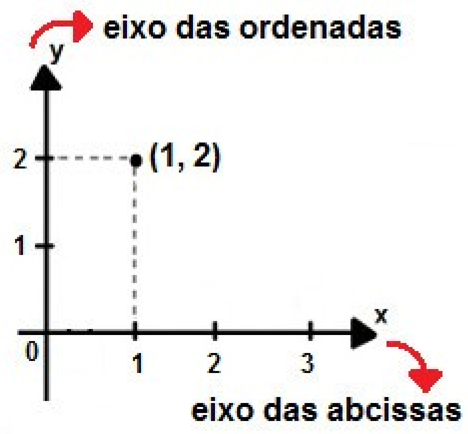
Como construir o gráfico de uma função?

Quando trabalhamos com funções, a construção de gráficos é de extrema importância. Podemos dizer que assim como vemos nossa imagem refletida no espelho, o gráfico de uma função é o seu reflexo. Através do gráfico, podemos definir de que tipo é a função mesmo sem saber qual é a sua lei de formação. Isso porque cada função tem sua representação gráfica particular.

Independente da função trabalhada é fundamental conhecer algumas definições:

Plano Cartesiano → é o ambiente onde o gráfico será construído. Ele é estabelecido pelo encontro dos eixos cartesianos **x** e **y**, conhecidos como **eixo das abcissas** e **eixo das ordenadas**, respectivamente.

Cada ponto do gráfico é conhecido como **par ordenado**, pois ele é formado pelo encontro de um valor das abcissas com um valor das ordenadas. A linha que une os pares ordenados é conhecida como curva da função.



Vamos ver aqui alguns princípios básicos para a construção do gráfico de uma função, seja ela uma função do 1° grau ou uma função do 2° grau.

1°) Escolher valores para x

Para iniciar a construção do gráfico, é necessário escolher valores para a variável **x**. Esses valores serão substituídos na lei de formação da função para que o valor correspondente de **y** seja determinado, bem como o par ordenado. Para montar o gráfico de uma função do 1° grau, é necessário encontrar apenas dois pontos que já visualizamos no gráfico.

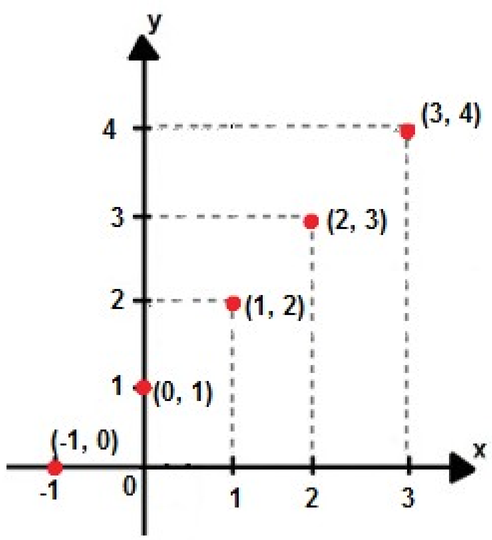
É também importante escolher valores próximos, como números subsequentes. Além disso, é sempre bom saber os pontos em que **x = 0** e **y = 0** (zero da função).

Considere a função **y = x + 1**. Montaremos uma tabela com os valores de **x** para encontrar os valores de **y**:

y = x + 1		
x	**y**	**(x, y)**
$0 = x + 1 \rightarrow x = \mathbf{-1}$	**0**	**(–1, 0)**
0	$y = 0 + 1 \rightarrow y = \mathbf{1}$	**(0, 1)**
1	$y = 1 + 1 \rightarrow y = \mathbf{2}$	**(1, 2)**
2	$y = 2 + 1 \rightarrow y = \mathbf{3}$	**(2, 3)**
3	$y = 3 + 1 \rightarrow y = \mathbf{4}$	**(3, 4)**

