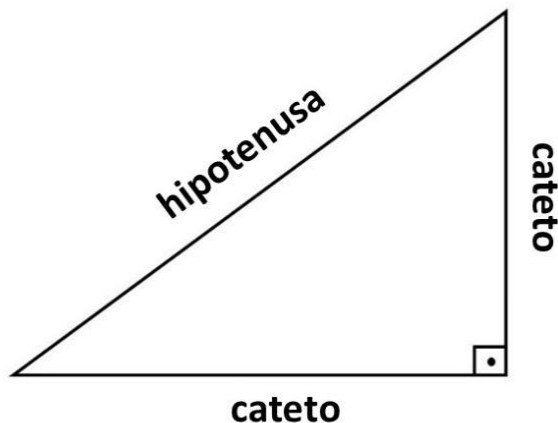
A lei dos cossenos é adequada para problemas em que conhecemos dois lados e o ângulo entre eles e queremos descobrir o terceiro lado.

Podemos ainda utilizá-la quando conhecemos os três lados do triângulo e pretendemos conhecer um dos seus ângulos.

Para situações em que conhecemos dois ângulos e apenas um lado e queremos determinar um outro lado, torna-se mais conveniente utilizar a [Lei dos Senos](#).

Definição de Cosseno e Seno

O cosseno e o seno de um ângulo são definidos como [razões trigonométricas](#) em um triângulo retângulo. O lado oposto ao ângulo reto (90°) é chamado de hipotenusa e os outros dois lados são chamados de catetos, conforme representado na figura abaixo:



O cosseno é então definido como a razão entre a medida do cateto adjacente e da hipotenusa:

$$\text{Cosseno} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

Já o seno, é a razão entre a medida do cateto oposto e a hipotenusa.

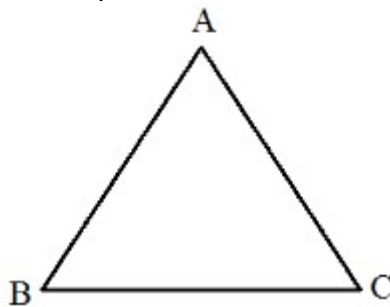
$$\text{Seno} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

Exercícios de Vestibular

1. (UFSCar) Se os lados de um triângulo medem x , $x + 1$ e $x + 2$, então, para qualquer x real e maior que 1, o cosseno do maior ângulo interno desse triângulo é igual a:

- a) $x / x + 1$
- b) $x / x + 2$
- c) $x + 1 / x + 2$
- d) $x - 2 / 3x$
- e) $x - 3 / 2x$

2. (UFRS) No triângulo representado na figura abaixo, AB e AC têm a mesma medida, e a altura relativa ao lado BC é igual a $2/3$ da medida de BC.



Com base nesses dados, o cosseno do ângulo \widehat{CAB} é:

- a) $7/25$
- b) $7/20$
- c) $4/5$
- d) $5/7$
- e) $5/6$

3. (UF-Juiz de Fora) Dois lados de um triângulo medem 8 m e 10 m e formam um ângulo de 60° . O terceiro lado desse triângulo mede:

- a) $2\sqrt{21}$ m
- b) $2\sqrt{31}$ m
- c) $2\sqrt{41}$ m
- d) $2\sqrt{51}$ m
- e) $2\sqrt{61}$ m

Gabarito :

- 1) Alternativa e) $x - 3 / 2x$
- 2) Alternativa a) $7/25$
- 3) Alternativa a) $2\sqrt{21}$ m