2°) Encontrar os pares ordenados no plano cartesiano

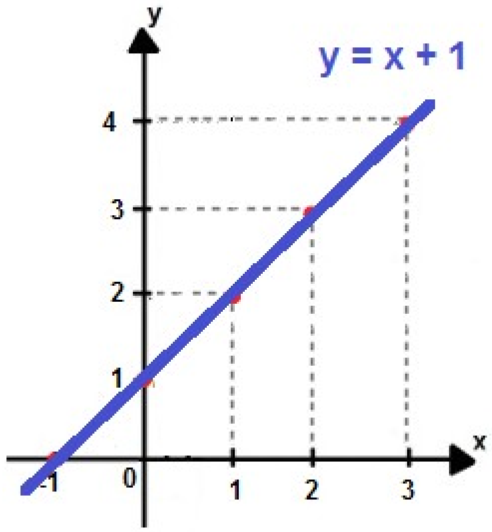
Lançando cada um desses pares ordenados no plano cartesiano, encontramos os seguintes pontos:



Pares ordenados lançados no plano cartesiano

3°) Traçando o gráfico

Basta ligar os pontos através de uma reta para determinar o gráfico da função **y = x + 1.**



Exercícios:

1) Determine os zeros das funções a seguir:

a) y = 5x + 2

b) y = − 2x

c) f(x) = x + 4

2

2) Classifique cada uma das funções seguintes em crescente ou decrescente:

a) y = 4x + 6

b) f(x) = − x + 10

c) y = (x + 2)2 − (x − 1)2

3) (UFPI) A função real de variável real, definida por f (x) = (3 – 2a).x + 2, é crescente quando:

a) a > 0

b) a < 3/2

c) a = 3/2

d) a > 3/2

e) a < 3

4) **(FGV)** O gráfico da função ***f (x) = mx + n*** passa pelos pontos **(– 1, 3)** e **(2, 7)**. O valor de **m** é:

a) 5/3

b) 4/3

c) 1

d) 3/4

e) 3/5

Gabarito:

Questão 1

a) y = 5x + 2

Primeiramente, façamos **y = 0**, então:

5x + 2 = 0, o número **2** mudará de lado e o sinal também será mudado.
5x = – 2, o número **5** mudará de lado e realizará uma divisão.
$$\mathbf{x = \frac{-2}{5}}$$

O zero da função **y = 5x + 2** é o valor: $x = \dfrac{-2}{5}$

b) y = – 2x

Façamos **y = 0**, então:

– **2x = 0,** o número **– 2** mudará de lado e realizará uma divisão. Mas como o número zero dividido por qualquer número resulta em zero, **x = 0.**

O zero da função **y = – 2x** é **x = 0**.

c) $f(x) = \dfrac{x}{2} + 4$

Façamos **f(x) = 0**, então:

$\dfrac{x}{2} + 4 = 0$, o número **4** mudará de lado e o sinal também será mudado.

$\dfrac{x}{2} = -4$, o número ***2*** mudará de lado e realizará uma multiplicação.

$x = (-4) \cdot 2$
$x = -8$

Portanto, o zero da função $f(x) = \dfrac{x}{2} + 4$ é dado por $x = -8$.

Questão 2

Em uma função do tipo ***y = ax + b,*** o coeficiente **a** de **x** indica se a função é crescente ou decrescente.

a) $y = 4x + 6$

Nessa função, $a = 4 > 0$, portanto, **y** é uma função crescente.

b) $f(x) = -x + 10$

Como $a = -1 < 0$, **f(x)** é uma função decrescente.

c) $y = (x + 2)^2 - (x - 1)^2$

Nesse caso precisamos desenvolver os parênteses através dos produtos notáveis.

$x^2 + 4x + 4 - (x - 1)^2$
$x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 2x + 1)$
$x^2 + 4x + 4 - x^2 + 2x - 1$
$6x + 3$
$y = 6x + 3$. Como $a = 6 > 0$, **y** é uma função crescente.

Questão 3

Para que a função seja crescente, é necessário que o coeficiente de **x** seja positivo, logo:

$3 - 2a > 0$
$-2a > 0 - 3$
$(-1) . (-2a) > (-3) . (-1)$
$2a < 3$
$a < \dfrac{3}{2}$

Portanto, a alternativa correta é a letra **b**.

Questão 4

O primeiro ponto que é dado é o **(– 1, 3)**, em que o valor de **x** é **– 1** e o valor de **f(x)** é **3**. Substituindo esses valores na função, temos:

$$f\,(x) = mx + n$$
$$3 = m.(-1) + n$$
$$n = 3 + m$$

Vamos também substituir o segundo ponto **(2, 7)** na função, sendo que **x** vale **2**e **f(x)** vale **7**:

$$f\,(x) = mx + n$$
$$7 = m.2 + n$$
$$n = 7 - 2m$$

Nas duas substituições feitas, encontramos dois valores para **n.** Se igualarmos essas duas equações, teremos:

$$3 + m = 7 - 2m$$
$$m + 2m = 7 - 3$$
$$3m = 4$$
$$m = \frac{4}{3}$$

A alternativa correta é a letra **b**.

Gráfico de Função do 1º grau

Toda função pode ser representada graficamente, e a função do 1º grau é formada por uma reta. Essa reta pode ser crescente ou decrescente, dependendo do sinal de **a**.

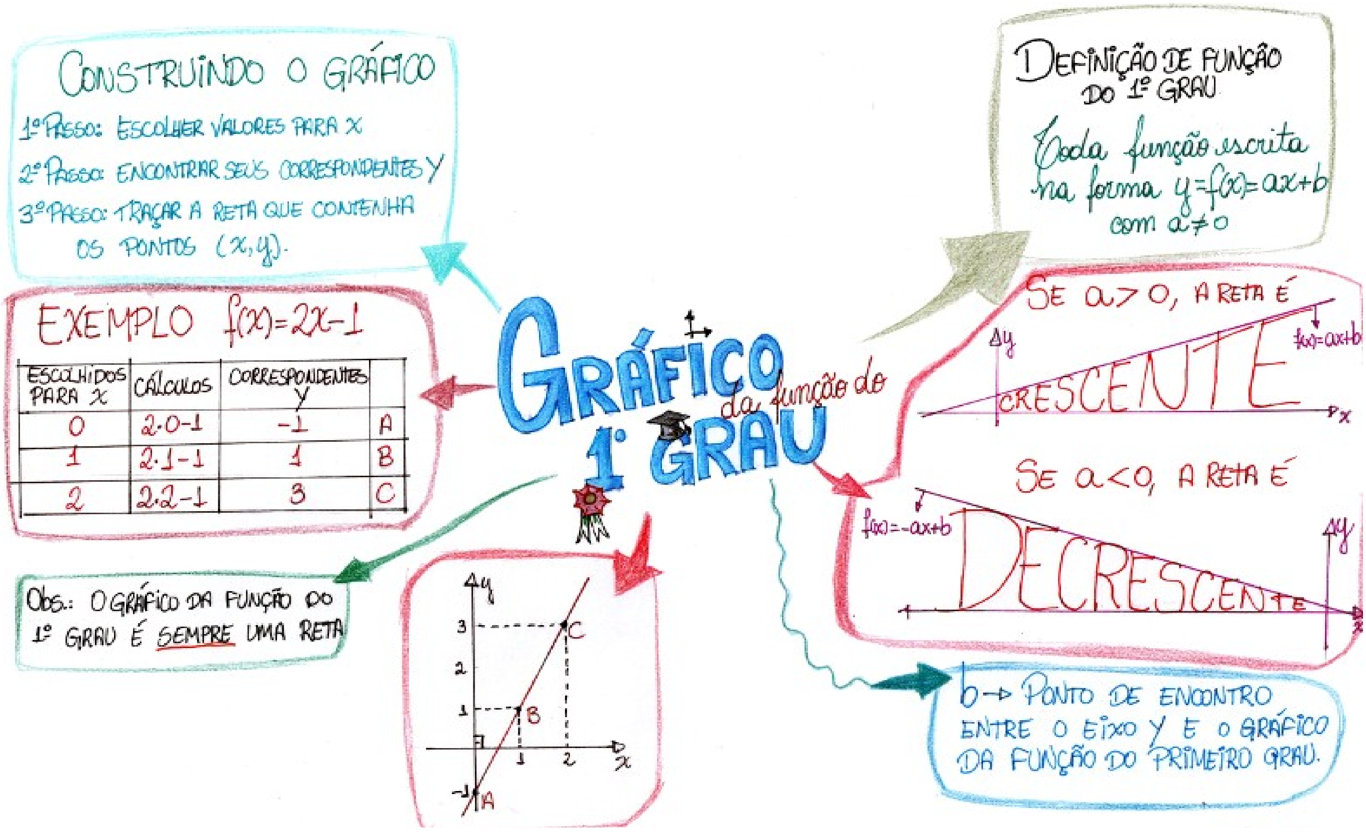
Quando a > 0

Isso significa que a será positivo. Por exemplo, dada a função: f(x) = 2x – 1 ou y = 2x - 1, onde a = 2 e b = -1. Para construirmos seu gráfico devemos atribuir valores reais para x, para que possamos achar os valores correspondentes em y

x	y
- 2	- 5
- 1	- 3
0	- 1
1/2	0
1	1

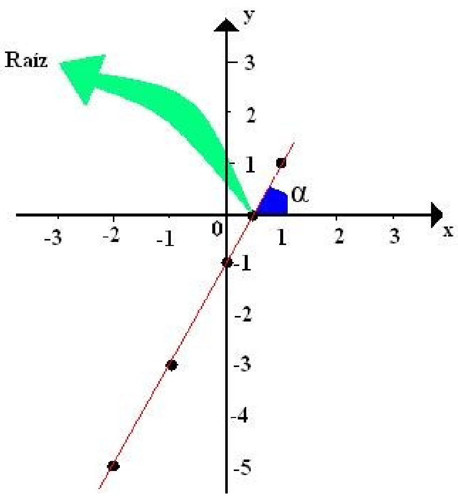
Podemos observar que conforme o valor de x aumenta o valor de y também aumenta, então dizemos que quando a > 0 a função é crescente.

Mapa Mental: Gráfico de função do 1º Grau



Com os valores de x e y formamos as coordenadas, que são pares ordenados que colocamos no plano cartesiano para formar a reta. Veja:

No eixo vertical colocamos os valores de y e no eixo horizontal colocamos os valores de x.



Quando a < 0

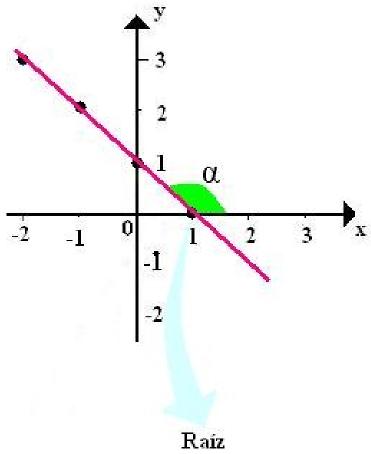
Isso indica que a será negativo. Por exemplo, dada a função f(x) = - x + 1 ou y = - x + 1, onde a = -1 e b = 1. Para construirmos seu gráfico devemos atribuir valores reais para x, para que possamos achar os valores correspondentes em y.

x	y
-2	3
-1	2
0	1
1	0

Podemos observar que conforme o valor de x aumenta o valor de y diminui, então dizemos que quando a < 0 a função é decrescente.

Com os valores de x e y formamos as coordenadas que são pares ordenados que colocamos no plano cartesiano para formar a reta. Veja:

No eixo vertical colocamos os valores de y e no eixo horizontal colocamos os valores de x.



Características de um gráfico de uma função do 1º grau

• Com a > 0 o gráfico será crescente.

• Com a < 0 o gráfico será decrescente.

• O ângulo ɑ formado com a reta e com o eixo x será agudo (menor que 90°) quando a > 0.

• O ângulo ɑ formado com reta e com o eixo x será obtuso (maior que 90º) quando a < 0.

• Na construção de um gráfico de uma função do 1º grau basta indicar apenas dois valores pra x, pois o gráfico é uma reta e uma reta é formada por, no mínimo, 2 pontos.

• Apenas um ponto corta o eixo x, e esse ponto é a raiz da função.

• Apenas um ponto corta o eixo y, esse ponto é o valor de b.